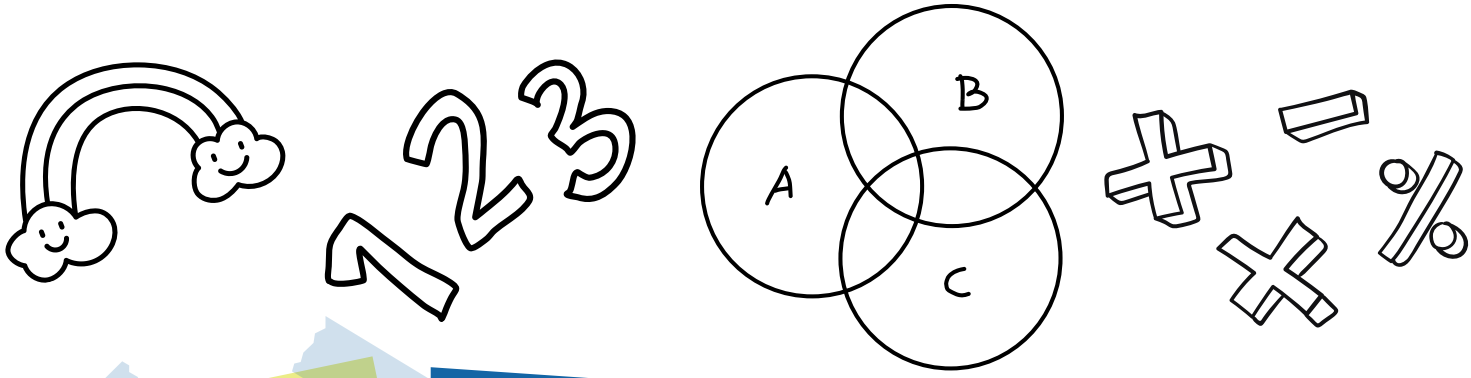


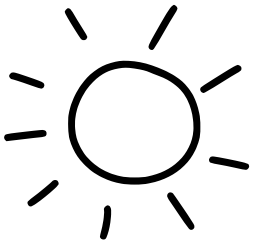
2025
2026
الفصل الأول

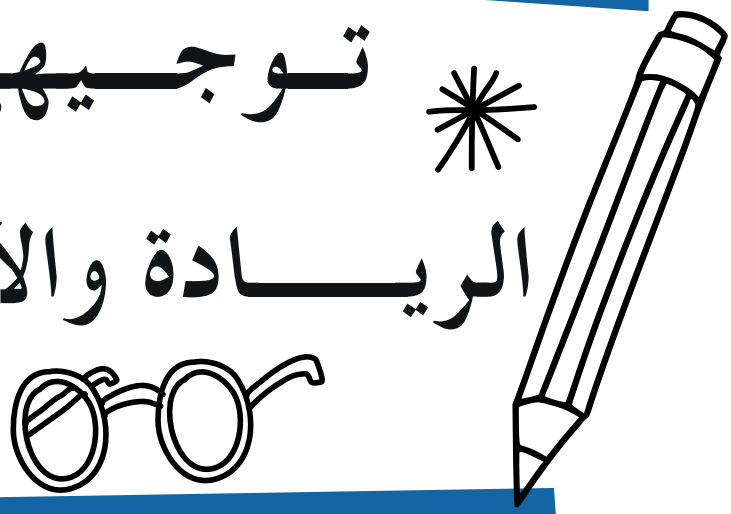
حلـــــول الكـــامـــل

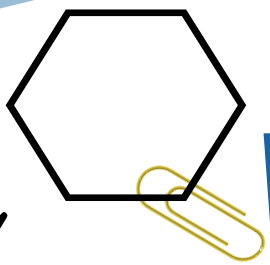
تـــوجـــيهي

الريـــــادة والأعمال

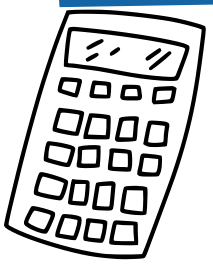
الوحدة الثانية

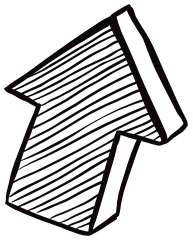


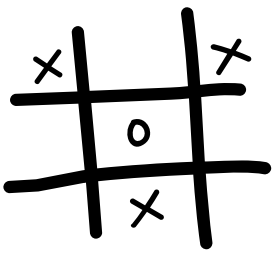




إعداد: مي عمار حواري

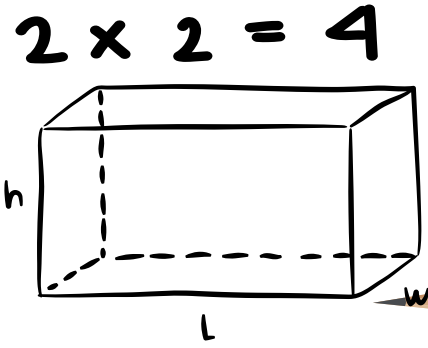




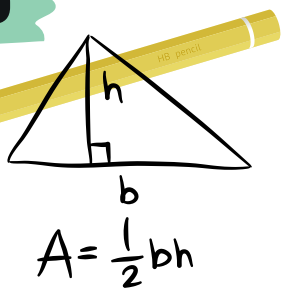


موقع قطرة التعليمي

Qatraedu.com



+972 59-276-7085



مـقــدمـــــــة

إيماناً منا بضــرورة توفير أفضــل المصــادر التعليمية لطلبتنا في مرحلة الثانوية العامة، يسّـر فريق موقع قطرة التعليمي تقديم الإجابات النموذجية لـ "كراسة الكامل" (تصنيف أسئلة السنوات السابقة).

تأتي هذه الحلول ضمن إطار جهودنا المستمرة في موقع قطرة التعليمي، الذي تأسس برؤية طموحة تهدف إلى تزويد طلاب التوجيهي بتعليم عالي الجودة، لا سيما في مادة الرياضيات، مستخدمين أحدث الأساليب والوسائل التعليمية العالمية.

وقد تم إعداد هذه الكراسة خصيصاً لطلاب فرع الريادة والأعمال، لتتضمن حلولاً مفصلة وشرحاً وافياً لكل الأسئلة، انطلاقاً من إيماننا بأن التعلم الرقمي يمنح الطالب مرونة الوصول إلى المعرفة في أي وقت ومن أي مكان.

وإننا في موقع قطرة التعليمي، نؤمن بأن وراء كل إنجاز عظيم جنوداً مجهولين؛ لذا نتقدم بأســمى آيات الشكر والتقدير للمعلّمة الفاضلة **مي عمار حواري**، عضو فريقنا المتميز، التي سخرت وقتها وجهدها وخبرتها العميقة في إعداد هذه الحلول بدقة وإتقان. إن خبرتها الواسعة تجلت في أسلوب الشرح المبسط والواضح الذي يضع مصلحة الطالب وتفوقه الأكاديمي في المقام الأول؛ فجزيل الشكر لها، ونسأل الله أن يجعل هذا العمل في ميزان حسناتها.

أتمنى أن تكون هذه الكراسة عونًا لكم في رحلتكم نحو النجاح، وأن تساهم في تحقيق التفوق والتميز الذي تسعون إليه.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح الدائم.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

إهـــــداء

إلى صاحبةُ القلبِ الأحنّ،

والأثر الأعمق،

إلى من كان حضورها فرقًا،

وكلماتها أثرًا لا يزول،

من غرست بداخلي حلمًا لا يزال يكبر،

ملهمتي وقدوتي... نجمتي اللامعة،

معلمتي الغالية **رولا بطة**، حفظكِ الله ورعاكِ دائمًا

أ. ميّ عمار حوّاري

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/riadi-kamel2

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath

نصائح مهمة لكيفية دراسة الرياضيات؟

عزيزي الطالب/ عزيزتي الطالبة، إليك بعض النصائح التي ستساعدك على التفوق في دراستك لهذه المادة وتحقيق أفضل النتائج:

1. **إخلاص النية لله.**
2. **التوكل على الله** بالأخذ بجميع أسباب التفوق، والدعاء والالحاح فيه فهو من أعظم أسلحة المسلم.
3. **فهم الأساسيات أولًا:** تأكد من أنك تفهم الأساسيات بشكل جيد. ولضمان التمكن من الأساسيات فقد وفرنا دورة مجانية عبر موقع قطرة التعليمي.
4. **التدريب المستمر باستخدام الورقة والقلم:** الحل المتكرر هو الطريق إلى الإتقان، حل المسائل بانتظام وبشكل يومي سيعزز من فهمك ويساعدك على استيعاب المفاهيم بشكل أعمق.
5. **افهم المسألة قبل الحل:** لا تتسرع في حل المسألة دون فهم كامل لمتطلباتها، خذ وقتك في قراءة السؤال جيدًا، وفهم المطلوب قبل الشروع في الحل، التسرع قد يؤدي إلى أخطاء غير ضرورية.
6. **حل المسائل بطريقة منظمة:** نظم خطوات الحل بطريقة واضحة ومنهجية، تدوين الخطوات بتسلسل منطقي يساعدك على متابعة الحل والتعرف على أي خطأ قد يحدث بسهولة، هذا الأسلوب يعزز أيضًا من فرصك في الحصول على درجات كاملة.
7. **راجع بانتظام:** خصص وقتًا لمراجعة ما تعلمته بانتظام، ولا تترك الأمور تتراكم حتى اقتراب موعد الامتحانات، المراجعة المستمرة تسهل تذكر المعلومات وتجعلك أكثر استعدادًا للامتحان.
8. **لا تخجل من طلب المساعدة:** إذا واجهت صعوبة في فهم مفهوم معين أو في حل مسألة ما، لا تتردد في طلب المساعدة من معلمك أو زملائك، الحوار والتفاعل مع الآخرين قد يفتح لك آفاقًا جديدة لفهم المادة.
9. **حافظ على هدوئك وثقتك بنفسك:** التوتر قد يؤثر سلبًا على أدائك، حافظ على هدوءك وثقتك بنفسك أثناء الدراسة وفي الامتحانات، تذكر أن النجاح في الرياضيات يعتمد على الاستمرارية والعمل الجاد، وليس على الحفظ فقط.

10. **استعد للامتحانات بالتحضير المبكر:** لا تنتظر حتى اللحظة الأخيرة، ابدأ في التحضير للامتحانات قبل وقت كافٍ، وضع خطة دراسية تغطي جميع الوحدات بشكل متوازن، قم بحل أسئلة الامتحانات السابقة المرفقة في هذه الكراسة، وتأكد من مراجعة الحلول بعد الانتهاء.
11. **قم بتحليل الأخطاء:** عند ارتكاب خطأ في حل مسألة، لا تتجاهله. بدلاً من ذلك، عد إليه وحاول فهم سبب الخطأ وكيف يمكنك تجنبه في المستقبل، التعلم من الأخطاء يُعد أحد أفضل الطرق لتطوير مهاراتك الرياضية.
12. **اجعل لك دفتراً خاصاً لتدوين كل ما يتم دراسته واحرص على تدوين الملاحظات المهمة:** أثناء حل المسائل أو مشاهدة الفيديوهات، احرص على تدوين كل شيء لأنه سيكون من الصعب مشاهدة الفيديوهات في يوم واحد مثل يوم الامتحان، وكتابة الملاحظات المهمة تساعدك على تنظيم أفكارك وتذكر النقاط المهمة عند المراجعة لاحقًا.

نتمنى لك التوفيق والنجاح في رحلتك الدراسية، ونتطلع لأن تكون هذه الكراسة عونًا لك في تحقيق أهدافك في مادة الرياضيات. تذكر أن كل مجهود تبذله اليوم سيثمر في المستقبل.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

الدرس الأول | متوسط التغير

• القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة

• 2019 دور أول / ليكن $ه(س) = \sqrt{س}$ ، ما قيمة متوسط التغير للاقتران $ه(س)$ عندما تتغير $س$ في $[1, 4]$

أ / $\frac{1}{3}$ ب / $\frac{1}{2}$ ج / 4 د / $\frac{3}{2}$

الحل /

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(4) - ه(1)}{4 - 1} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{1}}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

• 2019 دور ثاني / ما مقدار التغير في $ص$ للاقتران $ه(س) = \sqrt{س} + 2$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = 2$ إلى $س_2 = 7$

أ / $\frac{1}{5}$ ب / 1 ج / 5 د / -1

الحل /

$$\Delta ص = \Delta ه(س) = ه(س_2) - ه(س_1)$$
$$= ه(7) - ه(2)$$
$$= \sqrt{7+2} - \sqrt{2+2} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$$

أ.مي حواري

• 2019 دور ثالث / ليكن $ص = ه(س)$ اقترانًا وكان متوسط تغير الاقتران عندما تتغير $س$ من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = 4$ هو 13 ، ما قيمة $\Delta ص$

أ / 45 ب / 39 ج / 3 د / 33

الحل /

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} \Leftarrow 13 = \frac{\Delta ص}{4-1} \Leftarrow 13 = \frac{\Delta ص}{3} \Leftarrow \Delta ص = 13 \times 3$$
$$\Delta ص = 39$$

• 2020 دور أول / إذا كان متوسط تغير $ه(س)$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = ث$ إلى $س_2 = 2$ يساوي 3 وكان $ه(ث) = 3$ ، ما قيمة $ه(2)$

أ / 9 ب / 6 ج / 1 د / $\frac{1}{3}$

الحل /

$$\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} \Leftarrow 3 = \frac{ه(2) - ه(ث)}{2 - ث} \Leftarrow 6 = ه(2) - ه(ث)$$

$$\Leftarrow 6 = ه(2) - 3 \Leftarrow 6 + 3 = ه(2) \Leftarrow 9 = ه(2)$$

• 2020 دور ثاني / ليكن $ه(س) = \sqrt{س} - 2$ ما متوسط تغير $ه(س)$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = 3$ إلى $س_2 = 11$

أ / 4 ب / 2 ج / $\frac{1}{4}$ د / $\frac{1}{2}$

الحل /

$$\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(11) - ه(3)}{11 - 3} = \frac{\sqrt{11} - 2 - \sqrt{3} - 2}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{9} - \sqrt{3}}{8} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

• 2020 دورثالث/ ما ميل القاطع لمنحنى ق(س) المار بالنقطتين (-٤، ٦) و (٣، ٥)

أ/ $\frac{1}{3}$ ب/ ٢ ج/ ٥ د/ $\frac{1}{5}$

الحل/ $(-٤، ٦)$ $(س_١، ص_١)$ $(٣، ٥)$ $(س_٢، ص_٢)$

الميل $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥-٦}{٣-(-٤)} = \frac{-١}{٣}$

• 2021 دورثالث/ إذا كانت $ص = (\pi٢)^{س}$ وما قيمة $\Delta ص$ في $[-١، ٠]$

أ/ $\pi٢ - ١$ ب/ $\pi٢$ ج/ $\pi٢ - ١$ د/ $\pi٢ - س$

الحل/ $ص = ق(س) = (\pi٢)^{س}$

$\Delta ص = \Delta ق(س) = ق(س_٢) - ق(س_١) = ق(٠) - ق(-١)$

$\Delta ص = (\pi٢)^{٠} - (\pi٢)^{-١} = ١ - \pi٢$

أ.مي حواري

• 2022 دورأول/ إذا كان متوسط تغير ق(س) عندما تتغير س من $س_١ = -٢$ إلى $س_٢ = ٩$ يساوي (-٦) ما قيمة التغير في ق(س)

أ/ -٦٦ ب/ -١١ ج/ ١١ د/ ٦٦

الحل/ $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = -٦ \Leftarrow \frac{\Delta ق(س)}{٩-(-٢)} = -٦ \Leftarrow \frac{\Delta ق(س)}{١١} = -٦ \Leftarrow \Delta ق(س) = -٦ \times ١١$

$\Delta ق(س) = -٦٦$

• 2022 دورثاني/ إذا كان مقدار التغير في س في $[١، ب]$ يساوي (١) وما قيمة الثابت ب

أ/ -١ ب/ صفر ج/ ١ د/ ٢

الحل/ $\Delta س = س_٢ - س_١ \Leftarrow ١ = ب - ١ \Leftarrow ب + ١ = ١ \Leftarrow ب = ٠$

• 2022 دورثالث/ اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) عندما تتغير س من $س_١ = ١$ إلى $س_٢ = ٤$ يساوي (١٣)، ما قيمة التغير في ص حيث $ص = ق(س)$:

أ/ ٣ ب/ ١٣ ج/ ٣٩ د/ ٥٢

الحل/ مكرر (2019 دورثالث).

