حلــــــول الكــــامــــل

تــوجــيهي

صنـــــاعي

2025
2026
الفصل الأول

الوحدة
الثـالثة

إعداد: ميّ عمار حوّاري

موقع قطرة التعليمي
Qatraedu.com
+972 59-276-7085

مـقــدمـــــة

إيماناً منا بضـرورة توفير أفضـل المصـادر التعليمية لطلبتنا في مرحلة الثانوية العامة، يسّـر فريق موقع قطرة التعليمي تقديم الإجابات النموذجية لـ **"كراسة الكامل"** (تصنيف أسئلة السنوات السابقة).

تأتي هذه الحلول ضمن إطار جهودنا المستمرة في موقع قطرة التعليمي، الذي تأسس برؤية طموحة تهدف إلى تزويد طلاب التوجيهي بتعليم عالي الجودة، لا سيما في مادة الرياضيات، مستخدمين أحدث الأساليب والوسائل التعليمية العالمية.

وقد تم إعداد هذه الكراسة خصيصاً لطلاب الفرع ، لتتضمن حلولاً مفصلة وشرحاً وافياً لكل الأسئلة، انطلاقاً من إيماننا بأن التعلم الرقمي يمنح الطالب مرونة الوصول إلى المعرفة في أي وقت ومن أي مكان.

وإننا في موقع قطرة التعليمي، نؤمن بأن وراء كل إنجاز عظيم جنوداً مجهولين؛ لذا نتقدم بأسـمى آيات الشكر والتقدير للمعلّمة الفاضلة **ميّ عمار حوّاري**، عضو فريقنا المتميز، التي سخرت وقتها وجهدها وخبرتها العميقة في إعداد هذه الحلول بدقة وإتقان. إن خبرتها الواسعة تجلت في أسلوب الشرح المبسط والواضح الذي يضع مصلحة الطالب وتفوقه الأكاديمي في المقام الأول؛ فجزيل الشكر لها، ونسأل الله أن يجعل هذا العمل في ميزان حسناتها.

أتمنى أن تكون هذه الكراسة عونًا لكم في رحلتكم نحو النجاح، وأن تساهم في تحقيق التفوق والتميز الذي تسعون إليه.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح الدائم.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

إهـــــــداء

إلى صاحبةُ القلبِ الأحنّ،

والأثر الأعمق،

إلى من كان حضورها فرقًا،

وكلماتها أثرًا لا يزول،

من غرست بداخلي حلمًا لا يزال يكبر،

ملهمتي وقدوتي... نجمتي اللامعة،

معلمتي الغالية **رولا بطة**، حفظكِ الله ورعاكِ دائمًا

أ. ميّ عمار حوّاري

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/sinaae-kamel3

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath

نصائح مهمة لكيفية دراسة الرياضيات؟

عزيزي الطالب/ عزيزتي الطالبة، إليك بعض النصائح التي ستساعدك على التفوق في دراستك لهذه المادة وتحقيق أفضل النتائج:

1. **إخلاص النية لله.**
2. **التوكل على الله** بالأخذ بجميع أسباب التفوق، والدعاء والالحاح فيه فهو من أعظم أسلحة المسلم.
3. **فهم الأساسيات أولًا:** تأكد من أنك تفهم الأساسيات بشكل جيد. ولضمان التمكن من الأساسيات فقد وفرنا دورة مجانية عبر موقع قطرة التعليمي.
4. **التدريب المستمر باستخدام الورقة والقلم:** الحل المتكرر هو الطريق إلى الإتقان، حل المسائل بانتظام وبشكل يومي سيعزز من فهمك ويساعدك على استيعاب المفاهيم بشكل أعمق.
5. **افهم المسألة قبل الحل:** لا تتسرع في حل المسألة دون فهم كامل لمتطلباتها، خذ وقتك في قراءة السؤال جيدًا، وفهم المطلوب قبل الشروع في الحل، التسرع قد يؤدي إلى أخطاء غير ضرورية.
6. **حل المسائل بطريقة منظمة:** نظم خطوات الحل بطريقة واضحة ومنهجية، تدوين الخطوات بتسلسل منطقي يساعدك على متابعة الحل والتعرف على أي خطأ قد يحدث بسهولة، هذا الأسلوب يعزز أيضًا من فرصك في الحصول على درجات كاملة.
7. **راجع بانتظام:** خصص وقتًا لمراجعة ما تعلمته بانتظام، ولا تترك الأمور تتراكم حتى اقتراب موعد الامتحانات، المراجعة المستمرة تسهل تذكر المعلومات وتجعلك أكثر استعدادًا للامتحان.
8. **لا تخجل من طلب المساعدة:** إذا واجهت صعوبة في فهم مفهوم معين أو في حل مسألة ما، لا تتردد في طلب المساعدة من معلمك أو زملائك، الحوار والتفاعل مع الآخرين قد يفتح لك آفاقًا جديدة لفهم المادة.
9. **حافظ على هدوئك وثقتك بنفسك:** التوتر قد يؤثر سلبًا على أدائك، حافظ على هدوءك وثقتك بنفسك أثناء الدراسة وفي الامتحانات، تذكر أن النجاح في الرياضيات يعتمد على الاستمرارية والعمل الجاد، وليس على الحفظ فقط.