• 2023 دورأول/ إذا كان متوسط تغير ق(س) في $[-٤، ٢]$ يساوي (٣) وكان $ق(-٤) = ٢$ ما قيمة ق(٢)

أ/ ٢٠ ب/ ٢٦ ج/ ١٦ د/ ١٨

الحل/ $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} \Leftarrow ٣ = \frac{ق(٢) - ق(-٤)}{٢-(-٤)} \Leftarrow ٣ = \frac{ق(٢) - ٢}{٦}$

$٣ \times ٦ = ق(٢) - ٢ \Leftarrow ١٨ + ٢ = ق(٢) \Leftarrow ٢٠ = ق(٢)$

• 2023 دورثاني/ ماميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين أ(١، ٣) و ب(٣، ٩)

أ/ -٣ ب/ ٣ ج/ ٢ د/ ٦

الحل/ $P(س_1, ص_1)$ $(3, 6, 1)$ $\quad$ $ن(س_2, ص_2)$ $(9, 6, 3)$

الميل $= \frac{د ص}{د س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{9-3}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$

• 2024 دور أول/ إذا كان متوسط تغير $ه(س)$ في $[-2, 1]$ يساوي (12) وكان $ه(2) = 27$ ما قيمة $ه(-1)$

أ/ $-18 + 27$ $\quad$ ب/ 9 $\quad$ ج/ -9 $\quad$ د/ 63

الحل/ $\frac{د ه(س)}{د س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(2) - ه(-1)}{2 - (-1)} = 12 \Leftarrow \frac{27 - ه(-1)}{3} = 12$

$27 - ه(-1) = 12 \times 3 \Leftarrow 27 - ه(-1) = 36 \Leftarrow ه(-1) = 27 - 36 = -9$

• 2024 دور ثاني/ إذا كان $ه(س) = س^2$ وتغيرت $س$ من $س_1 = 2$ إلى $س_2 = 5$ ما متوسط تغير $ه(س)$

أ/ $3 - 1$ $\quad$ ب/ 21 $\quad$ ج/ 25 $\quad$ د/ 7

الحل/ $\frac{د ه(س)}{د س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(5) - ه(2)}{5 - 2} = \frac{5^2 - 2^2}{3} = \frac{25 - 4}{3} = \frac{21}{3} = 7$

• 2024 دور ثالث (غزة)/ إذا كان $ص = ه(س)$ وكان متوسط تغير الاقتران في $[س_1, س_2]$ يساوي (-4) وكان $د س = 2$ ما قيمة $د ص$

أ/ 4 $\quad$ ب/ -3 $\quad$ ج/ 8 $\quad$ د/ -8

الحل/ $\frac{د ص}{د س} = -4 \Leftarrow \frac{د ص}{2} = -4 \Leftarrow د ص = 2 \times -4 = -8$

• 2024 دور ثالث (ضفة)/ إذا كان $ص = ه(س)$ وكان متوسط تغير $ه(س)$ عندما تتغير $س$ من (-2) إلى (3) هو (5) ما قيمة $د ص$:

أ/ 10 $\quad$ ب/ 25 $\quad$ ج/ 10 $\quad$ د/ 6

الحل/ $\frac{د ه(س)}{د س} = 0 \Leftarrow \frac{د ه(س)}{3 - (-2)} = 0 \Leftarrow \frac{د ه(س)}{5} = 5 \Leftarrow د ه(س) = 5 \times 5 = 25$

• 2025 دور أول/ إذا كان $ص = ه(س) = 1 - 3س$ وزادت $س$ من $س_1 = 3$ بمقدار 2 ما قيمة متوسط تغير الاقتران $ه(س)$

أ/ -6 $\quad$ ب/ -3 $\quad$ ج/ 3 $\quad$ د/ -7

الحل/ زادت $س$ بمقدار $2 \Leftarrow س_2 = س_1 + 2$

$س_2 = 3 + 2 = 5$

$\frac{د ه(س)}{د س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(5) - ه(3)}{5 - 3} = \frac{(1 - 3 \times 5) - (1 - 3 \times 3)}{2} = \frac{(1-10) - (1-9)}{2} = \frac{-8 + 8}{2} = \frac{0}{2} = 0$

أ.مي حواري

"عز المرء تقواه"

• 2025 سلفيت/ إذا كان متوسط التغير للاقتران ص = ه(س) على [٥،٣] يساوي $(\frac{3}{2})$ فإن التغير في الاقتران ق(س) = ٢ه(س) - ٥ على الفترة نفسها

الحل/ $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(٥) - ه(٣)}{٥ - ٣} = \frac{ه(٥) - ه(٣)}{2} = \frac{3}{2}$

$ه(٥) - ه(٣) = ٣$

$\Delta ق(س) = ق(س_2) - ق(س_1) = ق(٥) - ق(٣) = (٢ه(٥) - ٥) - (٢ه(٣) - ٥)$

$\Delta ق(س) = ٢ه(٥) - ٥ - ٢ه(٣) + ٥ = ٢ه(٥) - ٢ه(٣)$ «اخراج ٢ عامل مشترك»

$\Delta ق(س) = ٢(ه(٥) - ه(٣)) = ٢ \times ٣ = ٦$

ص/ ٣ ل/ ٦ ع/ ٢ — ف/ $\frac{3}{2}$

• خارجي/ إذا كان ه(٣) = ٢ه(٥) وكان متوسط تغير ه(س) في [٣،٥] يساوي (٢) ما قيمة $\frac{ه(٥)}{ه(٣)}$

الحل/ $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(٥) - ه(٣)}{٥ - ٣} = ٢ \Leftarrow \frac{ه(٥) - ٢ه(٥)}{2} = ٢$

$-ه(٥) = ٢ \times ٢ \Leftarrow ه(٥) = -٤$

ص/ -٤ ل/ ٢ — ف/ ٤

• خارجي تفوق/ إذا كان ل(س) = س ه(س) وكان متوسط تغير ل(س) في [-٢،٤] يساوي ١٢ ما قيمة ه(-٢) = ل(٤) = ٦

الحل/ $\frac{\Delta ل(س)}{\Delta س} = \frac{ل(س_2) - ل(س_1)}{س_2 - س_1} = ١٢ \Leftarrow \frac{ل(٤) - ل(-٢)}{6} = ١٢ \Leftarrow \frac{٦ - ل(-٢)}{6} = ١٢$

$٦ - ل(-٢) = ٦ \times ١٢ \Leftarrow ٦ - ٢ه(-٢) = ٧٢ \Leftarrow ٢ه(-٢) = -٦٦ \Leftarrow ه(-٢) = -٣٣$

ص/ ٣٩ ل/ -٦٦ — ف/ ٣٣

• خارجي تفوق/ إذا كان ه(س) - ق = $س^3 + ٣س^2 + ٢ق$ وكان متوسط تغير ه(س) للفترة [٢،٦] يساوي (٦) ما قيمة/ قيم الثابت ق

الحل/ $ه(س) - ق = س^3 + ٣س^2 + ٢ق$

$ه(س) = س^3 + ٣س^2 + ٣ق$

$\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(٦) - ه(٢)}{٦ - ٢} = \frac{(٦^3 + ٣ \times ٦^2 + ٣ق) - (٢^3 + ٣ \times ٢^2 + ٣ق)}{4} = ٦$

$٦ = (٢١٦ + ٣٦ + ٣ق) - (٨ + ١٢ + ٣ق) \Leftarrow ٦ = ٢٤ + ٦ق - ٢٠ - ٣ق$

$٦ = ٣ق + ٤ \Leftarrow ٣ق = ٢ \Leftarrow ق = \frac{2}{3}$

ص/ ٢ ل/ -١ — ف/ -٣

أ.مي حواري

«ثم لن ينقذك من كثرة التراكمات .. إلا جدية العمل»

• خارجي تفوق/ إذا كان متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ في $[س_1، س_2]$ يساوي (٨) ما متوسط تغير الاقتران $ك(س) = \frac{3}{8} ق(س) + 12$ لتلك الفترة

ج/ ٥ ، د/ ٤ ، ب/ ٣ ، أ/ ٢

الحل/

$$\frac{د ق(س)}{د س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = 8$$

$$\frac{د ك(س)}{د س} = \frac{ك(س_2) - ك(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{(\frac{3}{8} ق(س_2) + 12) - (\frac{3}{8} ق(س_1) + 12)}{(س_2 - س_1)}$$

$$= \frac{\frac{3}{8} ق(س_2) + 12 - \frac{3}{8} ق(س_1) - 12}{(س_2 - س_1)} = \frac{\frac{3}{8} ق(س_2) - \frac{3}{8} ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{\frac{3}{8} (ق(س_2) - ق(س_1))}{(س_2 - س_1)} = \frac{3}{8} \times 8 = 3$$

• القسم الثاني / أجب عن الأسئلة الآتية :

• 2020 دور أول/ إذا كان متوسط تغير في الاقتران $ك(س) = ق(س) + 2س$ عندما تتغير س من $س_1 = ب$ إلى $س_2 = 1$ يساوي ٨ و ما متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = ب$ إلى $س_2 = 1$

الحل/

$$* \frac{د ك(س)}{د س} = \frac{ك(س_2) - ك(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ك(1) - ك(ب)}{1 - ب} = 8 \Leftarrow ك(1) - ك(ب) = 8$$

$$ك(س) = ق(س) + 2س \Leftarrow ق(س) = ك(س) - 2س$$

$$\frac{د ق(س)}{د س} = \frac{ق(1) - ق(ب)}{1 - ب} = \frac{(ك(1) - 2) - (ك(ب) - 2ب)}{1 - ب}$$

$$= \frac{ك(1) - 2 - ك(ب) + 2ب}{1 - ب} = \frac{(ك(1) - ك(ب)) + 2 - 2ب}{1 - ب}$$

$$= \frac{8 - 2 - 2ب}{1 - ب} = \frac{6 - 2ب}{1 - ب} = \frac{2(3 - ب)}{1 - ب} = 2$$

أ.مي حواري

• 2020 دور ثاني/ إذا كان متوسط تغير في الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = 3$ يساوي (٧) و حد متوسط التغير في $ك(س) = 3ق(س) - س$ عندما تتغير س من $س_1 = ب$ إلى $س_2 = 3$

الحل/ $\frac{د ق(س)}{د س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(3) - ق(1)}{3 - 1} = 7 \Leftarrow \frac{ق(3) - ق(1)}{2} = 7$

$$\Leftarrow ق(3) - ق(1) = 14$$

$$\frac{د ك(س)}{د س} = \frac{ك(3) - ك(1)}{3 - 1} = \frac{(3ق(3) - 3) - (3ق(1) - 1)}{2} = \frac{3ق(3) - 3ق(1) + 1}{2}$$

$$= \frac{(3ق(3) - 3ق(1)) + (-3 + 1)}{2} = \frac{3(ق(3) - ق(1)) + (-2)}{2} = \frac{3 \times 14 - 2}{2}$$

$$= \frac{42 - 2}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

• 2020 دور ثالث/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \sqrt{س - ٣}$ أحد متوسط تغير الاقتران $ك(س) = ق(س) + ٢س$ عندما تتغير س من $س_١ = ٧$ إلى $س_٢ = ٤$

الحل/ $ك(س) = ق(س) + ٢س$

$\Leftarrow ك(س) = \sqrt{س - ٣} + ٢س$

$$\frac{\Delta ك(س)}{\Delta س} = \frac{ك(س_٢) - ك(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ك(٤) - ك(٧)}{٤ - ٧} = \frac{(\sqrt{٤ - ٣} + ٢\times٤) - (\sqrt{٧ - ٣} + ٢\times٧)}{-٣}$$

$$= \frac{(\sqrt{١ + ٧} + ٨) - (\sqrt{٤ + ٣} + ١٤)}{-٣} = \frac{(١+٨) - (٢+١٤)}{-٣} = \frac{٩ - ١٦}{-٣} = \frac{-٧}{-٣} = \frac{٧}{٣}$$

• 2023 دور ثاني + ثالث/ أجد متوسط التغير للاقتران $ص = ق(س) = س^٢ - ١$ عندما $س_١ = ٢$

$\Delta س = ٤$

الحل/ $\Delta س = س_٢ - س_١ \Leftarrow ٤ = س_٢ - ٢ \Leftarrow ٤ + ٢ = س_٢ \Leftarrow ٦ = س_٢$

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٦) - ق(٢)}{٦ - ٢} = \frac{(٦^٢ - ١) - (٢^٢ - ١)}{٤} = \frac{(٣٦ - ١) - (٤ - ١)}{٤}$$

$$= \frac{٣٥ - ٣}{٤} = \frac{٣٢}{٤} = ٨$$

أ.مي حواري

• 2023 دور أول/ إذا كان $ق(س) = س + ٧$ أجد ميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين $P(٢, ق(٢))$ و $ب(٣, ق(٣))$

الحل/ $ق(٢) = ٢ + ٧ = ٩ \Leftarrow P(٢, ٩)$

$ق(٣) = ٣ + ٧ = ١٠ \Leftarrow ب(٣, ١٠)$

$P(\underset{س}{٢}, \underset{ص}{٩})$ $ب(\underset{س}{٣}, \underset{ص}{١٠})$

الميل $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١٠ - ٩}{٣ - ٢} = \frac{١}{١} = ١$

• 2024 دور ثالث (غزة)/ إذا كان $ص = ق(س)$ اقترانًا و كان متوسط تغير $ق(س)$ في $[١, ٤]$ يساوي ١٣ و $ص$

١/ $ق(٤)$ علمًا بأن $ق(١) = ٦$ ٢/ $\Delta ص$

الحل/ ١/ $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} \Leftarrow ١٣ = \frac{ق(٤) - ق(١)}{٤ - ١} \Leftarrow ١٣ = \frac{ق(٤) - ٦}{٣}$

$\Leftarrow ١٣ \times ٣ = ق(٤) - ٦ \Leftarrow ٣٩ = ق(٤) - ٦ \Leftarrow ٣٩ + ٦ = ق(٤)$

$ق(٤) = ٤٥$

٢/ $\Delta ص = ق(س_٢) - ق(س_١) = ق(٤) - ق(١) = ٤٥ - ٦ = ٣٩$

• 2025 دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = س^٣ - ١$ و $\Delta س = ٢$ و $ص = ٣$

١/ $س_١$ ٢/ متوسط تغير الاقتران $ق(س)$.

الحل/ ١/ $س_٢ - س_١ = د س \Leftarrow س_٢ - ٢ = ٣ \Leftarrow س_٢ = ٣ + ٢ \Leftarrow س_٢ = ٥$

$$١٢ \quad \frac{د\,ه(س)}{د\,س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{٣} = \frac{ه(٥) - ه(٢)}{٣} = \frac{(٥^٢ - ١) - (٢^٢ - ١)}{٣} = \frac{(٢٥ - ١) - (٤ - ١)}{٣}$$

$$= \frac{٢٤ - ٣}{٣} = \frac{٢١}{٣} = ٧$$

• 2025 القدس/ إذا كان متوسط تغير $ه(س) = س^٢ + ١$ في $[٩، ٩+١]$ يساوي (٥) و ما قيمة الثابت ٩

الحل/ $$\frac{د\,ه(س)}{د\,س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ه(٩+١) - ه(٩)}{٩+١-٩} = ٥$$

$$\Leftarrow (٩+١)^٢ + ١ - (٩^٢ + ١) = ٥ \Leftarrow ٩^٢ + ٢٩ + ١ + ١ - ٩^٢ - ١ = ٥$$

فرق مربعين: $س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$

$$\Leftarrow (٩+١)^٢ - ٩^٢ = ٥ \Leftarrow (٩+١+٩)(٩+١-٩) = ٥ \Leftarrow ٢٩ + ١ = ٥$$

$$\Leftarrow ٢٩ = ٥ - ١ \Leftarrow \frac{٢٩}{٢} = \frac{٤}{٢} \Leftarrow ٩ = ٢$$

• خارجي/ إذا كان متوسط التغير للاقتران $ه(س) = \frac{د}{س}$ عندما تتغير س من ١ إلى (٥) يساوي $-\frac{٣}{٥}$ ما قيمة الثابت ٩

الحل/ $$\frac{د\,ه(س)}{د\,س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ه(٥) - ه(١)}{٥ - ١} = -\frac{٣}{٥} \Leftarrow \frac{\left(\frac{د}{٥} - \frac{د}{١}\right)}{٤} = -\frac{٣}{٥}$$

$$\frac{د}{٥} - د = -\frac{٣}{٥} \times ٤ \Leftarrow -\frac{٤د}{٥} = \frac{٨ \times ٥}{٥} - \frac{د}{٥} \Leftarrow -\frac{١٢}{٥} = \frac{٤٠ - د٥}{٥} \Leftarrow -١٢ = -٤د \Leftarrow \frac{-١٢}{-٤} = \frac{-٤د}{-٤}$$

$$\Leftarrow د = ٣$$

أ.مي حواري

• خارجي/ إذا كان $ه(س) = س^٣ + ٥ب س - ١$ وكان متوسط تغير الاقتران $ه(س)$ في $[١، ٤]$ يساوي (٨) و ما قيمة الثابت $ب$

الحل/ $$\frac{د\,ه(س)}{د\,س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ه(٤) - ه(١)}{٤ - ١} = \frac{(٤^٣ + ٤ب - ١) - (١^٣ + ٥ \times ١ - ١)}{٣} = ٨$$

$$\Leftarrow (٦٤ + ٤ب - ١) + (١ + ٥ب - ١) = ٨ \times ٣ \Leftarrow ٥٩ + ٤ب - ب = ٢٤$$

$$\Leftarrow ٣ب = ٩ \Leftarrow ب = ٣$$

• خارجي/ اذا كان متوسط تغير $ه(س) = س^٣ - ٣س + ٥$ في $[٢، ٩]$ يساوي (٤) و ما قيمة الثابت ٩

الحل/ $$\frac{د\,ه(س)}{د\,س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ه(٩) - ه(٢)}{٩ - ٢} = ٤$$

$\leftarrow \frac{(أ^3-3أ^2+5)-(2^3-3\times2^2+5)}{أ-2} = 4 \Leftarrow \frac{(أ^3-3أ^2+5)-(-3)}{أ-2} = 4$

$\Leftarrow \frac{(أ-1)(أ-2)}{أ-2} = 4 \Leftarrow \frac{أ^3-3أ^2+2}{أ-2} = 4 \Leftarrow \frac{(أ^3-3أ^2+5)-3}{أ-2} = 4$ ، $أ \neq 2$

$أ-1=3 \Leftarrow أ=3+1 \Leftarrow أ=4$

• خارجي/ إذا كان $ق(س) = 6س + \sqrt{6س-2}$ ، جد متوسط تغير في الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = 3$

الحل $\frac{د ق(س)}{د س} = \frac{ق(س_2)-ق(س_1)}{س_2-س_1} = \frac{ق(3)-ق(1)}{3-1} = \frac{(6\times3+\sqrt{6\times3-2})-(6+\sqrt{6-2})}{2}$