10. **استعد للامتحانات بالتحضير المبكر:** لا تنتظر حتى اللحظة الأخيرة، ابدأ في التحضير للامتحانات قبل وقت كافٍ، وضع خطة دراسية تغطي جميع الوحدات بشكل متوازن، قم بحل أسئلة الامتحانات السابقة المرفقة في هذه الكراسة، وتأكد من مراجعة الحلول بعد الانتهاء.

11. **قم بتحليل الأخطاء:** عند ارتكاب خطأ في حل مسألة، لا تتجاهله. بدلاً من ذلك، عد إليه وحاول فهم سبب الخطأ وكيف يمكنك تجنبه في المستقبل، التعلم من الأخطاء يُعد أحد أفضل الطرق لتطوير مهاراتك الرياضية.

12. **اجعل لك دفتراً خاصاً لتدوين كل ما يتم دراسته واحرص على تدوين الملاحظات المهمة:** أثناء حل المسائل أو مشاهدة الفيديوهات، احرص على تدوين كل شيء لأنه سيكون من الصعب مشاهدة الفيديوهات في يوم واحد مثل يوم الامتحان، وكتابة الملاحظات المهمة تساعدك على تنظيم أفكارك وتذكر النقاط المهمة عند المراجعة لاحقًا.

نتمنى لك التوفيق والنجاح في رحلتك الدراسية، ونتطلع لأن تكون هذه الكراسة عونًا لك في تحقيق أهدافك في مادة الرياضيات. تذكر أن كل مجهود تبذله اليوم سيثمر في المستقبل.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

الدرس الأول | المصفوفة

• القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة

• 2019 دور أول / إذا كان $\begin{bmatrix} س^٢ & ١ \\ -٤ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ١ \\ -٤ & س+١ \end{bmatrix}$ ما قيم س الممكنة:

أ/ $\emptyset$ ب/ -٣ جـ/ -٣،٣ د/ ٣

الحل/ $\sqrt{س^٢} = \sqrt{٩}$ ⟸ س = ±٣

و -٢ = س + ١ ⟸ -٣ = س

س = {-٣،٣} ∩ {-٣} = {-٣}

المشتركة

• 2019 دور ثاني / إذا كان $\begin{bmatrix} س^٢ & ٢ص \\ ٦ & ٣ع^٢+٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦-س & ل \\ ل & ٥ص+٢ \end{bmatrix}$ ما قيم الثوابت س، ص، ع، ل.

أ.مي حواري

الحل/ ل = ٦

٢ص = ل ⟸ $\frac{٢ص}{٢} = \frac{٦}{٢}$ ⟸ ص = ٣

س² = ٦ - س ⟸ س² + س - ٦ = ٠ ⟸ (س - ٢)(س + ٣) = ٠

إما س - ٢ = ٠ ⟸ س = ٢ أو س + ٣ = ٠ ⟸ س = -٣

و ٣ع² + ٥ = ٥ص + ٢ ⟸ ٣ع² + ٥ = ٥×٣ + ٢ ⟸ ٣ع² = ١٢ ⟸ ع² = ٤

⟸ ع = ٢، -٢

س = {٢، -٣} ∩ {٢، -٢} ⟸ س = ٢

• 2022 دور ثاني / إذا كانت ع = $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ & ١ \\ ٣ & ٤ & -٣ \end{bmatrix}$ ما قيمة ٤ع١٣ - ع٢١