$= \frac{(18+\sqrt{18-2})-(6+\sqrt{4})}{2} = \frac{(18+\sqrt{16})-(6+2)}{2} = \frac{(18+4)-8}{2}$

$= \frac{22-8}{2} = \frac{14}{2} = 7$

• خارجي/ إذا كان الاقتران $ك(س) = \frac{4}{ق(س)}$ ، ما متوسط تغير الاقتران $ك(س)$ على الفترة $[1,4]$ علماً بأن مقدار التغير في $ق(س)$ في $[1,4]$ = 6 وأن $ق(4) = 2$

الحل $د ق(س) = ق(س_2) - ق(س_1)$

$6 = ق(4) - ق(1) \Leftarrow 6 = 2 - ق(1) \Leftarrow 6 = -ق(1) \Leftarrow 4 = -ق(1)$

$\Leftarrow -4 = ق(1)$

$\frac{د ك(س)}{د س} = \frac{ك(س_2)-ك(س_1)}{س_2-س_1} = \frac{ك(4)-ك(1)}{4-1}$

$= \frac{\frac{4}{ق(4)} - ق(1)}{3} = \frac{\frac{4}{2} - \frac{4}{-4}}{3} = \frac{2-(-1)}{3} = \frac{3}{3} = 1$

• خارجي تفوق/ إذا كان مقدار التغير في الاقتران $ق(س) = ب س^3 + 3س - 3ب^2$ في $[-3,1]$ يساوي (-20) ، ما قيمة الثابت ب

الحل $د ق(س) = ق(س_2) - ق(س_1) \Leftarrow -20 = ق(3) - ق(-1)$

$\Leftarrow -20 = (ب(3)^3+3(3)-3ب^2) - (ب(-1)^3+3(-1)-3ب^2)$

$-20 = (27ب+6-3ب^2) - (-ب-3-3ب^2)$

$-20 = 27ب + 6 - 3ب^2 + ب + 3 + 3ب^2 \Leftarrow -20 = (27ب+ب) + (6+3)$

$-20 = 28ب + 9 \Leftarrow -28ب = 9+20 \Leftarrow -28ب = 29$

$ب = -1$

أ.مي حواري

• خارجي تفوق/ إذا كان متوسط تغير الاقتران $\theta(س) = س^{٣} هـ(س) + ٢س$ في الفترة $[-٣، ٣]$ يساوي (٦) و $هـ$ متوسط تغير اقتران $هـ(س)$ في $[-٣، ٣]$

الحل/

$$\frac{\Delta \theta(س)}{\Delta س} = \frac{\theta(س_٢) - \theta(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{\theta(٣) - \theta(-٣)}{٣ - (-٣)} = ٦ \Leftarrow \frac{(٣)^{٣} هـ(٣) + ٢(٣) - [(-٣)^{٣} هـ(-٣) + ٢(-٣)]}{٦} = ٦$$

$$\Leftarrow (٩ هـ(٣) + ٦) - (٩ هـ(-٣) - ٦) = ٦ \times ٦$$

$$٩ هـ(٣) + ٦ + ٦ - ٩ هـ(-٣) = ٣٦$$

$$٩ هـ(٣) - ٩ هـ(-٣) + ١٢ = ٣٦ \Leftarrow ٩[هـ(٣) - هـ(-٣)] = ٣٦ - ١٢$$

$$٩[هـ(٣) - هـ(-٣)] = ٢٤$$

$$هـ(٣) - هـ(-٣) = \frac{٢٤}{٩} \Leftarrow هـ(٣) - هـ(-٣) = \frac{٨}{٣}$$

$$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(-٣)}{٣ - (-٣)} = \frac{١}{٦} \times \frac{٨}{٣} = \frac{٤}{٩}$$

• خارجي تفوق/ إذا كان مقدار تغير الاقتران $هـ(س)$ في $[٢، ٤]$ يساوي (٩) وكان $\theta(س) - س = س هـ(س) - ٩$ و $ما$ متوسط تغير $\theta(س)$ في $[٢، ٤]$ علمًا بأن منحنى $هـ(س)$ يمر بالنقطة $(٤، ١٠)$

الحل/ $هـ(س)$ يمر بـ $(٤، ١٠) \Leftarrow هـ(٤) = ١٠$

$$\Delta \theta(س) = \theta(س_٢) - \theta(س_١)$$

$$٩ = \theta(٤) - \theta(٢) \Leftarrow ٩ = ١٠ - هـ(٢) \Leftarrow هـ(٢) = ١٠ - ٩$$

$$هـ(٢) = ١$$

$$\theta(س) - س = س هـ(س) - ٩$$

$$\theta(س) = س هـ(س) + س - ٩$$

$$\frac{\Delta \theta(س)}{\Delta س} = \frac{\theta(٤) - \theta(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٤ هـ(٤) + ٤ - ٩) - (٢ هـ(٢) + ٢ - ٩)}{٢}$$

$$= \frac{(١٠ + ٤) - (-٥) - (٢ \times ١ + (-٧))}{٢} = \frac{(٤ - ٥) + (-٢)(-٧)}{٢} = \frac{-٥ - ٣٥}{٢}$$

$$= \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

أ.مي حواري

لِمَ لا تهدأ قليلًا..

ذاكَ التّسارُع في كلّ شيءٍ؛ لن يُنتج ثمرةً تُرضيك، لِمَ لا تَقِفُ قليلًا معك، تنظر اتّجاه قلبك، وبوصلة

خُطاك؟

نحتاج أنفاسَك اليوم، وثباتُك كلّ يوم، نحتاج ذاكَ الفتى الأمَل، مُعلّم العمل، فارس الفكرة، المُتعَب

الدرس الثاني | مفهوم المشتقة الأولى

• القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة

• 2019 دور ثاني / إذا كان متوسط تغير ص = ق(س) عندما تتغير س من س١ = ٣ إلى س٢ = ٣+هـ يساوي $\frac{٢}{-١+هـ}$ ، ما قيمة ق(٣)

د/ -١ | ج/ ٠ | ب/ -٢ | أ/ ٢

الحل/ $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{٣+هـ-٣} = \frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{هـ} = \frac{٢}{-١+هـ}$

ق(٣) = نهـا $\frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{هـ}$ = نهـا $\frac{٢}{-١+هـ}$ = $\frac{٢}{-١+٠}$ = -٢

• 2020 دور أول / إذا كان ق(٤) = ٥ ، ق'(٤) = -٨ ما قيمة نهـا $\frac{ق(٤)-ق(٤+هـ)}{٢هـ}$

أ/ -٤ | ب/ $\frac{٥}{٢}$ | ج/ ٤ | د/ $\frac{-٥}{٢}$

الحل/ نهـا $\frac{ق(٤)-ق(٤+هـ)}{٢هـ}$ = نهـا $\frac{-(ق(٤+هـ)-ق(٤))}{٢هـ}$ ... اخراج (-) كعامل مشترك من البسط

= $\frac{-١}{٢}$ نهـا $\frac{ق(٤+هـ)-ق(٤)}{هـ}$ = $\frac{-١}{٢}$ ق'(٤) = $\frac{-١}{٢}$ × -٨ = ٤

• 2020 دور ثاني / أي النهايات التالية تمثل ق'(٣)

أ/ نهـا $\frac{ق(٣)-ق(٣+هـ)}{هـ}$ | ب/ نهـا $\frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{٣هـ}$ | ج/ نهـا $\frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{هـ}$

د/ نهـا $\frac{ق(٣+هـ)+ق(٣)}{٣هـ}$

الحل/ ق'(س١) = نهـا $\frac{ق(س١+هـ)-ق(س١)}{هـ}$ ⇐ ق'(٣) = نهـا $\frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{هـ}$

• 2021 دور أول / إذا كان ق(س) = ٢ - س٢ ، نهـا $\frac{ق(ف+هـ)-ق(ف)}{هـ}$ = -٦ ، ما قيمة الثابت ف

أ/ ٤ | ب/ -٣ | ج/ ٣ | د/ -٤

الحل/ نهـا $\frac{ق(ف+هـ)-ق(ف)}{هـ}$ = ق'(ف) = -٦

ق(س) = ٢ - س٢ ⇐ ق'(س) = -٢س ⇐ ق'(ف) = -٢ف

$\frac{-٦}{-٢} = \frac{-٢ف}{-٢}$ ⇐ ف = ٣

أ.مي حواري

• 2021 دور ثاني / إذا كان ص = $\frac{٨هـ - هـ^٢}{٤}$ هي مقدار التغير في ص = ق(س) عندما تتغير س من ٥ إلى ٥+هـ ما قيمة ق'(٥)

أ/ ٥ | ب/ ٨ | ج/ $\frac{-٣}{٤}$ | د/ ٢

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(٥+هـ)-ق(٥)}{٥+هـ-٥} = \left(\frac{٨هـ-هـ^٢}{٤}\right) \div (هـ) = \frac{٨هـ-هـ^٢}{٤} \times \frac{١}{هـ}$

⇐ $\frac{ق(٥+هـ)-ق(٥)}{هـ} = \frac{ق(٨-هـ)}{٤هـ} = \frac{٨-هـ}{٤}$

$$\text{ق}'(٥) = \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٥+\text{هـ}) - \text{ق}(٥)}{\text{هـ}} = \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\left(\frac{٨-\text{هـ}}{٤}\right) - \frac{٨-}{٤}}{\text{هـ}} = \frac{٨}{٤} = ٢$$

2022. دورثاني/ إذا كان $\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(١+\text{هـ}) - \text{ق}(١)}{٢\text{هـ}} = ٢$ و $\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٢+\text{هـ}) - \text{ق}(٢)}{\text{هـ}}$ و $\text{ق}'(٢) = -١$

ما قيمة $\text{ق}'(١) + \text{ق}'(٢)$

ف ٢٠١٥ — ب/ -٤ — ج/ ٥٥ — د/ ٥

الحل/

$$\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(١+\text{هـ}) - \text{ق}(١)}{٢\text{هـ}} = ٢ \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٢+\text{هـ}) - \text{ق}(٢)}{\text{هـ}}$$

$$\Leftarrow \frac{١}{٢} \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(١+\text{هـ}) - \text{ق}(١)}{\text{هـ}} = ٢\,\text{ق}'(٢)$$

$$\frac{١}{٢}\,\text{ق}'(١) = ٢ \times -١ \Leftarrow \frac{\text{ق}'(١)}{٢} = -٢ \Leftarrow \text{ق}'(١) = ٢ \times -٢ = -٤$$

المطلوب/ $\text{ق}'(١) + \text{ق}'(٢) = -٤ + -١ = -٥$

أ.مي حواري

• 2022 دورثالث/ إذا كانت $\text{ق}'(٣) = -١٦$ ما قيمة $\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣+\text{هـ}) - \text{ق}(٣)}{٢\text{هـ}}$

ف ٢٠١٣ — ب/ -٤ — ج/ ٤ — د/ -٨

الحل/

$$\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣+\text{هـ}) - \text{ق}(٣)}{٢\text{هـ}} = \frac{١}{٢} \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣+\text{هـ}) - \text{ق}(٣)}{\text{هـ}} = \frac{١}{٢}\,\text{ق}'(٣) = \frac{١}{٢} \times -١٦ = -٨$$

• 2024 دورثاني/ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^٣ - ١$ ما قيمة $\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(٣+\text{هـ})}{٢\text{هـ}}$

ف ٢٠١٣ — ب/ ٢٦ — ج/ -٢٦ — د/ ١٣

الحل/

$$\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(٣+\text{هـ})}{٢\text{هـ}} = \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{-(\text{ق}(٣+\text{هـ}) - \text{ق}(٣))}{٢\text{هـ}} = -\frac{١}{٢} \lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(٣+\text{هـ}) - \text{ق}(٣)}{\text{هـ}}$$

$$= -\frac{١}{٢}\,\text{ق}'(٣) = -\frac{١}{٢}(٣^٣ - ١) = -\frac{١}{٢}(٢٧ - ١) = -\frac{١}{٢} \times ٢٦ = -١٣$$

• 2022 قباطية/ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^٢ + ٥$ وكانت $\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(\text{م}) - \text{ق}(\text{م}+\text{هـ})}{\text{هـ}} = -١٦$

ما قيمة الثابت م

ف ١٦ — ب/ -١٦ — ج/ -٢ — د/ ٢

الحل/

$$\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(\text{م}) - \text{ق}(\text{م}+\text{هـ})}{\text{هـ}} = -\lim_{\text{هـ}\to ٠} \frac{\text{ق}(\text{م}+\text{هـ}) - \text{ق}(\text{م})}{\text{هـ}} = -\,\text{ق}'(\text{م}) = -١٦ \Leftarrow -١٠ \times$$

$$\Leftarrow \text{ق}'(\text{م}) = ١٦$$

$$\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^٣ + ٥ \rightsquigarrow \text{ق}'(\text{س}) = ١٢\text{س}^٢ \rightsquigarrow \text{ق}'(\text{م}) = ١٢\text{م}^٢ = ١٦$$

$$\text{م}^٢ = ٤$$

أزل متابعة المشاهير وانتبه لنفسك .. دقائق حياتك أنت أحق بها...
لا تغرينك القشور ... وبأخذك الفراغ عن العبور . تفاصيل التفاهة لا تليق بك .. فارتفع!

• 2025 القدس/ إذا كان $ق(س) = 4س^2 + 5$ وكانت $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2) - ق(2+هـ)}{هـ} = -16$ ما قيمة الثابت م

أ/ 16 ب/ -16 ج/ 2 د/ 2

مكرر « السؤال السابق/ 2022 قباضية »

• 2025 طولكرم/ إذا كان $ق(س) = (س+1)(3س-1)$ ما قيمة $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{3هـ}$

أ/ 3 ب/ 9 ج/ -3 د/ -9

الحل/

الأول الثاني
$ق(س) = (س+1)(3س-1)$

$ق'(س) = (س+1) \times 3 + (3س-1) \times 1$

$ق'(2) = (2+1)(2) + (3 \times 2 - 1) = 3 \times 2 + (4-1) = 6+3 = 9$

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{3هـ} = \frac{1}{3} \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ} = \frac{1}{3} ق'(2) = \frac{1}{3} \times 9 = 3$

أ.مي حواري

• 2025 نابلس/ إذا كانت $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(1+هـ) - ق(1)}{2هـ} = 2$ فإن $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ} = -1$

ما قيمة $ق'(1) + ق'(2)$

أ/ -5 ب/ -4 ج/ 5 د/ 5

الحل/ مكرر (2022 دورة ثاني)

• 2025 بيت لحم/ إذا كان متوسط تغير $ق(س)$ عندما تتغير $س$ من $س_1 = 2$ إلى $س_2 = 2+هـ$ يساوي $\frac{هـ^2 - 4}{هـ - 2}$ ، جد $ق'(2)$

أ/ 1 ب/ 2 ج/ 4 د/ 3

الحل/ $\frac{د ق(س)}{د س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{2+هـ-2} = \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ} = \frac{هـ^2 - 4}{هـ - 2}$

$ق'(2) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ} = \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ^2 - 4}{هـ - 2} = \lim_{ن \to -2} \frac{ن - 4}{ن - 2} = \frac{-4}{-2} = 2$

• 2025 بيت لحم/ إذا كان $ق(س) = 5س^3 - 3س^2 + س$ ، جد $\lim_{هـ \to 0} \frac{3ق(1) - 3ق(1+هـ)}{5هـ}$

أ/ -6 ب/ 6 ج/ 10 د/ -10

الحل/ $ق(س) = 5س^3 - 3س^2 + س \leftarrow ق'(س) = 5 \times 3س^2 - 3 \times 2س + 1$

$ق'(س) = 15س^2 - 6س + 1$

$\lim_{هـ \to 0} \frac{3ق(1) - 3ق(1+هـ)}{5هـ} = \lim_{هـ \to 0} \frac{-3(ق(1+هـ) - ق(1))}{5هـ} = \frac{-3}{5} \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(1+هـ) - ق(1)}{هـ}$

$= \frac{-3}{5} ق'(1) = \frac{-3}{5}(15(1)^2 - 6(1) + 1) = \frac{-3}{5}(15 - 6 + 1)$

$= \frac{-3}{5} \times 10 = -6$

• القسم الثاني/ أجب عن الأسئلة الآتية

• 2019 دور ثاني/ إذا كان $f(x) = x^2 - 1$ ، جد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة .

الحل/

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{h^2 + 2h - 0}{h}$

$\Rightarrow f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{h(h+2)}{h} = \lim_{h \to 0} (h+2) = 0 + 2$

$\Rightarrow f'(1) = 2$

$f(x) = x^2 - 1$

$f(1+h) = (1+h)^2 - 1$

$= (1 + 2h + h^2) - 1$

$= h^2 + 2h$

$f(1) = 1 - 1 = 0$

• 2019 دور ثاني/ إذا كان $f(x) = 3x - 7$ جد $f'(-2)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة .

الحل/

$f'(-2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(3h - 11) - (-11)}{h}$

$\Rightarrow f'(-2) = \lim_{h \to 0} \frac{3h - 11 + 11}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{3h}{h} = \lim_{h \to 0} (3)$

$\Rightarrow f'(-2) = 3$

$f(x) = 3x - 7$

$f(-2+h) = 3(h-2) - 7$

$f(h-2) = 3h - 6 - 7$

$= 3h - 11$

$f(-2) = 3 \times -2 - 7$

$= -6 - 7 = -11$

أ.مي حواري

• 2020 دور أول/ إذا كان $f(x) = x^2 + 3$ ، استخدم تعريف المشتقة عند نقطة لإيجاد $f'(2)$

الحل/

$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{(4 + 4h + h^2) - 4}{h}$

$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{h(4+h)}{h} = \lim_{h \to 0} 4 + h$

$\Rightarrow f'(2) = 4 + 0 = 4$

$f(x) = x^2 + 3$

$f(2+h) = (2+h)^2 + 3$

$= (4 + 2 \times 2 \times h + h^2) + 3$

$= 4 + 4h + h^2 + 3$

$= 7 + 4h + h^2$

$f(2) = 4 + 3 = 7$

• 2021 دور أول/ استخدم تعريف المشتقة عند نقطة لإيجاد مشتقة الاقتران $f(x) = x^2 + x$ عندما $x = 1$

الحل/

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{(3 + 3h + h^2) - 2}{h}$

$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{h(3+h)}{h} = \lim_{h \to 0} (3+h) = 3 + 0$

$\Rightarrow f'(1) = 3$

$f(x) = x^2 + x$

$f(1+h) = (1+h)^2 + (1+h)$

$= 1 + 2h + h^2 + 1 + h$

$= 2 + 3h + h^2$

$f(1) = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

• 2021 دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = ٥ - س^٣$ جد $ق'(٢)$ مستخدماً تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل/

$$ق'(٢) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(٢+ه) - ق(٢)}{ه}$$

$$ق'(٢) = \lim_{ه \to ٠} \frac{(١ - ٤ه - ه^٢) - ١}{ه}$$

$$ق'(٢) = \lim_{ه \to ٠} \frac{-٤ه - ه^٢}{ه} = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(-٤ - ه)}{ه} = -٤ - ٠ = -٤$$

$\Leftarrow ق'(٢) = -٤$

$ق(س) = ٥ - س^٣$

$ق(٢+ه) = ٥ - (٢+ه)^٣$

$= ٥ - (٤ + ٤ه + ه^٢)$

$= ٥ - ٤ - ٤ه - ه^٢$

$= ١ - ٤ه - ه^٢$

$ق(٢) = ٥ - ٢^٣ = ٥ - ٤ = ١$

أ.مي حواري

• 2021 دور ثالث/ استخدم تعريف المشتقة عند نقطة لإيجاد مشتقة الاقتران $ق(س) = ٨ - س^٣$ عندما $س = ٣$

الحل/

$$ق'(٣) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(٣+ه) - ق(٣)}{ه}$$

$$ق'(٣) = \lim_{ه \to ٠} \frac{(-١ - ٦ه - ه^٢) - (-١)}{ه}$$

$$ق'(٣) = \lim_{ه \to ٠} \frac{-٦ه - ه^٢ + ١}{ه} = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(-٦ - ه)}{ه}$$

$$ق'(٣) = \lim_{ه \to ٠} (-٦ - ه) = -٦ - ٠ = -٦$$

$ق(س) = ٨ - س^٣$

$ق(٣+ه) = ٨ - (٣+ه)^٣$

$= ٨ - (٩ + ٦ه + ه^٢)$

$= ٨ - ٩ - ٦ه - ه^٢$

$= -١ - ٦ه - ه^٢$

$ق(٣) = ٨ - ٣^٣ = ٨ - ٩ = -١$

• 2022 دور أول/ استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة لإيجاد مشتقة الاقتران

$ق(س) = س^٣ + س$ عندما $س = -\frac{١}{٢}$

الحل/

$$ق'(-\frac{١}{٢}) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(-\frac{١}{٢}+ه) - ق(-\frac{١}{٢})}{ه}$$

$$ق'(-\frac{١}{٢}) = \lim_{ه \to ٠} \frac{(ه^٣ - \frac{١}{٤}) - (-\frac{١}{٤})}{ه}$$

$$ق'(-\frac{١}{٢}) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه^٣ - \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}}{ه} = \lim_{ه \to ٠} ه^٢$$

$$ق'(-\frac{١}{٢}) = \lim_{ه \to ٠} ه = ٠$$

$ق(س) = س^٣ + س$

$ق(-\frac{١}{٢}+ه) = (-\frac{١}{٢}+ه)^٣ + (-\frac{١}{٢}+ه)$

$= -\frac{١}{٨} + ٣ \times \frac{١}{٤} ه + ٣ \times \frac{١}{٢} ه^٢ + ه^٣ - \frac{١}{٢} + ه$

$= -\frac{١}{٨} + \frac{٣}{٤} ه + ٣ ه^٢ + ه^٣ - \frac{١}{٢} + ه$

$= ه^٣ + ٣ ه^٢ + \frac{٧}{٤} ه - \frac{٥}{٨}$

$ق(-\frac{١}{٢}) = (-\frac{١}{٢})^٣ + (-\frac{١}{٢})$

$= -\frac{١}{٨} - \frac{١}{٢} = -\frac{٥}{٨}$

• 2022 دور ثاني/ استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في إيجاد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = ٢ - س^٣ + س$ عند $س = ن$

الحل/

$$ق'(ن) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(ن+ه) - ق(ن)}{ه} = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(ه) - ق(ن)}{ه}$$

$$ق'(ن) = \lim_{ه \to ٠} \frac{(-ه^٣ + ٣ه^٢ + ٢) - ٢}{ه} = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(-ه^٢ + ٣ه + ١)}{ه}$$

$$ق'(ن) = ن + ١ = ١$$

$ق(س) = -س^٣ + س + ٢$

$ق(ه) = -ه^٣ + ه + ٢$

$ق(ن) = -(ن)^٣ + ن + ٢ = ٢$

• 2022 دور ثالث / اذا كان $ق(س) = 3س^3 + 1$ جد $ق'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة .

الحل / $ق'(2) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(2+ه) - ق(2)}{ه}$

$ق'(2) = \lim_{ه \to 0} \frac{(13 + 12ه + 3ه^2) - 13}{ه}$

$ق'(2) = \lim_{ه \to 0} \frac{ه(12 + 3ه)}{ه} = 12 + 3 \times 0$

$\therefore ق'(2) = 12$

• $ق(س) = 3س^3 + 1$

• $ق(2+ه) = 3(2+ه)^3 + 1$

$= 3(2^3 + 3 \times 2^2 \times ه + 3 \times 2 \times ه^2 + ه^3) + 1$

$= 13 + 12ه + 3ه^2 + 1$

$= 13 + 12ه + 3ه^2$

• $ق(2) = 3(2)^3 + 1 = 3 \times 4 + 1$

$= 12 + 1 = 13$

أ.مي حواري

• 2023 دور أول / إذا كان $ق(س) = س + 7$ أجد $ق'(-1)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة .

الحل / $ق'(-1) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(-1+ه) - ق(-1)}{ه}$

$ق'(-1) = \lim_{ه \to 0} \frac{(-1+ه+7) - 6}{ه} = \lim_{ه \to 0} \frac{ه}{ه}$

$ق'(-1) = \lim_{ه \to 0} 1 = 1$

• $ق(س) = س + 8$

• $ق(-1+ه) = (-1+ه) + 8$

$= 7 + ه$

• $ق(-1) = -1 + 8 = 7$

• 2023 دور ثاني / اذا كان $ق(س) = \frac{1}{2}س^2$ أجد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة .

الحل /

$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$

$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{\frac{1}{2}س^2 + سه + \frac{1}{2}ه^2 - \frac{1}{2}س^2}{ه}$

$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ه(س + \frac{1}{2}ه)}{ه} = س + \frac{1}{2} \times 0$

$\therefore ق'(س) = س$

• $ق(س) = \frac{1}{2}س^2$

• $ق(س+ه) = \frac{1}{2}(س+ه)^2$

$= \frac{1}{2}(س^2 + 2سه + ه^2)$

$= \frac{1}{2}س^2 + سه + \frac{1}{2}ه^2$

• 2023 دور ثالث / إذا كان $ق(س) = س^3 + 5$ جد $ق'(ب)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة .

الحل / $ق'(ب) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(ه+ب) - ق(ب)}{ه}$

$ق'(ب) = \lim_{ه \to 0} \frac{ه^3 + 5 - 5}{ه} = \lim_{ه \to 0} \frac{ه^3}{ه}$

$ق'(ب) = \lim_{ه \to 0} ه^2 = ب^2 = ب$

• $ق(س) = س^3 + 5$

$ق(ه) = ه^3 + 5$

$ق(ب) = ب^3 + 5 = 5$

• 2024 دور أول / استخدم تعريف المشتقة الأولى لإيجاد مشتقة الاقتران $ق(س) = س^2 + 3$ عند $س = 3$

الحل/ $ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٤+٣هـ+هـ^٢) - (٤)}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٣+هـ)}{هـ} = ٣+٠$

$ق'(٢) = ٣$

• $ق(س) = س^٣ + ٢$

• $ق(٢+هـ) = (٢+هـ)^٣ + ٢$

$= ٨ + ٣×٤هـ + ٦هـ + هـ^٣ + ٢$

$= ١٠ + ١٢هـ + ٦هـ + هـ^٣$

• $ق(٢) = ٢^٣ + ٢ = ٨ + ٢ = ١٠$

• 2024 دورثاني/ إذا كان $ق(س) = ٣ - س^٣$ ، جد $ق'(١)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة

الحل/ $ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢-٣هـ-هـ^٣) - (٢)}{هـ}$

$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(-٣-هـ)}{هـ} = -٣-٠$

$ق'(١) = -٣$

• $ق(س) = ٣ - س^٣$

• $ق(١+هـ) = ٣ - (١+هـ)^٣$

$= ٣ - (١+٣هـ+٣هـ^٢+هـ^٣)$

$= ٣ - ١ - ٣هـ - ٣هـ^٢ - هـ^٣$

$= ٢ - ٣هـ - ٣هـ^٢ - هـ^٣$

• $ق(١) = ٣ - ١^٣ = ٣ - ١ = ٢$

• 2024 دورثالث (غزة)/ إذا كان $ق(س) = \frac{١}{٢}س^٤ + ٣$ ، جد $ق'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة عند $(س = ٢)$

الحل/ $ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٨+٣٢هـ+١٢هـ^٢+٤هـ^٣+\frac{١}{٢}هـ^٤) - (٨)}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٣٢+١٢هـ+٤هـ^٢+\frac{١}{٢}هـ^٣)}{هـ}$

$ق'(٢) = ٣٢ + ٠$

$ق'(٢) = ٣٢$

• $ق(س) = \frac{١}{٢}س^٤ + ٣$

• $ق(٢+هـ) = \frac{١}{٢}(٢+هـ)^٤ + ٣$

$= \frac{١}{٢}(١٦+٣٢هـ+٢٤هـ^٢+٨هـ^٣+هـ^٤) + ٣$

$= ٨+١٦هـ+١٢هـ^٢+٤هـ^٣+\frac{١}{٢}هـ^٤+٣$

$= ١١+١٦هـ+١٢هـ^٢+٤هـ^٣+\frac{١}{٢}هـ^٤$

• $ق(٢) = \frac{١}{٢}(٢)^٤ + ٣ = \frac{١٦}{٢} + ٣ = ٨+٣$

$= ١١$

أ.مي حواري

• 2024 دورثالث (الضفة) إذا كان $ق(س) = ٥س + ١$ ، جد $ق'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة

الحل/ $ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{١١+٥هـ-١١}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ}{هـ}$

$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} ٥ = ٥$

• $ق(س) = ٥س + ١$

• $ق(٢+هـ) = ٥(٢+هـ)+١$

$= ١٠+٥هـ+١$

$= ١١+٥هـ$

• $ق(٢) = ٥×٢+١ = ١٠+١ = ١١$

• 2025 دور أول/ إذا كان $ق(س) = س^3 + 1$ جد $ق'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة.

الحل/

$$ق'(3) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(3+هـ) - ق(3)}{هـ}$$

$$ق'(3) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{(10 + 6هـ + هـ^2) - 10}{هـ}$$

$$ق'(3) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ(6 + هـ)}{هـ} = 6 + 0 = 6$$

• $ق(س) = س^3 + 1$

• $ق(3+هـ) = (3+هـ)^3 + 1$

$= 9 + 6هـ + هـ^2 + 1$

$= 10 + 6هـ + هـ^2$

• $ق(3) = 3^3 + 1 = 9 + 1$

$= 10$

• 2025 دور ثاني/ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = 8 - 3س$ عندما $(س = 2)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة

الحل/

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ}$$

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{8 - 3(2+هـ) - 2}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{-3هـ}{هـ}$$

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} (-3) = -3$$

• $ق(س) = 8 - 3س$

• $ق(2+هـ) = 8 - 3(2+هـ)$

$= 8 - 6 - 3هـ$

$= 2 - 3هـ$

• $ق(2) = 8 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$

• قطاية 2022/ إذا علمت أن $ق'(4) = 12$ و جد ما يلي:

1/ $\text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(4+هـ) - ق(4)}{هـ}$

2/ $\text{نها}_{هـ \to 0} \frac{5ق(4) - 5ق(4+هـ)}{10هـ}$

الحل/ 1/ $\text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(4+هـ) - ق(4)}{هـ} = ق'(4) = 12$

2/ $\text{نها}_{هـ \to 0} \frac{5ق(4) - 5ق(4+هـ)}{10هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{-5(ق(4+هـ) - ق(4))}{10هـ} = \frac{-5}{10}$ $\text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(4+هـ) - ق(4)}{هـ}$

$= -\frac{5}{10} \times ق'(4) = -\frac{1}{2} \times 12 = -6$

أ.مي حواري

وإنّي أوصيكَ بك..

بقلبك، سِرّك، إخلاصك، صلاتك، قِيامك، مصحفك، أورادك، التِزامك، إلزامك، جدولك، خطّتك،

الدرس الثالث | قواعد الاشتقاق

• القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة:

• 2019 / إذا كان $ق(س) = -٥$ ، $ك(س) = ٢$ ، $ق(٧) = ٣$ ، $ك(٧) = -١$ ما قيمة $(٢ق \times ٣ك)'(٧)$

ب/ -٦ | ج/ ٦ | د/ -١٨ | ه/ ٦٦

الحل/ $(٢ق \times ٣ك)'(٧) = ٢ق(٧) \times ٣ك'(٧) + ٣ك(٧) \times ٢ق'(٧)$

$= (٢ \times -٥ \times ٣ \times -١) + (٣ \times ٢ \times ٢ \times ٣)$

$= ٣٠ + ٣٦ = ٦٦$

• 2019 دور أول / إذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٤س^{٢} + ٣س + ٢$ ما قيمة $ق'(٢)$

ب/ ٠ | ج/ ٤ | د/ ٢ | ه/ -١

الحل/ $ق'(س) = ٣س^{٢} - ٨س + ٣$

$ق'(س) = ٦س - ٨$

$ق'(٢) = ٦ \times ٢ - ٨ = ١٢ - ٨ = ٤$

أ.مي حوّاري

• 2019 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = ٢س^{٣} + ب س^{٢}$ وكان $ق'(١) = ١٠$ ما قيمة الثابت ب:

ب/ صفر | ج/ $\frac{١}{٥}$ | د/ ٥ | ه/ -١

الحل/ $ق'(س) = ٦س^{٢} + ٢ب س$

$ق'(س) = ١٢س + ٢ب$ ← $ق'(١) = ١٢ \times ١ + ٢ب$

$١٠ = ١٢ + ٢ب$ ← $٢ب = -٢$ ← $ب = -١$

• 2019 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = س^{٢} ك(س)$ وكان $ك(٣) = ٢$ ، $ك'(٣) = -\frac{١}{٦}$ ما قيمة $ق'(٣)$

ب/ ١٢ | ج/ ١٩ | د/ ١٧ | ه/ -١

الحل/ $ق(س) = س^{٢} \times ك(س)$ (الأول، الثاني)

$ق'(س) = س^{٢} ك'(س) + ك(س) \times ٢س$

$ق'(٣) = ٣^{٢} ك'(٣) + ٢ \times ٣ \times ك(٣)$

$ق'(٣) = (٩ \times -\frac{١}{٦}) + (٦ \times ٢) = ١٢ - ١٨ = -٦$

• 2019 دور ثالث / إذا كان $ق(س) = س^{٢} + ٥س + ١$ ما قيمة $نهـا_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$

ب/ ٥ | ج/ ٧ | د/ ١١ | ه/ ٢٥

الحل/ $نهـا_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ} = ق'(٣)$

$ق'(س) = ٢س + ٥$ ← $ق'(٣) = ٢ \times ٣ + ٥ = ٦ + ٥ = ١١$

• 2019 دور ثالث / إذا كان $غ(س) = ش - ب س^{٣} + ٤س$ ، $غ'(١) = ١٢$ ما قيمة الثابت ب

ب/ ٢ | ج/ -٦ | د/ صفر | ه/ -٢

الحل/ $ق(س) = ٤س^٣ - ٣ن س^٢ + ٤$

$ق'(س) = ١٢س^٢ - ٦ن س$

$ق''(س) = ٢٤س - ٦ن \Leftarrow ق''(١) = ٢٤ - ٦ن$

$١٢ = ٢٤ - ٦ن \Leftarrow ٦ن = ٢٤ - ١٢$

$\frac{٦ن}{٦} = \frac{١٢}{٦} \Leftarrow ن = ٢$

• 2019 دورثالث/ إذاكان $ه(س) = ل(س) \times ك(س)$ وكان $ل(٢) = ٥$ $ل'(٢) = ٣$ $ك(٢) = ٤$

$ق(٢) = ٦$ ماقيمة $ه'(٢)$

ب/ ٣ ج/ ٤ د/ ٤٣

الحل/ $ه(س) = ل(س) \times ك(س)$

$ه'(س) = ل(س) \times ك'(س) + ك(س) ل'(س)$

$ه'(٢) = ل(٢) ك'(٢) + ك(٢) ل'(٢)$

$ه'(٢) = (٥ \times ٦) + (٤ \times ٣) = ٣٠ + ١٢ = ٤٢$

أ.مي حواري

• 2020 دورأول/ إذاكان $ه'(٢) = -١٩$ $ق'(٢) = ٣$ $ه(٢) = ٣٩$ $ق(٢) = ٠$ ماقيمة $(\frac{ه}{ق})'(٢)$