أ/ -٢٣ ب/ -٧ جـ/ ٥ د/ -٥

الحل/ ع١٣ تقع في الصف الأول والعمود الثالث ⟸ ع١٣ = -٢

ع٢١ تقع في الصف الثاني والعمود الأول ⟸ ع٢١ = -٣

المطلوب/ ٤ع١٣ - ع٢١ = ٤×-٢ - -٣ = -٨ + ٣ = -٥

• 2023 دور أول / إذا كان $\begin{bmatrix} ١ & ٢س \\ ص-١ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ما قيم س، ص بالترتيب:

أ/ ٢،٣ ب/ ٢،١ جـ/ ٢،٤ د/ ٤،٣

الحل/ $\frac{٢س}{٢} = \frac{٤}{٢}$ ⟸ س = ٢ / ص - ١ = ٢ ⟸ ص = ٣ ⟸ (س،ص) = (٢،٣)

+١ +١

• 2023 دور ثاني + 2020 دور ثالث / إذا كانت المصفوفة $\text{أ} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 6 & -3 & 9 \\ 2 & 7 & -1 \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $\text{أ}_{21} - \text{أ}_{13} =$

أ/ -3 ب/ -1 ج/ 1 د/ 4

الحل/ أ_{21} تقع في الصف الثاني والعمود الأول ← $\text{أ}_{21} = 6$

أ_{13} تقع في الصف الأول والعمود الثالث ← $\text{أ}_{13} = 5$

المطلوب/ $\text{أ}_{21} - \text{أ}_{13} = 6 - 5 = 1$

• 2024 دور أول / إذا كانت $\text{أ} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 6 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ما قيمة $3\text{أ}_{12} - \frac{1}{2}\text{أ}_{23} =$

أ/ -6 ب/ 5 ج/ 1 د/ 7

الحل/ أ_{12} تقع في الصف الأول والعمود الثاني ← $\text{أ}_{12} = 3$

أ_{23} تقع في الصف الثاني والعمود الثالث ← $\text{أ}_{23} = 4$

المطلوب/ $3\text{أ}_{12} - \frac{1}{2}\text{أ}_{23} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 = 9 - 2 = 7$

• 2025 شمال الخليل / كوّن مصفوفة من الرتبة الثالثة حيث تعطى مدخلاتها حسب العلاقة :

$$\text{س}_{\text{هـ ي}} = \begin{cases} 2\text{ي} - 5 & ، \text{ي} \geq \text{هـ} \\ \text{ي}^2 + \text{هـ} & ، \text{ي} < \text{هـ} \end{cases}$$

ثم جد $\sum_{\text{ي}=1}^{3} (\text{س}_{\text{ي}3})$

أ.مي حواري

الحل/

$$\text{س}_{3\times3} = \begin{bmatrix} \text{س}_{11} & \text{س}_{12} & \text{س}_{13} \\ \text{س}_{21} & \text{س}_{22} & \text{س}_{23} \\ \text{س}_{31} & \text{س}_{32} & \text{س}_{33} \end{bmatrix}$$

$\text{س}_{11} = 2 \times 1 - 5 = -3$ / $\text{س}_{22} = 2 \times 2 - 5 = -1$ / $\text{س}_{33} = 2 \times 3 - 5 = 1$

$\text{س}_{12} = 2 \times 1 - 5 = -3$ / $\text{س}_{13} = 2 \times 1 - 5 = -3$ / $\text{س}_{23} = 2 \times 2 - 5 = -1$

$\text{س}_{21} = 2^2 + 1 = 5$ / $\text{س}_{31} = 3^2 + 1 = 10$ / $\text{س}_{32} = 3^2 + 2 = 11$

$$\Leftarrow \text{س}_{3\times3} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 10 & 11 & 1 \end{bmatrix}$$

* $\sum_{\text{ي}=1}^{3} (\text{س}_{\text{ي}3}) = \text{س}_{13} + \text{س}_{23} + \text{س}_{33} = -3 + -1 + 1 = -3$

مجموع مدخلات العمود الثالث

• خارجي/ إذا كانت المصفوفة $س = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -3 \\ 16 & 8 \end{bmatrix}$ ، ما قيمة المقدار

$$\left(2\sqrt{س_{13}} - \frac{1}{2}(س_{21})^2 + \sqrt[3]{س_{23}} + 5\right)$$

أ/ 1 ب/ 2 ج/ 7 د/ 25

الحل/ $س_{13}$ تقع في الصف الثالث والعمود الأول ⇐ $س_{13} = 16$

$س_{21}$ تقع في الصف الأول والعمود الثاني ⇐ $س_{21} = -4$

$س_{23}$ تقع في الصف الثالث والعمود الثاني ⇐ $س_{23} = 8$

المطلوب/ $\left(2\sqrt{س_{13}} - \frac{1}{2}(س_{21})^2 + \sqrt[3]{س_{23}} + 5\right) = 2\sqrt{16} - \frac{1}{2}(-4)^2 + \sqrt[3]{8} + 5$

$= (2 \times 4) - (\frac{1}{2} \times 16) + (2) + 5$

$= \cancel{8} - \cancel{8} + 2 + 5 = 2 + 5 = 7$

• خارجي/ إذا كان $ب = [25 \quad -1 \quad \text{[illegible]}]$ ، $أ = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -16 & 9 \end{bmatrix}$ ما قيمة $(أ_{22} - \sqrt{ب_{11}})^2$

أ/ $أ_{12}$ ب/ $ب_{21}$ ج/ $-أ_{12}$ د/ $ب_{31}$

الحل/ $أ_{22}$ تقع في الصف الثاني والعمود الثاني في أ ⇐ $أ_{22} = 9$

$ب_{11}$ تقع في الصف الأول والعمود الأول في ب ⇐ $ب_{11} = 25$

$(أ_{22} - \sqrt{ب_{11}})^2 = (9 - \sqrt{25})^2 = (9-5)^2 = 4^2 = 16 = -أ_{12}$

أ.مي حواري

إنّ أثقال الحياة لا يُطيقُها المَهازيلُ..

قُم، هذا فجرٌ جديد أتاك، ولحظةٍ قد لا تتكرّر يا فتى، جَدّد قلبك، وابدأ خطوتك، هذه الصعاب تُواجه بالعمل لا

الدرس الثاني | العمليات على المصفوفات

• **القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة**

• 2019 دور أول / إذا كانت المصفوفة ج = $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة التي تساوي $ج^2 - م_2$

أ/ $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 17 & 8 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 15 & 8 \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 24 & 0 \end{bmatrix}$ د/ $2م_2$

الحل/ $ج^2 = ج \times ج = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

$$\Leftarrow ج^2 = \begin{bmatrix} \underbrace{(-3\times-3)}_{9}+\underbrace{(2\times-4)}_{-8} & \underbrace{(-3\times2)}_{-6}+\underbrace{(2\times-3)}_{-6} \\ \underbrace{(-4\times-3)}_{12}+\underbrace{(-3\times-4)}_{12} & \underbrace{(-4\times2)}_{-8}+\underbrace{(-3\times-3)}_{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -12 \\ 24 & 1 \end{bmatrix}$$

$$ج^2 - م_2 = \begin{bmatrix} 1 & -12 \\ 24 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftarrow ج^2 - م_2 = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 24 & 0 \end{bmatrix}$$

• 2019 دور ثاني / إذا كانت ج = $2\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ما المصفوفة التي تساوي ج

أ/ $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

الحل/

$$ج = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

• 2019 دور ثاني / إذا كانت أ، ب، ج ثلاث مصفوفات حيث ج = ب.أ ، أ مصفوفة من الرتبة ٢×٤ ، ج مصفوفة من الرتبة ٣×٤ ، ما رتبة المصفوفة ب

أ/ ٢×٤ ب/ ٣×٤ ج/ ٢×٣ د/ ٣×٢

الحل/ ج = ب × أ
(٣×٤) (م×ن) (٢×٤)