ب/ ٢ ج/ ١ د/ ٣

الحل/ $(\frac{ه}{ق})'(٢) = \frac{ق(٢) ه'(٢) - ه(٢) ق'(٢)}{ق^٢(٢)} = \frac{(٠)(-١٩) - (٣٩)(٣)}{(٠)^٢} = \frac{٩}{٩} = ١$

• 2020 دورأول/ إذاكان $ص = ٣س^٤ + ٢س^٣$ وكان $\frac{ع ص}{ع س}\Big|_{س=١} = ١٢$ ماقيمة الثابت $ا$

ب/ ١ ج/ $\frac{٣}{٢}$ د/ $\frac{٢}{٣}$

الحل/ $ص = ٣س^٤ + ٢س^٣$

$ص' = ٦س^٣ + ٣ا س^٢ \Leftarrow ص'_{س=١} = ٦ + ٣ا$

$١٢ = ٦ + ٣ا \Leftarrow ٣ا = ١٢ - ٦ = ٦$

$\frac{٦}{٦} = \frac{٦ا}{٦} \Leftarrow ا = ١$

• 2020 دورثاني/ إذاكان $ق'(٢) = ٥$ $ق(٢) = ٣$ ماقيمة $(٢ه - ٤ق)'(٢)$

ب/ ٦ ج/ ٢ د/ ١٤

الحل/ $(٢ه - ٤ق)'(٢) = ٢ه'(٢) - ٤ق'(٢)$

$= ٢ \times ٥ - ٤ \times ٣ = ١٠ - ١٢ = -٢$

• 2020 دورثاني/ إذاكان $ص = س^٤ - ٣ا س^٢ + ٥$ وكان $\frac{ع ص}{ع س^٢}\Big|_{س=٢} = ١٢$ ماقيمة الثابت $ا$

ب/ ٦ ج/ ٣- د/ ٤-

الحل/ $ص' = ٤س^٣ - ٣ا \times ٢س \Leftarrow ص'' = ١٢س^٢ - ٦ا$

$١٢ = ١٢(٢)^٢ - ٦ا$

$١٢ = ٤٨ - ٦ا \Leftarrow ٦ا = ٤٨ - ١٢ \Leftarrow \frac{٦ا}{٦} = \frac{٣٦}{٦} \Leftarrow ا = ٦$

• 2020 دور ثالث / إذا كان $ق(-2)=0$ و $هـ(-2)=1$ فما قيمة $(3هـ-ق)'(-2)$
ع/ 2 | ب/ -2 | ج/ 14 | د/ 16
الحل/
$(3هـ-ق)'(-2)=3هـ(-2)-ق(-2)$
$=3\times1-0=3-0=-2$

• 2020 دور ثالث / إذا كان $ق(س)=س^2+1$ فما قيمة $\lim_{هـ\to0}\frac{ق(1+هـ)-ق(1)}{هـ}$
ع/ 2 | ب/ 1 | ج/ ب | د/ 3
الحل/
$\lim_{هـ\to0}\frac{ق(1+هـ)-ق(1)}{هـ}=ق'(1)$
$ق(س)=س^2+1 \leftarrow ق'(س)=2س \leftarrow ق'(1)=2\times1=2$

أ.مي حواري

• 2020 دور ثالث / اذا كان $ق(س)=س^3-3س^2+ع$ فما قيمة $ق'(1)$
ع/ 3 | ب/ 3 | ج/ 6 | د/ صفر
الحل/
$ق'(س)=3س^2-6س \leftarrow ق''(س)=6س-6$
$ق''(1)=6\times1-6=6-6=ب$

• 2021 دور ثالث / إذا كان $ص=3س^3-5س+7$ فما قيمة $\frac{د^3ص}{دس^3}+\frac{د^2ص}{دس^2}+\frac{دص}{دس}$ عند $(س=2)$
ع/ 7 | ب/ 6 | ج/ صفر | د/ 13
الحل/
$ص=3س^3-5س+7$
$ص'=6س-5 \leftarrow ص''=6 \leftarrow ص'''=ب$
$ص'''+ص''+ص'=ب+6+6س-5=6س+1 \underset{س=2}{=} 6\times2+1=12+1=13$

• 2022 دور أول / إذا كانت $\lim_{هـ\to ب}\frac{ق(3)-ق(3+هـ)}{هـ}=-4$ فما قيمة $(س^2+ق)'(3)$
ع/ -10 | ب/ 2 | ج/ 5 | د/ 10
الحل/
$\lim_{هـ\to0}\frac{ق(3)-ق(3+هـ)}{هـ}=-\lim_{هـ\to0}\frac{ق(3+هـ)-ق(3)}{هـ}=-ق'(3)$
$-ق'(3)=-4 \leftarrow ق'(3)=4$
المطلوب/ $(س^2+ق)'(3)=2س+ق'(3) \underset{س=3}{=} 2\times3+4=6+4=10$

• 2022 دور أول / اذا كان $غ(س)=3س^4+ب س^2$ وكان $غ'(1)+غ(1)=15$ فما قيمة الثابت ب:
ع/ -4 | ب/ صفر | ج/ 5 | د/ 7
الحل/
$غ'(س)=12س^3+2ب س \leftarrow غ(س)=3س^4+ب س^2$

$\text{ق}'(1)+\text{ق}(1)=\text{ك}$ ⇐ $(12(1)^2+2\text{ن}(1))+(6(1)^3+2\text{ن})=\text{ك}$

$12+2\text{ن}+6+2\text{ن}=\text{ك}$

$\text{ك}+4\text{ن}=\text{ك}$ ⇐ $4\text{ن}=0$ ⇐ $\text{ن}=0$

• 2022 دورثاني/ إذا كان $\text{و}(س)\times س=1$ ما ميل $\text{ق}(-2)$ ص/ -2 ب/ -4 أ/ -16 د/ 2

الحل/ $\text{و}(س)\times س=1$ ⇐ $\text{و}(س)=\frac{1}{س}$ ⇐ $\text{و}(س)=س^{-1}$

$\text{ق}(س)=1\times س^{-2}$ ⇐ $\text{ق}'(-2)=\frac{-1}{(-2)^2}=\frac{-1}{4}$

طريقة (2): $\text{و}(س)\times س=1$ نشتق

$\text{و}(س)\times 1+س\,\text{ق}'(س)=0$

$\text{و}(-2)+-2\,\text{ق}'(-2)=0$

$-4+-2\,\text{ق}'(-2)=0$

$-2\,\text{ق}'(-2)=4$

$\text{ق}'(-2)=-2$

$\text{و}(س)\times س=1$

$\text{و}(-2)\times -2=1$

$\text{و}(-2)=\frac{1}{-2}=-4$

أ.مي حواري

• 2022 دورثاني/ إذا كان $\text{ص}=س^4-س$ ما قيمة $\frac{\text{د}^3\text{ص}}{\text{د}س^3}$ ص/ 24 ب/ 12س أ/ 12س-1 د/ صفر

الحل/ $\text{ص}=س^4-س$ ⇐ $\text{ص}'=4س^3-1$ ⇐ $\text{ص}''=12س^2$ ⇐ $\text{ص}'''=24س$

• 2022 دورثاني/ إذا كان $\text{ل}(س)=س\,\text{و}(س)+3$ و $\text{ن}(2)=\text{ق}(2)=-3$ ما قيمة $\text{و}'(2)$ ص/ 4 ب/ 3 أ/ 2 د/ 9

الحل/ $\text{ل}(س)=س\,\text{و}(س)+3$

$\text{ل}'(س)=س\,\text{و}'(س)+\text{و}(س)\times 1+0$

$\text{ل}'(2)=2\,\text{و}'(2)+\text{و}(2)$

$-3=2\times -3+\text{و}(2)$ ⇐ $-3=-6+\text{و}(2)$ ⇐ $\text{و}(2)=-3+6$

$\text{و}(2)=3$

• 2022 دورثاني/ اذا كان $\text{و}(س)=7س^3-\frac{1}{2}س^2+3س$ ما قيمة $\text{ق}'(1)$ ص/ 22 ب/ 14 أ/ 42 د/ صفر

الحل/ $\text{و}(س)=7س^3-\frac{1}{2}س^2+3س$

$\text{ق}'(س)=21س^2-\frac{1}{2}\times 2س+3$

$\text{ق}'(س)=42س-1$

$\text{ق}'(1)=42\times 1-1=42-1=41$

• 2023 دور ثالث/ اذا كان $ق(س) = س^3 - س + 1$ ما قيمة $ق^{(3)}(س)$
م/ $3س^2 - 1$ ب/ 6 ج/ 6س د/ صفر
الحل/
$ق(س) = س^3 - س + 1$
$ق'(س) = 3س^2 - 1 \leftarrow ق''(س) = 6س \leftarrow ق^{(3)}(س) = 6$

• 2024 دور أول/ إذا كان $ص = ق(س) = س^2 + 3س$ ، ما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = 2$ $\left(\text{حيث } \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}\right)$
م/ 7 ب/ 49 ج/ 2 د/ 6
الحل/ $ص = ق(س) = س^2 + 3س \Rightarrow ق'(س) = 2س + 3 \leftarrow ق'(2) = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$
المطلوب $\frac{د ص}{د س}$ $\left(\text{حيث } \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}\right)$
$= ق'(س) \times ق'(س) \Big|_{س=2} = (ق'(2))^2 = 7^2 = 49$

• 2024 دور ثاني/ اذا كان $ق(س) = (س^2 + 2) \times ك(س)$ وكان $ق'(1) = 9$ ، $ك(1) = 3$ ما قيمة $ك'(1)$
م/ 1 ب/ -1 ج/ 15 د/ 14
الحل/
$ق(س) = (س^2 + 2) \times ك(س)$
$ق'(س) = (س^2 + 2) ك'(س) + ك(س) \times 2س$
$ق'(1) = (1^2 + 2) ك'(1) + ك(1) \times 2 \times 1$
$9 = 3 \times ك'(1) + 3 \times 2 \Rightarrow 9 = 3ك'(1) + 6 \Rightarrow 3 = 3ك'(1) \Rightarrow ك'(1) = 1$
(-6) (-6)

• 2024 دور ثالث (غزة)/ اذا كان $ق(س) = س^3 - جـ س$ ، $ق'(3) = ب$ ما قيمة الثابت جـ
م/ 6 ب/ -6 ج/ ب د/ 1
الحل/ $ق'(س) = 3س^2 - جـ$
$ق'(2) = 3 \times 2^2 - جـ \Rightarrow ب = 6 - جـ \Rightarrow جـ = 6$
أ.مي حواري

• 2025 دور أول/ إذا كان $ص = ق(س) = 3س^4 + ب س^2$ ، $ق'(1) = 14$ ما قيمة الثابت ب
م/ 5 ب/ -5 ج/ 10 د/ -10
الحل/ $ق(س) = 3س^4 + ب س^2 \leftarrow ق'(س) = 12س^3 + 2ب س$
$ق'(س) = 36س^2 + 2ب$
$ق'(1) = 36(1)^2 + 2ب$
$14 = 36 + 2ب \Rightarrow \frac{-22}{2} = \frac{2ب}{2} \Rightarrow ب = -5$
(-36) (-36)

• 2025 دور أول/ إذا كان $ق(س) = س^3 + 3س$ ، $ل(س) = ق(س) - 3ك(س)$ ، $ك(2) = 5$
$ك'(2) = 1$ ما قيمة $ل'(2)$
م/ 22 ب/ 5 ج/ 10 د/ 4

الحل/

$ل(س) = ه(س) - ٣هـ(س)$

$ل'(س) = ه'(س) - ٣هـ'(س)$

$ل'(٢) = ه'(٢) - ٣هـ'(٢)$

$ل'(٢) = ٧ - ٣×١$

$ل'(٢) = ٧ - ٣ = ٤$

$ه(س) = س^٣ + ٣س$

$ه'(س) = ٣س^٢ + ٣$

$ه'(٢) = ٣×٢^٢ + ٣ = ٤ + ٣ = ٧$

• 2025 دور أول/ إذا كان $ه(س) = (٥س - ١)(٢س)$ فما قيمة $ه'(١)$

أ/ ١٨ ب/ ٧ ج/ ١٠ د/ ٨

الحل/

$ه(س) = (٥س - ١)(٢س)$

$ه'(س) = (٥س - ١)×٢ + (٢س)×٥$

$ه'(١) = (٥ - ١)×٢ + (٢×١×٥) = (٤×٢) + ١٠ = ٨ + ١٠ = ١٨$

• 2025 دور أول/ إذا كان $ه(س) = ٩س^٢ + ١$ و $ه'(٢) = ٤$ فما قيمة/ قيم الثابت ٩

أ/ ٢ ب/ -٢ ج/ ±٢ د/ $\pm\sqrt{٦}$

الحل/

$ه(س) = ٩س^٢ + ١$ (٩ ثابت)

$ه'(س) = ٩ق_٢$ ← $ه'(٢) = ٩ق_٢$ ← $٤ = ٩ق_٢$ ← $ق_٢ = \frac{٤}{٩}$ ← $٩ = \pm٢$

• 2025 دور ثاني/ إذا كان $ه(س) = ٣هـ(س) + ٥$ و $هـ(س) = ٤ - س$ فما قيمة $ه'(١)$

أ/ ٨ ب/ ٢ ج/ -٣ د/ ٦

الحل/

$ه(س) = ٣هـ(س) + ٥$

$ه'(س) = ٣هـ'(س) + ٠$

$ه'(١) = ٣هـ'(١)$

$ه'(١) = ٣×-١ = -٣$

$هـ(س) = ٤ - س$

$هـ'(س) = -١$

$هـ'(١) = -١$

أ.مي حواري

• 2025 دور ثاني/ إذا كان $ص = س^٣ - س$ و $س = \frac{ص}{س^٢ + ١}$ فما قيمة $\frac{دص}{دس} + \frac{دص}{دس}$ عندما $س = ١$

أ/ ١٠ ب/ ٨ ج/ ١٢ د/ ٩

الحل/

$ص = س^٣ - س$

$ص' = ٣س^٢ - ١$

$ص'' = ٦س$

$ص + ص' + ص'' = س^٣ - س + ٣س^٢ - ١ + ٦س$ ، $س = ١$

$= ١ - ١ + ٣ - ١ + ٦ = ٢ + ٦ = ٨$

• 2023 حنون الصفيل/ إذا كان $ه(-١) = ٣$ و $ه'(-١) = ٥$ فما قيمة $(٣س^٤ × ه(س))'(-١)$

أ/ ٣ ب/ -٣ ج/ ١٥ د/ ٣٣

الحل/

$(٣س^٤ × ه(س))' = ٣س^٤ ه'(س) + ه(س) × ٦س$ ، $س = -١$

$\Leftarrow (3س^3 ه(س))'|_{س=-1} = 3(-1)^2 ق(-1) + ه(-1) \times 6 \times -1$
$= (-3 \times 5) + (-8 \times 3)$
$= -15 - 24 = -39$

• 2025 سمال الحلين/ إذا كان ل(3) = -2 ، ق(3) = 4 ، ه(3) = 3 ، ق(3) = 5 أحسب مشتقة الاقتران $(\frac{ه}{ل})(س)$ عندما س = 3

د/ -22 | ب/ 5 | ج/ 2 | أ/ -10

الحل/

$(\frac{ه}{ل})'(3) = \frac{ل(3) \times ق(3) - ه(3) ق(3)}{ل^2(3)} = \frac{(-2 \times 4 \times 5) - (4 \times 3 \times 4)}{(-2)^2}$

$= \frac{-40 - 48}{4} = \frac{-88}{4} = -22$

• 2025 جنين نابلس/ إذا كان ق(س) = (1 + 3س) × ه(س) وكان ه(-4) = -2 ما قيمة ق(-4)

د/ -3 | ب/ -4 | ج/ 4 | أ/ 5

الحل/

ق(س) = (1 + 3س) × ه(س)
ق'(س) = (1 + 3س) ه'(س) + ه(س)(3)
ق'(-4) = (1 + 3×-4) ه'(-4) + ه(-4) × 3
$= (1 + -12)$ ه'(-4) + -2 × 3 = -4

أ.مي حواري

• خارجي/ اذا كان ه(س) = س × ه(س) ما قيمة ق'(3) علماً بأن ه(3) = 24 ، ه'(3) = -12

د/ 8 | ب/ 6 | ج/ 4 | أ/ 3

الحل/

ه(س) = س × ه(س)
ق'(س) = س ه'(س) + ه(س) × 1
ق'(3) = 3 ه'(3) + ه(3)
ق'(3) = 3 × -4 + 8 = -12 + 8
ق'(3) = -4

• ه(س) = س ه(س)
ه(3) = 3 ه(3)
24 = 3 ه(3) ← ه(3) = 8
• -12 = -2 ه'(3) ← ه'(3) = 6

• خارجي تفوق/ إذا كان ه + ه(س) = $\frac{ك}{س+4}$ + 24 ، س ≠ -4 وكان ق'(2) = -12 أ ما قيمة الثابت ك

د/ 36 | ب/ -6 | ج/ 24 | أ/ 6

الحل/

ه + ه(س) = $\frac{ك}{س+4}$ + 24 ⇐ ه(س) = $\frac{ك}{(س+4)}$ + 24 - ه

ق(س) = $\frac{(س+4)(0) - ك(1)}{(س+4)^2}$ ⇐ ق'(2) = $\frac{-ك}{(2+4)^2}$

⇐ -1 = $\frac{-ك}{36}$ ⇐ ك = 36 ⇐ ك = 6 ✓

أو ك = -6 مرفوض

القسم الثاني

• 2020 دور أول/ لتكن $هـ(1)=5$ ، $هـ'(1)=4$ ، $ق'(3)=-2$ ، $ق(1)=3$ ، $ق(1)=-2$

جد $(3هـ+4ق)'(1)$

الحل/ $(3هـ+4ق)'(1)=3هـ'(1)+4ق'(1)$

$=(3\times4)+(4\times-2)=12-8=4$

• 2020 دور ثاني/ لتكن $هـ(س)=س^3-3س+1$ ، $ق(س)=س^4+1$ جد $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(1)$

الحل/ $هـ(س)=س^3-3س+1 \Rightarrow هـ(1)=1-3+1=-1$

$هـ'(س)=3س^2-3 \Rightarrow هـ'(1)=3(1)^2-3=3-3=0$

$ق(س)=س^4+1 \Rightarrow ق(1)=1+1=2$

$ق'(س)=4س^3 \Rightarrow ق'(1)=4\times1=4$

أ.مي حواري

$$\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(1)=\frac{هـ'(1)ق(1)-هـ(1)ق'(1)}{(ق(1))^2}=\frac{(0)(2)-(-1)(4)}{(2)^2}=\frac{4}{4}=1$$

• 2020 دور ثالث/ اذا كان $هـ(س)=س^4-3س+5$ ، $ق(س)=س^3+2س$ جد:

1/ $(هـ\times ق)'(1)$

2/ $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(1)$

الحل/

$هـ(س)=س^4-3س+5 \Rightarrow هـ(1)=1-3+5=3 \Rightarrow هـ(1)=3$

$هـ'(س)=4س^3-3 \Rightarrow هـ'(1)=4-3=1 \Rightarrow هـ'(1)=1$

$ق(س)=س^3+2س \Rightarrow ق(1)=1+2=3 \Rightarrow ق(1)=3$

$ق'(س)=3س^2+2 \Rightarrow ق'(1)=3+2=5 \Rightarrow ق'(1)=5$

1/ $(هـ\times ق)'(1)=هـ(1)ق'(1)+ق(1)هـ'(1)$

$=(3\times5)+(3\times1)=15+3=18$

2/ $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(1)=\frac{ق(1)هـ'(1)-هـ(1)ق'(1)}{(ق(1))^2}=\frac{(3)(1)-(3)(5)}{(3)^2}=\frac{3-15}{9}=\frac{-12}{9}$

• 2021 دور أول/ إذا كان $هـ(س)=(س+1)ق(س)$ ، $هـ(1)=ق(1)=4$ ، $ق(3)=-6$

$هـ'(1)=12$ جد $\left(\frac{8}{هـ(س)}\right)'(1)$

الحل/ • ملاحظة: $\left(\frac{1}{هـ(س)}\right)'=\frac{-هـ'(س)}{(هـ(س))^2}$ *2021

• $\left(\frac{8}{هـ(س)}\right)'(1)=\frac{-8هـ'(1)}{(هـ(1))^2}=\frac{-8\times12}{4^2}=\frac{-8\times12}{4\times4}=-6$

• 2021 دورثاني/ إذا كان $هـ(س) = \frac{٤س}{١+ق(س)} + ٢٥$ و $ق(١) = -٢$ و $ق'(١) = ٣$ جد

١/ $هـ'(١)$

٢/ $(س^٤ \times ق(س))'$ عندما $س = ١$

الحل/

١/ $هـ(س) = \left(\frac{٤س}{١+ق(س)}\right) + (٢٥)$

$هـ'(س) = \left(\frac{(١+ق(س)) \times ٤ - ٤س \times ق'(س)}{(١+ق(س))^٢}\right) + ٠$

$هـ'(١) = \frac{٤(١+ق(١)) - ٤ق'(١)}{(١+ق(١))^٢} = \frac{٤(١+-٢)-٤(٣)}{(١+-٢)^٢} = \frac{-٤-٨}{١} = -١٢$

$\Leftarrow هـ'(١) = -١٢$

٢/ $(س^٤ \times ق(س))' = س^٤ ق'(س) + ق(س) \times ٤س^٣ \Big|_{س=١}$

$= ق'(١) + ٤ق(١)$

$= ٣ + ٤ \times -٢ = ٣ - ٨ = -٥$

• 2021 دورثالث/ اذا كان $هـ(س) = س^٣ ق(س)$ و $(٣س+١)^٥$ جد $\left(\frac{هـ(س)}{س+١}\right)'$ عندما $س = ١$

الحل/

$\left(\frac{هـ(س)}{س+١}\right)' = \left(\frac{س^٣}{س+١}\right)' = \frac{س^٣ \times ١ - (س+١)(٣س^٢)}{(س^٣)^٢}\Big|_{س=١}$

$= \frac{١ - (١+١) \times ٣}{١} = ١ - ٢ \times ٣ = ١ - ٦ = -٥$

• 2022 دورثالث/ اذا علمت أن $صـ = \frac{هـ(س)}{س^٤+١}$ و $هـ(س) = ٣س^٤ - ١١س$ ما قيمة صـ عندما $س = ١$

الحل/

$صـ = \frac{هـ(س)}{س^٤+١} \Leftarrow صـ = \frac{٣س^٤ - ١١س}{س^٤+١}$

$صـ' = \frac{(س^٤+١)(١٢س^٣ - ١١) - (٣س^٤ - ١١س)(٤س^٣)}{(س^٤+١)^٢}\Big|_{س=١}$

$\Leftarrow صـ'_{س=١} = \frac{(١+١)(١٢-١١) - (٣-١١)(٢)}{(١+١)^٢} = \frac{(٢ \times ١) - (-٨ \times ٢)}{٤} = \frac{١٦+٢}{٤}$

$صـ'_{س=١} = \frac{١٨}{٤} = \frac{٩}{٢} = ٤,٥$

• 2022 دورثالث/ اذا كان $هـ(س) = س^٣ - ٢ب س + جـ$ و $ق(١) = هـ(١) + ٦$ ما قيمة كل من الثابتين ب و جـ

الحل/ $ق(س) = س^2 - 2ب س + ج$

$ق'(س) = 2س - 2ب$

$ق'(1) = 2(1) - 2ب$

$6 = 2 - 2ب \Leftarrow 6 - 2 = -2ب \Leftarrow \frac{4}{-2} = \frac{-2ب}{-2} \Leftarrow ب = -2$

$ق(1) + 1 = 6 \Leftarrow ق(1) = 5$

$(1)^2 - 2ب(1) + ج = 5$

$1 - 2 \times -2 + ج = 5 \Leftarrow 1 - 4 + ج = 5 \Leftarrow 5 + ج = 5$

$\Leftarrow ج = 0$

2022. دور ثالث/ إذا كان $ق(س) = (1 - س^2) \times ك(س)$ وكان $ك(3) = 2$ ، $ك'(3) = 2$ ما قيمة $ق'(3)$

الحل/ $ق(س) = (1 - س^2) \times ك(س)$

$ق'(س) = (1 - س^2) ك'(س) + ك(س)(-2س)$

$ق'(3) = (1 - 3^2) ك'(3) + ك(3) \times -2 \times 3$

$ق'(3) = (1 - 9) \times 2 + (2)(-6)$

$ق'(3) = (-8 \times 2) - 12 = -16 - 12 = -40$

$\Leftarrow ق'(3) = -40$

$ك(3) = 2$

$ك'(3) = 2 \times 2$

$ك'(3) = 4$

2023. دور أول/ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند القيمة المعطاة:

$ص = س^3 \times ق(س) + ق(س) \times ق(1) = 2$ ، $ق'(1) = 3$ عندما $س = 1$

الحل/ $\frac{د ص}{د س} = (س^3 \times ق'(س)) + (ق(س) \times 3 س^2) + ق'(س)$

$\frac{د ص}{د س}_{س=1} = ق'(1) + 3ق(1) + ق'(1) = 3 + 2 \times 3 + 3 = 3 + 6 + 3 = 12$

2023. دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = س^2 - 2س$ جد مشتقة $\frac{ق(س)}{س+1}$ عندما $س = -2$

الحل/

$$\left(\frac{ق(س)}{س+1}\right)' = \left(\frac{س^2 - 2س}{س+1}\right)' = \frac{(س+1)(2س-2) - (س^2 - 2س)}{(س+1)^2}$$

$س = -2$

$$= \frac{(-2+1)(2 \times -2 - 2) - [(-2)^2 - 2 \times -2]}{(-2+1)^2}$$

$$= \frac{(-1 \times -6) - (4 + 4)}{(1)} = 6 - 8 = -2$$

أ.ميّ حواري

• 2023 دورثاني / إذا كان ل(س) = (١ − س²)(٣ + ٢س) جد ل′(٢)

الحل/

ل(س) = (١ − س²) × (٣ + ٢س)

ل′(س) = (١ − س²) × ٢ + (٣ + ٢س)(−٢س)

ل′(٢) = (١ − ٤) × ٢ + (٣ + ٤) × −٤

ل′(٢) = −٣ × ٢ + (٧ × −٤) = −٦ − ٢٨ = −٣٤

⇐ ل′(٢) = −٣٤

• 2023 دورثالث / إذا كان ق(س) = س³ ، ك(س) = ٩ − س ، ل(س) = ق(س) × ك(س) جد ل′(−٥)

الحل/

ل(س) = ق(س) × ك(س)

ل(س) = (س³)(٩ − س) = ٩س³ − س⁴

ل′(س) = ٢٧س² − ٤س³ ⇐ ل′(−٥) = ٢٧ × ٢٥ − ٤(−٥)³

ل′(−٥) = ٦٧٥ − ٤(−١٢٥)

ل′(−٥) = ٦٧٥ − ٥٠٠ = −١٢٥

أ.مي حواري

• 2024 دورأول / إذا كان ل(س)، ك(س) اقترانين قابلين للاشتقاق حيث ل(٣) = −٢

ل′(٣) = ٤ ، ك(٣) = ٣ ، ق(٣) = ٥ حيث مشتقة الاقتران ق(س) = ك(س) + س³ / ٤ل(س) عند س = ٣

الحل/

ق(س) = ك(س) + (س³ / ٤ل(س))

ق′(س) = ك′(س) + ((٤ل(س) × ٣س² − س³ × ٤ل′(س)) / (٤ل(س))²)

ق′(٣) = ك′(٣) + ((٤ل(٣) × ٣ × ٣² − ٣³ × ٤ل′(٣)) / (٤ل(٣))²)

ق′(٣) = ٥ + ((٤ × −٢ × ٦ − ٩ × ٤ × ٤) / (٤ × −٢)²) = ٥ + ((−٤٨ − ٣٦ × ٤) / ٦٤)

ق′(٣) = ٥ + (−١٩٢ / ٦٤) = ٥ − ٣ = ٢

• 2025 دورأول / جد ص′ / س لكل مما يلي عند قيم س المعطاة

١/ ص = س³ / (س + ٣) ، س = ١

٢/ ص = ٦س ، عند س = ٤

الحل/

١ / ص = س³ / (س + ٣) ⇐ ص′ = (٣س²(س + ٣) − س³ × ١) / (س + ٣)² | س = ١

= (٣(١ + ٣)(٢) − ١) / (١ + ٣)² = (٣ × ٤ × ٢ − ١) / ١٦ = ٢٣ / ١٦

$$\text{ص} = \sqrt{س} = س^{\frac{1}{2}} \Leftarrow \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{2} س^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

$$\text{ص}'_{س=3} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\times 2} = \frac{1}{4}$$

• 2025 دورثاني/ إذا كان $ه(س) = س^2 + \frac{ع(س)}{1-س} + 13$, $س \neq 1$ وكانت $ق'(-1)$ موجودة علماً بأن $ع(-1) = 3$, $ق(-1) = -6$

الحل/

$$ه(س) = س^2 + \left(\frac{ع(س)}{1-س}\right) + 13$$

$$ق'(س) = 2س + \left(\frac{(1-س)\times ع'(س) - ع(س)\times(-1)}{(1-س)^2}\right) + 0$$

$$ق'(-1) = (2\times -1) + \left(\frac{(1-(-1))\times ع'(-1) + ع(-1)}{(1-(-1))^2}\right)$$

$$ق'(-1) = -2 + \left(\frac{(2\times 2\times -6) + (2\times 3)}{2^3}\right) = -2 + \frac{-24+6}{4} = -2 + \frac{-18}{4}$$

$$ق'(-1) = -2 + \frac{-9}{2} = \frac{-4-9}{2} = -\frac{13}{2}$$

• 2025 دورثاني/ اذا كان $ص = ه(س) = 4س^3 + 6س^2$, $ع(س) = س - 3$ جد:

1/ قيمة الثابت P التي تجعل $ق'(-1) = -24$

2/ مشتقة $(س^3 \times ع(س))$ عندما $س = 1$

الحل/ 1/ $ه(س) = 4س^2 + 6س^3$

$ق'(س) = 24س + 18س^2$

$ق'(س) = 24 + 18\times 2س$

$ق'(-1) = 24 + 6\times 3\times -1 \Leftarrow -24 = 24 - 6P \Leftarrow \frac{-48}{2} = \frac{24-6P}{2} \Leftarrow P = 6$

$+36 \quad +6P$

2/ $(س^3 \times ع(س))' = س^3 ع'(س) + ع(س)\times 3س^2 \Big|_{س=1}$

$= ق'(1) + 2ع(1)$

$= -1 + 2\times 2$

$= -1 + 4 = 3$

أ.مي حواري

$ع(س) = س - 3$

$ع(1) = 1 - 3 = -2$

$ع'(س) = 1$

$ق'(1) = -1$

• 2025 تجاوليت/ اذا كان $ه(س) = 2س^2 + ب س$ وكان متوسط تغير $ه(س)$ عندما تتغير $س$ من صفر إلى 2 يساوي (4) جد قيم الثوابت $ب$ علماً بأن $ق'(1) = 12$

الحل/ $ق'(س) = 4س + ب \Leftarrow ق'(س) = 2P \Leftarrow ق'(1) = \frac{24}{2} = \frac{12}{2} \Leftarrow P = 6$

$\frac{\Delta \text{ق}(س)}{\Delta س} = \frac{\text{ق}(س_2) - \text{ق}(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{\text{ق}(2) - \text{ق}(0)}{2 - 0} = 3 \Rightarrow \text{ق}(2) - \text{ق}(0) = 8$

$\Rightarrow (6(2) + 2ن) - (4 \times 0 + 0 \times 0) = 8$

$\Rightarrow 4 \times 3 + 2ن = 8 \Rightarrow 12 + 2ن = 8 \Rightarrow 2ن = -4 \Rightarrow ن = -2$

• 2025 سؤال الحفيل/ إذا كان $\text{ق}(س) = \frac{س+1}{2س+3} + 4س^2$ وكان $\text{ق}'(2) = \frac{8}{49}$ ، جد قيمة الثابت $ب$

الحل/

$\text{ق}(س) = \left(\frac{س+1}{2س+3}\right) + 4س^2 \Rightarrow \text{ق}'(س) = \frac{(2س+3)(1) - (س+1)(2)}{(2س+3)^2} + 8س$

$\Rightarrow \text{ق}'(2) = \frac{(4+3)(1) - (2+1)(2)}{(4+3)^2} + 8 \times 2$

$\frac{8}{49} = \frac{1}{49} - \frac{6}{49} + 16 \Rightarrow \frac{8}{49} + \frac{6}{49} - 16 = \frac{14}{49} \Rightarrow 16 = \frac{3}{7}$

$\Rightarrow ب = \frac{1}{2}$

• 2025 طولكرم/ إذا كان $\text{ق}(س) = \frac{\text{ك}(س)}{(س-1)} + س$ ، $\text{ك}(س) \neq 0$ جد قيمة $\text{ق}'(2)$ علماً بأن $\text{ك}(2) = 2\text{ق}(2) = 6$

الحل/ $\text{ق}(س) = \frac{\text{ك}(س)}{(س-1)} + س \Rightarrow \text{ق}'(س) = \frac{\text{ك}'(س)(س-1) - \text{ك}(س) \times 1}{(\text{ك}(س))^2} + 1$

$\Rightarrow \text{ق}'(2) = \frac{\text{ك}'(2)(2-1) - \text{ك}(2)}{(\text{ك}(2))^2} + 1$

$\text{ق}'(2) = \frac{1 - 6}{(1)^2} + 1 = -5 + 1 = -4$

$\Rightarrow \text{ق}'(2) = -4$

أ.مي حواري

• $\text{ك}(2) = 6$

• $\frac{1}{2}\text{ق}(2) = \frac{6}{2} \Rightarrow \text{ق}(2) = 3$

$\text{ق}(س) = \frac{\text{ك}(س)}{س-1} + س$

$\text{ق}'(2) = \frac{\text{ك}'(2)}{2-1} + 2$

$3 = \frac{\text{ك}'(2)}{1} + 2 \Rightarrow 1 = \frac{\text{ك}'(2)}{1}$

$\Rightarrow \text{ك}'(2) = 1$

• 2025 القدس/ اذا كان $\text{ق}(س) = (س^2+1) \times \text{ك}(س)$ وكان $\text{ق}'(1) = \text{ك}(1) = 3$ ، $\text{ك}(3) = -6$

أجد $\left(\frac{\text{ق}(س)}{\text{ك}(س)}\right)'(1)$

الحل/ $\text{ق}(س) = (س^2+1)\text{ك}(س) \Rightarrow \text{ق}'(1) = (1+1)\text{ك}(1) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\text{ك}'(1)$

$\Rightarrow 2 = \text{ك}'(1)$

• $\text{ق}'(س) = (س^2+1)\text{ك}'(س) + \text{ك}(س)(2س) \Rightarrow \text{ق}'(س) = (س^2+1)\text{ك}'(س) + 2س\,\text{ك}(س)$