أ.مي حواري

لكي تكون ب×أ عملية معرفة ، يجب أن تكون عدد أعمدة ب = عدد صفوف أ

⇐ ن = ٢

رتبة ناتج (ب×أ) = صفوف ب × أعمدة أ

رتبة ج = م×٤ ⇐ ٣×٤ = م×٤ ⇐ م = ٣

⇐ رتبة ب = م×ن = ٣×٢

• 2020 دور أول / إذا كانت $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ ص & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س+ص \\ 5 \end{bmatrix}$ ، ما قيمة س، ص على الترتيب

أ/ ١، ٥ ب/ ٥، ١ ج/ ٧، -١ د/ -١، ٧

الحل/ $\begin{bmatrix} (٤\times ٠)+(٣\times ٢) \\ (٤\times ٢)+(٣\times ص) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س+ص \\ ٥ \end{bmatrix}$

* ٣ص + ٨ = ٥ ← ٣ص = -٣ ← ص = -١
* ٦ = س + ص ← ٦ = س - ١ ← س = ٧

← (س ، ص) = (٧ ، -١)

• 2020 دور أول / اذا كان س ، ع مصفوفتين من الرتبة ٢×٤ ، ٢×٥ على الترتيب وكان ٣س × ص = ع ، ما رتبة المصفوفة ص

أ/ ٤×٥ ب/ ٧×٢ ج/ ٢×٧ د/ ٣×٢

الحل/ ٣س × ص = ع
٢×٤ م×ن ٢×٥
٣ لا تؤثر على الرتبة

عدد أعمدة س = عدد صفوف ص ← م = ٤
رتبة ٣س × ص = ٢×ن = ٢×٥ ← ن = ٥

• 2020 دور ثاني / إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} -٥ & ٣ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ -٦ & ١ \end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة
٢٢أ - ٥(أ+٢ب) + ٢٧ب =

أ/ $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ١٧ & ١٧ \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ -٣٤ & ٥١ \end{bmatrix}$ د/ ٧م

الحل/ ٢٢أ - ٥(أ+٢ب) + ٢٧ب = ٢٢أ - ٥أ - ١٠ب + ٢٧ب
= ١٧أ + ١٧ب
= ١٧(أ+ب)
= ١٧ $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ -٣٤ & ٥١ \end{bmatrix}$

• 2020 دور ثالث / إذا كانت س مصفوفة ما ، س × $\overset{أ}{\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}}$ = $\overset{أ}{\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}}$ ماذا يمكن أن تكون س

أ/ $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} ١ \\ ١ \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} ١ & ١ \end{bmatrix}$

الحل/ س × أ = أ ← س محايدة ضربية = س = م$_{٢\times ٢}$
م×ن ٢×١ ٢×١

• 2021 دور أول / إذا كانت المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ -١ & ٣ \end{bmatrix}$ ما قيمة أ² - أ =

أ/ $\begin{bmatrix} ٢ & ١٠ \\ ٧ & ٣ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٩ \end{bmatrix}$ ج/ ١٠م د/ ٨م

الحل/ $أ^2 - أ = أ \times أ - أ = \begin{bmatrix}2 & 2\\ 7 & 3\end{bmatrix}$ ... $\begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

$$أ^2 - أ = \begin{bmatrix}\overset{-2}{(-1\times2)}+\overset{4}{(2\times2)} & \overset{6}{(3\times2)}+\overset{4}{(2\times2)}\\ \underset{1}{(-1\times-1)}+\underset{6}{(2\times3)} & \underset{-3}{(3\times-1)}+\underset{6}{(2\times3)}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$أ^2 - أ = \begin{bmatrix}2 & 10\\ 7 & 3\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 8\\ 8 & 0\end{bmatrix} = 8\,م_2$$

• ٢٠٢٢ دور أول/ اذا كانت أ $= \begin{bmatrix}-1\\ 5\end{bmatrix}$ ، ب $= \begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}$ ما قيمة أ×ب

أ/ $\begin{bmatrix}14\end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix}-1\\ 15\end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 15 & 5\end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix}5 & -1\\ 15 & -3\end{bmatrix}$

الحل/ $أ\times ب = \begin{bmatrix}-1\\ 5\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(-1\times3) & (-1\times1)\\ 5\times3 & (5\times1)\end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ $أ\times ب = \begin{bmatrix}-3 & -1\\ 15 & 5\end{bmatrix}$

أ.مي حواري

• ٢٠٢٢ دور أول/ اذا كانت ع $= \begin{bmatrix}-5 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ ، ص $= \begin{bmatrix}5 & 1\\ 0 & -2\end{bmatrix}$ ما قيمة المصفوفة

$7ع - 5(ع + 2ص) + 12ص =$

أ/ $\begin{bmatrix}0 & 0\\ -2 & 3\end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix}0 & 0\\ 17 & 17\end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix}0 & 8\\ 8 & 0\end{bmatrix}$ د/ $7م_2$

الحل/ $7ع - 5(ع + 2ص) + 12ص = 7ع - 5ع - 10ص + 12ص$

$= 2ع + 2ص = 2(ع + ص)$

$= 2\begin{bmatrix}0 & 4\\ 4 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 8\\ 8 & 0\end{bmatrix}$

• ٢٠٢٢ دور ثاني/ اذا كانت جـ $= \begin{bmatrix}-8 & 2\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ ما قيمة المصفوفة ب التي تحقق :

$2ب + جـ = و$

أ/ $\begin{bmatrix}-16 & 4\\ -8 & 4\end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix}4 & -1\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix}8 & -4\\ -8 & 4\end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 2 & 1+\end{bmatrix}$

الحل/ $2ب + جـ = و \Leftarrow 2ب = و - جـ \Leftarrow \frac{2ب}{2} = \frac{-جـ}{2} \Leftarrow ب = -\frac{1}{2}جـ$

ب $= -\frac{1}{2}$ جـ $= -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ← ب $= \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

• 2022 دورثالث / إذا كانت س $= \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ص $= \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ ما المصفوفة التي تساوي س · ص =

أ/ $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -8 & -2 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

الحل/ س × ص = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

س ص = $\begin{bmatrix} \overset{-10}{(2\times-5)} + \overset{9}{(-3\times-3)} & \overset{4}{(2\times2)} + \cancel{\overset{0}{(-3\times0)}} \\ \underset{5}{(-1\times-5)} + \underset{-3}{(1\times-3)} & \underset{-2}{(-1\times2)} + \cancel{(1\times0)} \end{bmatrix}$

س ص = $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ +2 & -2 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

• 2023 دورثالث / ما النظير الجمعي للمصفوفة $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$

أ/ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$ ب/ لا يوجد نظير جمعي جـ/ $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الحل/ النظير الجمعي لـ أ = -أ

← النظير الجمعي للمصفوفة = $-\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$

• 2024 دورثالث / إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & ص \\ ع & ل \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} س & ع \\ ص & ل \end{bmatrix}$ ، جـ = أ - ب

أيٌّ من العبارات التالية صحيحة ؛

أ/ جـ = $جـ^م$ ب/ جـ = $و_{2\times2}$ جـ/ $جـ^م = -$ جـ د/ $جـ^م =$ جـ

الحل/ جـ = أ - ب = $\begin{bmatrix} 0 & ص-ع \\ ع-ص & 0 \end{bmatrix}$ = جـ

$جـ^م = \begin{bmatrix} 0 & ع-ص \\ ص-ع & 0 \end{bmatrix}$ ← $-$ جـ $= \begin{bmatrix} 0 & ع-ص \\ ص-ع & 0 \end{bmatrix}$

← $جـ^م = -$ جـ

• 2025 دور أول / إذا كانت $\begin{bmatrix} ١ & ٧ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ − ٢س = $\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٧ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة س

أ/ $\begin{bmatrix} ٢ & -٦ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ -١ & -١ \end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ -١ & -١ \end{bmatrix}$

الحل/

أ − ٢س = ب ⟸ [أ − ب = ٢س] ÷ ٢ ⟸ $\frac{١}{٢}$(أ − ب) = س

⟸ $\frac{١}{٢}$ $\left(\begin{bmatrix} ١ & ٧ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٧ & ٣ \end{bmatrix} \right)$ = س

⟸ $\frac{١}{٢}$ $\begin{bmatrix} -