$\text{ق}'(1) = (1+1)\text{ك}'(1) + 2\text{ك}(1)$

$\text{ق}'(1) = 2 \times (4) + 2 \times 3 \Rightarrow \text{ق}'(1) = 8 + 3 = 11$

المطلوب/ $\left(\frac{1}{ق(س)}\right)'(1) = \frac{-ق'(1)}{ق^2(1)} = \frac{-(-8)}{4^2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

• خارجي تفوق/ إذا كان $ق(3) = -2$ ، $ق'(3) = \frac{1}{2}$ ، $ه(3) = -4$ ، $ه'(3) = 6$ ما قيمة $م'(3)$ حيث $م(س) = \frac{س^2 ه(س)}{3 - ق(س)}$

الحل/ $م(س) = \frac{س^2 ه(س)}{3 - ق(س)}$

$م'(س) = \frac{(3 - ق(س))(2س ه(س) + س^2 ه'(س)) - س^2 ه(س)(-ق'(س))}{(3 - ق(س))^2}$

$م'(3) = \frac{(3 - ق(3))(2 \times 3 \times ه(3) + 3^2 ه'(3)) - 3^2 ه(3)(-ق'(3))}{(3 - ق(3))^2}$

$م'(3) = \frac{(3 - (-2))(6(6) + 9(-4)) - 9 \times (-\frac{1}{2})}{(3 - (-2))^2}$

$م'(3) = \frac{5(36 - 24) - 18}{25} = \frac{5 \times 12 - 18}{25} = \frac{60 - 18}{25}$

$\Leftarrow م'(3) = \frac{42}{25}$

• خارجي تفوق/ إذا كان $ه(س) = 5س \times ه(س) + \frac{1}{س+1}$ ، $ه(2) = ب$ ، $ه'(2) = -1$ ما قيمة $ق'(2)$

الحل/ $ه(س) = \underset{\text{أول}}{5س} \times \underset{\text{ثاني}}{ه(س)} + \left(\frac{1}{س+1}\right)$

$ق'(س) = 5س \times ه'(س) + ه(س) \times 5 + \left(\frac{-1}{(س+1)^2}\right)$

$ق'(2) = (5 \times 2 \times ه'(2)) + (5ه(2)) + \frac{-1}{(2+1)^2}$

$ق'(2) = (10 \times -1) + (5 \times -1) + \frac{-1}{9} = -5 + \frac{-1}{9} = -\frac{5 \times 9}{9} + \frac{-1}{9}$

$ق'(2) = -\frac{45}{9} + \frac{-1}{9} \Leftarrow ق'(2) = \frac{-46}{9}$

أ.مي حواري

• خارجي تفوق/ إذا كان $ه(س) = \frac{(س-1)ه(س)}{3س+2}$ ، $س \neq -\frac{2}{3}$ ، $ق(ب) = 1$ ، $ه'(ب) = -5$ ، $ه(ب) = ب$ ما قيمة $ق'(ب)$

الحل/ $ه(س) = \frac{(س-1)ه(س)}{(3س+2)} \Leftarrow \underset{\text{أول}}{ه(س)}\underset{\text{ثاني}}{(3س+2)} = \underset{\text{أول}}{(س-1)}\underset{\text{ثاني}}{ه(س)}$ نشتق

$ه'(س) \times 3 + (3س+2)ق'(س) = (س-1)ق(س) + ه(س)(1)$

$ه'(ب) \times 3 + (3ب+2)ق'(ب) = (ب-1)ق(ب) + ه(ب)$

$ق(ن) = ن \times 3 + 5 \times 2 = -ق(ن)$

$-10 = -ق(ن)$

$ق(ن) = 10$

$ق(س) = \frac{(س-1)\,ق(س)}{س+3}$

$ق(ن) = \frac{-10\,ق(ن)}{2+ن\times 3} = \frac{ن}{2}$

$ق(ن) = ن$

أ.مي حواري

• خارجي تفوقه/ إذا كان $ق(س) = 2س^3 + 3س + ب$ و كان مضاعفه يمر بالنقطة $(-3, 2)$ ما ميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين $(-1, ق(-1))$ و $(3, ق(3))$ علمًا بأن $\frac{ق'(1)}{2} = 4$

الحل/ $\frac{ق'(1)}{2} = 4 \Leftarrow ق'(1) = 2 \times 4 \Leftarrow ق'(1) = 8$

$ق'(س) = 3 \times 2 س^2 + 2 \Leftarrow ق'(1) = 3 \times 2 \times 1^2 + 2$

$2 + 6 = 2 \Leftarrow \frac{6}{3} = \frac{2}{3} \Leftarrow 3 = 2 + 2$

$ق(س) = 2س^3 + 2س + ب \Leftarrow ق(س) = 2س^3 + 2س + ب$

$ق(س)$ يمر بـ $(-3, 2) \Leftarrow ق(2) = -3 \Leftarrow ق(2) = 2(2)^3 + 2 \times 2 + ب$

$-3 = 16 + 4 + ب$

$-3 = 20 + ب \Leftarrow ب = -23$

$\Leftarrow ق(س) = 2س^3 + 2س - 23$

$ق(-1) = 2(-1)^3 + 2(-1) - 23 = -2 - 2 - 23 = -27 \Leftarrow ق(-1) = -27$

$ق(3) = 2(3)^3 + 2 \times 3 - 23 = 54 + 6 - 23 = 37 \Leftarrow ق(3) = 37$

النقطتين $(-1, ق(-1)) \leftarrow (-1, -27)$

$(3, ق(3)) \leftarrow (3, 37)$

الميل $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{37 - (-27)}{3 - (-1)} = \frac{64}{4} = 16$

• خارجي تفوقه/ $ق(2) = 3$ و $ق'(2) = 1$ و $ق'(2) = 0$ جد قيمة $\left(\frac{ق(س) - 3}{ق(س) + 5}\right)'(2)$

الحل/

$$\left(\frac{ق(س)-3}{ق(س)+5}\right)' = \frac{(ق(س)+5)\,ق'(س) - (ق(س)-3)\,ق'(س)}{(ق(س)+5)^2}$$

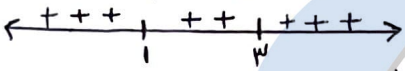
$$= \frac{(ق(2)+5)\,ق'(2) - (ق(2)-3)\,ق'(2)}{(ق(2)+5)^2}$$

$$= \frac{(5+5)(1) - (3-3)(0)}{2(5+5)} = \frac{10}{2 \times 10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

الدرس الرابع / القيم القصوى المحلية للاقتران

• القسم الأول / اختر الإجابة الصحيحة :

• 2021 دور أول / ليكن خط الأعداد المجاور إشارة قـ(س) حيث قـ(س) = س³ - 3س² + 6 ما العبارة الصحيحة التي تعبر عن قـ(س) :



أ/ يوجد قيمة عظمى محلية للاقتران قـ(س) فقط .
ب/ يوجد قيمة صغرى محلية للاقتران قـ(س) فقط
ج/ قـ(3) قيمة عظمى محلية ، قـ(1) قيمة صغرى محلية
د/ لا يوجد قيم قصوى للاقتران قـ(س) .

الحل/ لاحظ أن قـ(س) متزايد على ح ، ولم تتغير إشارة قـ حول (س=3) أو (س=1)
← لا يوجد قيم قصوى.

أ.مي حواري

• 2022 دور ثاني/ ما قيمة جـ التي تجعل قـ(2) قيمة قصوى للاقتران قـ(س) = 8س - جـ س³ - 4

أ/ صفر ب/ 2 ج/ 3 د/ 5

الحل/ قـ(2) قصوى محلية وقـ قابل للاشتقاق ← قـ(2) = 0
قـ(س) = 8 - 3جـ س²
قـ(2) = 8 - 3جـ × 2² ← 0 = 8 - 12جـ ← 12جـ = 8 ← جـ = 8/12 = 2/3

• 2022 دور ثالث / إذا كان قـ(س) قيمة صغرى محلية عند (-1، 10) ما قيمة قـ(-10)

أ/ -10 ب/ -2 ج/ صفر د/ 5

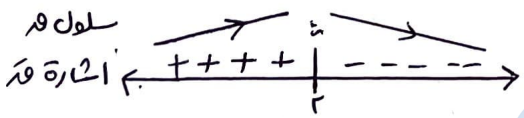
الحل/ • مهم/ يجب أن يذكر السؤال أن قـ(س) قابل للاشتقاق أو أنه كثير حدود .
(-1، 10) قيمة صغرى محلية ← قـ(-1) = 10
قـ(-10) = 0

• إذا كان قـ(س) مشتقاً عند مجاله وله قيمة قصوى محلية عند (أ، ب) فإن ← قـ(أ) = ب
قـ(أ) = 0

• 2023 دور أول/ إذا كانت قـ(2) معرفة وكان قـ(2) = 0 وتغيرت إشارة قـ(س) من موجبة حيث س < 2 إلى سالبة حيث س > 2 ، ماذا تكون قـ(2)

أ/ صفر دائماً ب/ عظمى محلية ج/ صغرى محلية د/ ليست قيمة قصوى

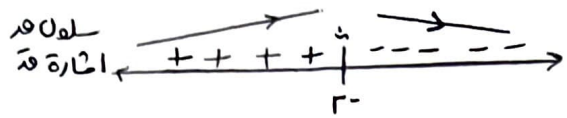
الحل • من إشارة قـ(س) يتضح أن
قـ(2) عظمى محلية .



• 2023 دور ثاني/ ما القيمة العظمى للاقتران قـ(س) = -س⁴ + 4س³ + 6س² + 2

أ/ 4 ب/ -2 ج/ 2 د/ 12

الحل/ قـ(س) = -4س³ + 12س² = 0 ← -4س²(س - 3) = 0 ← س = 3



$ق(-٢) = -(-٢)^٣ - ٤(-٢) - ٣$
$= -(-٨) + ٨ - ٣ = ٤$ قيمة محلية.

• 2024 دور ثالث (غزة) إذا كان $ق(س) = س^٣ - جـ س$ و $ق(٣) = ٠$ ما قيمة جـ

ب/ ٦- ج/ ٩ د/ ١

الحل/ $ق(س) = ٣س^٢ - جـ \Leftarrow ق(٣) = ٣ \times ٣^٢ - جـ$

$٠ = ٢٧ - جـ \Leftarrow جـ = ٢٧$

• 2024 دور ثالث (غزة) إذا كان $ق(س)$ قابل للاشتقاق على ح وكان للاقتران ق قيمة قصوى محلية عند $(س = ٣)$ فإن

ب/ $ق(٣) = ٠$ ج/ $ق(٣) = ٣$ د/ $ق(٠) = ٣$

الحل/ ق له قيمة قصوى عند $س = ٣ \Leftarrow ق'(٣) = ٠$

• 2025 دور أول/ ما قيمة الثابت ب في $ق(س) = ٢ب س - س^٣$ والتي تجعل $ق(٤)$ قيمة قصوى

ب/ ٢- ج/ ٠ د/ ٤

الحل/ $ق(٤)$ قصوى محلية $\Leftarrow ق'(٤) = ٠$

$ق'(س) = ٢ب - ٣س^٢ \Leftarrow ق'(٤) = ٢ب - ٣ \times ٤^٢$

$٠ = ٢ب - ٤٨ \Leftarrow ٢ب = ٤٨ \Leftarrow ب = ٢٤$

أ.مي حواري

• 2025 تجريبي سلفيت/ إذا كان $ق(س) = ٢س^٣ + ب س^٢ + ١$ اقتران له قيمة قصوى محلية عند $(س = ١)$ وتساوي ٤ صح $٢ب > ٣$ ما قيمة كل من الثابتين ٢، ب بالترتيب؟

ب/ ٦-، ٣ ج/ ٣، ٦ د/ ٦-، ٣

الحل/ ليصبح قيمة قصوى محلية عند $س = ١ \Leftarrow ق'(١) = ٠$

و تساوي ٤ $\Leftarrow ق(١) = ٤$

$ق'(س) = ٢ب س + ٢ب \Leftarrow ق'(١) = ٢ب + ٢ب \Leftarrow ٠ = ٢ب + ٢ب$ ـــ (١)

$ق(١) = ٢ + ب + ١ \Leftarrow ٤ = ٢ + ب + ١ \Leftarrow ٣ = ب + ٢$ ـــ (٢)

بطرح (١) - (٢) $\Leftarrow -٣ = ٢ب$ نعوضها في (٢)

$٣ = -٣ + ب \Leftarrow ب = ٦$ $\Leftarrow ٢ب = (-٣)(٦)$

• خارجي/ إذا كان $ق'(١) = ٠$ و $ق(١) = -٤$ وكان للاقتران $ق(س)$ قيمة صغرى محلية وحيدة عند مجاله و ما أصغر قيمة للاقتران $ق(س)$

ب/ ١- ج/ ١ د/ ٤-

الحل/ $ق(١) = -٤$ قيمة صغرى محلية وحيدة فهي مطلقة

$\Leftarrow$ أصغر قيمة لـ $ق(س) = -٤$

اسمح لنفسك المنهكة .. أن تلتقط أنفاسها قليلاً" ...

• خارجي/ ما عدد القيم القصوى المحلية لـ $ق(س) = س^3 - 18س$

P/ صفر

الحل/ $ق'(س) = 3س^2 = 0 \leftarrow س^2 = 0 \leftarrow س = 0$

لاحظ: اشارة $ق'(س)$ لم تتغير حول $(س = 0)$

لا يوجد قيم قصوى محلية لـ $ق(س)$.

أ/ صفر ب/ 1 ج/ 2 د/ 3

حلول ق' | اشارة ق'

• خارجي/ ما عدد القيم القصوى للاقتران $م(س) = 2س^4 - 2س$

P/ ؟

الحل/ $م'(س) = 4س - 2 = 0 \leftarrow 4س = 2 \leftarrow س = \frac{1}{2}$

يوجد قيمة صغرى عند $(س = \frac{1}{2})$

$\leftarrow$ عدد القيم القصوى = 1

أ/ صفر ب/ 1 ج/ 2 د/ 50

حلول م' | اشارة م'

• خارجي/ إذا كانت $ق(س) = س^2 + 6س + 9$ حيث $س \geq 2$ ما عدد القيم القصوى للاقتران $ق(س)$ على مجاله

P/ ؟

الحل/ $ق(س) = س^2 + 6س + 9 = (س+3)^2 = 0$

$\leftarrow س + 3 = 0 \leftarrow س = -3$

لم تتغير اشارة $ق'$ حول $س = -3 \leftarrow$ لا يوجد قيم قصوى

أ/ صفر ب/ 1 ج/ 2 د/ 3

حلول ق' | اشارة ق'

• خارجي/ أي من اشارات $ق'(س)$ الآتية تظهر وجود قيمة صغرى محلية وعظمى محلية للاقتران $ق(س)$

أ/ ب/ ج/ د/

الحل/

P/ في (P) يوجد قيمة عظمى عند $(س = ج)$ وصغرى محلية عند $(س = ب)$ ✓

ب/ في الخيار ب يوجد قيمة صغرى محلية عند $(س = ج)$ ✗

ج/ في الخيار ج يوجد قيمة صغرى عند $(س = ب)$ ✗

د/ في الخيار د لا يوجد قيم قصوى.

• خارجي/ إذا كان $ق(س) = 2س^4 + 4س$ وكان للاقتران $ه(س)$ القابل للاشتقاق قيمة قصوى محلية عند (1) ما قيمة $(ق + 4ه)'(1)$

P/ ؟ ب/ 12 ج/ 2 د/ 8

الحل/ لـ $ه(س)$ قيمة قصوى عند $(1) \leftarrow ه'(1) = 0$

$ق'(س) = 8س^3 \leftarrow ق'(1) = 8$

المطلوب/ $(ق + 4ه)'(1) = ق'(1) + 4ه'(1) = 8 + 4 \times 0 = 8$

أ.مي حواري

• خارج تفوق/ إذا كان للاقتران ق(س) القابل للاشتقاق قيمة صغرى محلية عند النقطة (3،16) ما قيمة ٣ق'(٣) - ٢ق(٣) + |-ص| ؟

ب/ ١٥-١٩ ، ج/ ١٦- ، د/ ١٦

الحل/ ق(٣) = ٨ ، ق'(٣) = ٠ ، |ص| = ١

٣ق'(٣) - ٢ق(٣) + |-ص| = ٣×٠ - ٢×٨ + (-١)^٢ |ص|

= ٠ - ١٦ + ١ = -١٥

• القسم الثاني | أجب عن الأسئلة التالية :

• 2019 دور أول/ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = س^٤ (س - ١٢) ، س ∈ ح مبيناً نوعها

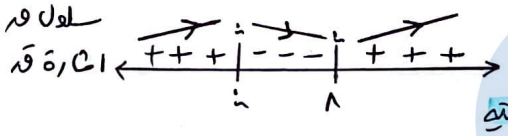
الحل/ ق(س) = س^٤ (س - ١٢) = س^٥ - ١٢ س^٤

ق(س) = س^٥ - ١٢ س^٤

ق'(س) = ٥ س^٤ - ٤٨ س^٣ = ٠

٥ س^٣ (س - ٩٦/٥) = ٠

إما ٥ س^٣ = ٠ ← س = ٠ أو س - ٩٦/٥ = ٠ ← س = ٩٦/٥



• ق(٠) = ٠^٤ (٠ - ١٢) = ٠ × -١٢ = ٠ ليست قيمة صغرى محلية

• ق(٩٦/٥) = (٩٦/٥)^٤ (٩٦/٥ - ١٢) = ٣٧٦٨٠٩٦/٣١٢٥ × -٤ = -١٥٠٧٣٨٤/٣١٢٥ قيمة صغرى محلية

• 2019 دور ثاني/ أوجد القيم القصوى للاقتران ق(س) = س^٣ - ٣س - ١ ، س ∈ ح مبيناً نوعها

الحل/ ق(س) = س^٣ - ٣س - ١

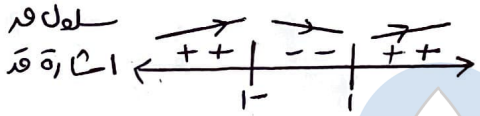
ق'(س) = ٣س^٢ - ٣ = ٠ ← ٣س^٢/٣ = ٣/٣ ← س^٢ = ١

س = ١ ← س = -١

• ق(-١) = (-١)^٣ - ٣×-١ - ١

= -١ + ٣ - ١ = ١ قيمة صغرى محلية

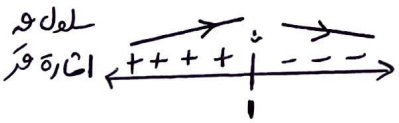
• ق(١) = ١ - ٣ - ١ = -٣ قيمة عظمى محلية .



• 2019 دور ثالث/ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = ٥س - س^٢ + ٥ ، س ∈ ح مبيناً نوعها

الحل/ ق(س) = ٥س - س^٢ + ٥

ق'(س) = ٥ - ٢س = ٠ ← ٢س/٢ = ٥/٢ ← س = ١/٢



• ق(١/٢) = ٥(١/٢) - (١/٢)^٢ + ٥ = ٥/٢ - ١/٤ + ٥ = ١٠/٤ - ١/٤ + ٢٠/٤ = ٢٩/٤ قيمة عظمى محلية

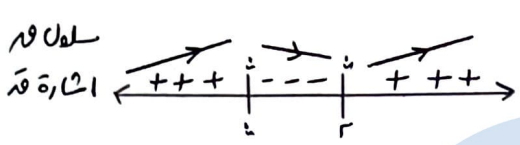
• 2020 دور أول/ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = س^٣ - ٣س^٢ + ٥ ، س ∈ ح مبيناً نوعها

الحل/ ق'(س) = ٣س^٢ - ٦س = ٠

٣س(س - ٢) = ٠

إما ٣س = ٠ ← س = ٠ أو س - ٢ = ٠ ← س = ٢

أ.مي حواري



• هـ(ن) = ن^{٣} - ٣(ن)^{٢} + ٥ = ٥ ظفى محلية

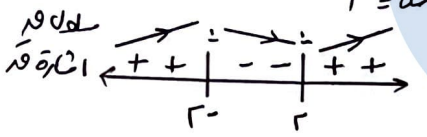
• هـ(٢) = ٢^{٣} - ٣×٢^{٢} + ٥

= ٨ - ١٢ + ٥ = ١ صغرى محلية

• 2020 دورثاني / جد القيم القصوى للاقتران هـ(س) = س^{٣} - ١٢س + ١٥ علماً بأن مجـ = [-٣ ، ٤] مبيناً نوعها.

الحل / قـ(س) = ٣س^{٢} - ١٢ = ن ⇐ $\frac{٣}{٣}$س^{٢} = $\frac{١٢}{٣}$ ⇐ س^{٢} = ٤ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

س = ٢ ، س = -٢



• هـ(٢) = ٢^{٣} - ١٢×٢ + ١٥ = ٨ - ٢٤ + ١٥

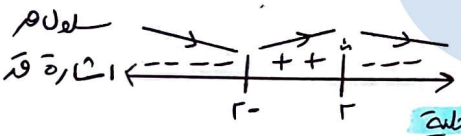
⇐ هـ(٢) = ١ صغرى محلية

• هـ(-٢) = (-٢)^{٣} - ١٢×-٢ + ١٥ = -٨ + ٢٤ + ١٥

= ٣١ ظفى محلية

• 2020 دورثالث / إذا كان هـ(س) = ١٢س - س^{٣} + ٦ علماً بأن مجـ = [-٣ ، ٤] جد القيم القصوى المحلية للاقتران هـ(س) مبيناً نوعها

الحل / قـ(س) = ١٢ - ٣س^{٢} = ن ⇐ $\frac{١٢}{٣}$ = $\frac{٣}{٣}$س^{٢} ⇐ س^{٢} = ٤ ⇐ س = ٢ ، س = -٢



• هـ(-٢) = ١٢×-٢ - (-٢)^{٣} = -٢٤ - ٨

= -١٦ صغرى محلية

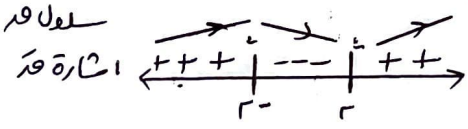
• هـ(٢) = ١٢×٢ - ٢^{٣} = ٢٤ - ٨ = ١٦ ظفى محلية

• 2021 دورأول / جد القيم القصوى المحلية لـ هـ(س) = س(س^{٣} - ١٢) وحدد نوعها

الحل / هـ(س) = س(س^{٣} - ١٢) = س^{٤} - ١٢س

أ.مي حواري

قـ(س) = ٤س^{٣} - ١٢ = ن ⇐ $\frac{٤}{٤}$س^{٣} = $\frac{١٢}{٤}$ ⇐ س^{٣} = ٣ ⇐ س = ٣ ، س = -٣



• هـ(-٣) = -٣(-٣)^{٣} - ١٢) = -٣(٢٧ - ١٢)

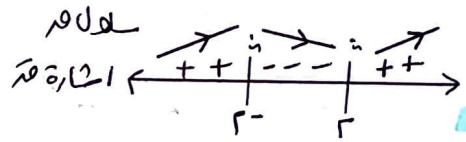
= -٣×١٥ = -٤٥ ظفى محلية

• هـ(٣) = ٣(٣^{٣} - ١٢) = ٣(٢٧ - ١٢) = ٣×١٥

= -٤٥ صغرى محلية

• 2021 دورثاني / جد القيم القصوى المحلية للاقتران هـ(س) = س^{٣} - ١٢س + ٥ علماً بأن مجـ = [-٣ ، ٤]

الحل / قـ(س) = ٣س^{٢} - ١٢ = ن ⇐ $\frac{٣}{٣}$س^{٢} = $\frac{١٢}{٣}$ ⇐ س^{٢} = ٤ ⇐ س = ٢ ، س = -٢



• هـ(٢) = ٢^{٣} - ١٢×٢ + ٥ = ٨ - ٢٤ + ٥ = -١١

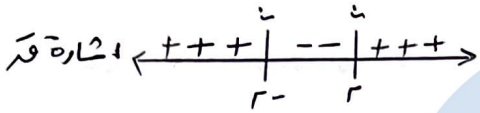
⇐ هـ(٢) = -١١ صغرى محلية

• هـ(-٢) = (-٢)^{٣} - ١٢×-٢ + ٥ = -٨ + ٢٤ + ٥ = ٢١ ظفى

• 2021 دورثالث/ الشكل الآتي يبين اشارة قـ(س) حيث ق(س) = ρ س^{٣} - ٤س حد

١/ قيمة الثابت ρ

٢/ القيم القصوى ونوعها

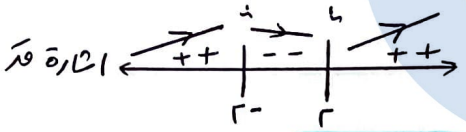


الحل/ ١/ من خط الأعداد : قـ(٢) = قـ(-٢) = ث

ق(س) = ٣ρ س^{٢} - ٤

قـ(٢) = ٣ρ(٢)^{٢} - ٤ ⇐ ث = ٣×٤ρ - ٤ ⇐ ٤ = ١٢ρ - ٤ ⇐ ١٢ρ = ٤ ⇐ ρ = $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

٢/ ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} - ٤س



• ق(-٢) = $\frac{١}{٣}$(-٢)^{٣} - ٤×-٢ = $\frac{-٨}{٣}$ + ٨ = $\frac{١٦}{٣}$ ⇐ ق(-٢) = $\frac{-٨}{٣}$ + $\frac{٨×٣}{١×٣}$ = $\frac{-٨+٢٤}{٣}$ = $\frac{١٦}{٣}$ قيمة محلية

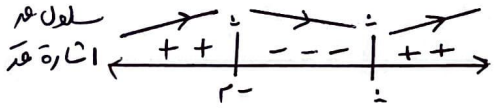
• ق(٢) = $\frac{١}{٣}$(٢)^{٣} - ٤×٢ = $\frac{٨}{٣}$ - ٨ = $\frac{٨}{٣}$ - $\frac{٢٤}{٣}$ = $\frac{-١٦}{٣}$ قيمة محلية

• 2022 دورأول/ عين القيم القصوى المحلية لـ ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} + ٧ حيث س ∈ ح

الحل/ قـ(س) = ٣س^{٢} + ٦س = ٠

٣س(س+٢) = ٠

إما ٣س = ٠ ⇐ س = ث أو س+٢ = ٠ ⇐ س = -٢



• ق(-٢) = (-٢)^{٣} + ٣(-٢)^{٢} + ٧

= -٨ + ١٢ + ٧ = ١١ قيمة محلية

• ق(ث) = ث^{٣} + ٣×ث^{٢} + ٧ = ٧ قيمة محلية

أ.مي حواري

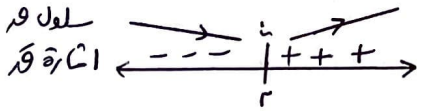
• 2022 دورثاني/ إذا كان ق(س) = س^{٤} - ρس^{٣} + ٥ مماساً أفقياً عند (س = ٢) حد:

١/ قيمة الثابت ρ ٢/ القيمة القصوى للاقتران ق(س) وحدد نوعها

الحل/ ١/ * مماساً أفقياً لـ ق(س) عند س = ٢ ⇐ ميل المماس = قـ(٢) = ث "لأنه أفقي"

ق(س) = ٤س^{٣} - ٣ρ

قـ(٢) = ٤×٨ - ٣ρ ⇐ ث = ٣٢ - ٣ρ ⇐ ٣ρ = ٣٢ ⇐ ρ = ٤



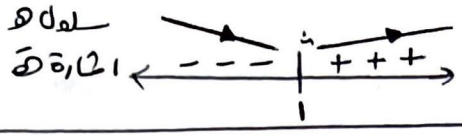
٢/ ق(س) = س^{٤} - ٤س^{٣} + ٥

قـ(س) = ٤س^{٣} - ١٢س^{٢} ⇐ ث = ٤س^{٣} ⇐ $\frac{ث}{٤}$ = س^{٣} ⇐ س = ٢

• ق(٢) = ٢^{٤} - ٤×٢^{٣} + ٥ = ١٦ - ٣٢ + ٥ = -١١ صغرى محلية

• 2022 دورثالث/ إذا كان ه(س) = ٤س^{٣} - ٨س^{٢} + ١ حيث س ∈ ح جد القيم القصوى المحلية لـ ه(س) وحدد نوعها

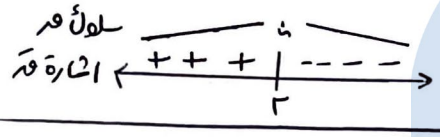
الحل/ هـ(س) = ١٢س^{٢} - ١٦س ⇐ ث = ١٦س ⇐ $\frac{ث}{١٦}$ = س ⇐ س = ١



• هـ(١) = ٤ - ٨ + ١ = -٣ صغرى محلية

• 2023 دور أول/ ما القيمة القصوى المحلية للاقتران هـ(س) = ٤س - س٤ ، س ∈ ح ، وما نوعها؟

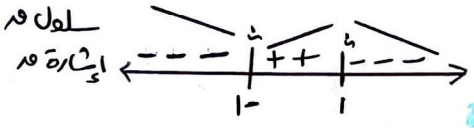
الحل/ قـ(س) = ٤ - ٤س٣ = ٠ ← ٤س٣ = ٤ ← س٣ = ١ ← س = ١



هـ(١) = ٤ × ١ - ١ = ٤ - ١ = ٣ عظمى محلية

• 2024 دور أول/ جد القيم القصوى المحلية للاقتران هـ(س) = ٢س٣ - ٩س٢ + ٣ ، س ∈ ح

الحل/ قـ(س) = ٦س٢ - ١٨س = ٠ ← ٦س(س - ٣) = ٠ ← س = ٠ ، س = ٣

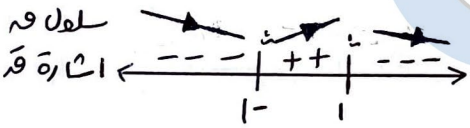


• هـ(٠) = ٢ × ٠ - ٩ × ٠ + ٣ = ٣ صغرى محلية

• هـ(٣) = ٢ × ٢٧ - ٩ × ٩ + ٣ = ٥٤ - ٨١ + ٣ = -٢٤ صغرى محلية

• 2024 دور ثاني/ جد القيم القصوى هـ(س) = ٣س - س٣ ، س ∈ ح

الحل/ قـ(س) = ٣ - ٣س٢ = ٠ ← ٣س٢ = ٣ ← س٢ = ١ ← س = ١ ، س = -١



• هـ(١) = ٣ - ١ = ٢ عظمى محلية

• هـ(-١) = -٣ + ١ = -٢ صغرى محلية

• 2024 دور ثالث/ جد القيم القصوى لـ هـ(س) = س٣ - ١٢س - ٥ ، س ∈ ح

الحل/ قـ(س) = ٣س٢ - ١٢ = ٠ ← ٣س٢ = ١٢ ← س٢ = ٤ ← س = ٢ ، س = -٢

• هـ(-٢) = (-٢)٣ - ١٢ × -٢ - ٥ = -٨ + ٢٤ - ٥ = ١١ عظمى محلية

• هـ(٢) = ٢٣ - ١٢ × ٢ - ٥ = ٨ - ٢٤ - ٥ = -٢١ صغرى محلية.

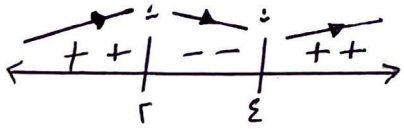
أ.مي حواري

• 2025 دور أول + 2023 دور أول/ جد القيم القصوى للاقتران هـ(س) = ١/٣ س٣ - ٣س٢ + ٣س + ٢

الحل/ قـ(س) = س٢ - ٦س + ٨ = ٠

(س - ٢)(س - ٤) = ٠

إما س - ٢ = ٠ ← س = ٢ أو س - ٤ = ٠ ← س = ٤



• هـ(٢) = ١/٣ (٢)٣ - ٣(٢)٢ + ٣ × ٢ + ٢

= ٨/٣ - ١٢ + ٦ + ٢

= ٨/٣ + ٦ = ٨/٣ + ١٨/٣ = ٢٦/٣ عظمى محلية

• $ق(٤) = \frac{١}{٣}(٤)^{٣} - ٣(٤)^{٢} + ٨\times٤ + ٢$

$= \frac{٦٤}{٣} - ٤٨ + ٣٢ + ٢ = \frac{٦٤}{٣} - ١٤ = \frac{٦٤}{٣} + \frac{-٤٢}{٣} =$ صفرى محلية $\frac{٢٢}{٣}$

• خارجي تفوق/ إذا كان للاقتران $ق(س) = \frac{س^{٤} + ب س^{٣}}{س}$ قيمة عظمى محلية عند $س = ٢$ ما قيمة الثابت ب

الحل/ $ق(س) = \frac{س^{٤} + ب س^{٣}}{س} = \frac{س^{٤}}{س} + \frac{ب س^{٣}}{س} = س^{٣} + ب س^{٢}$

$ق(س) = س^{٣} + ب س^{٢} \leftarrow ق'(س) = ٣س^{٢} + ٢ب س$

$\because ق(س)$ قيمة عظمى عند $س = ٢ \leftarrow ق'(٢) = ٠$

$ق'(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٢ب \times ٢$

$٠ = ١٢ + ٤ب \leftarrow -١٢ = ٤ب \leftarrow ب = -٣$

أ.مي حواري

• خارجي تفوق/ إذا كان $ق(س) = -س^{٣} + \frac{أ}{س} - ٣س$ حيث $أ \neq ٠$ أوجد قيمة عظمى محلية عند $(س = \frac{١}{٤})$ ، ما قيمة الثابت أ

الحل/ $ق(س) = -س^{٣} + \frac{١}{أ} س - ٣ \leftarrow ق'(س) = -٣س^{٢} + \frac{١}{أ}$ (ثابت)

$\because ق(س)$ له قيمة عظمى عند $س = \frac{١}{٤} \leftarrow ق'(\frac{١}{٤}) = ٠$

$ق'(\frac{١}{٤}) = -٣ \times \frac{١}{١٦} + \frac{١}{أ}$

$٠ = \frac{-٣}{١٦} + \frac{١}{أ} \leftarrow \frac{١}{أ} = \frac{٣}{١٦} \leftarrow أ = ٥\frac{١}{٣}$

• خارجي تفوق/ الشكل المجاور يمثل إشارة $ق'(س)$ حيث $ق(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} + ٩س^{٢} + ب س - ٩$

أوجد الثوابت أ، ب

$س \in ح$

الحل/ $ق'(-١) = ق'(-٥) = ٠$

$ق'(س) = س^{٢} + ٩س + ب$

$ق'(-١) = (-١)^{٢} + ٩(-١) + ب \leftarrow ٠ = ١ - ٩ + ب \leftarrow ب = ٨ \quad (١)$

$ق'(-٥) = (-٥)^{٢} + ٩(-٥) + ب$

$٠ = ٢٥ - ٤٥ + ب \leftarrow ب = ٢٠ \quad (٢)$

(١) / (٢) $\leftarrow ٨ = ٢٤ \leftarrow ٣ = أ$

نعوض $أ = ٣$ في (١) $\leftarrow -١ = -٢٤ + ب \leftarrow ب = ٥$

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/riadi-kamel2

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath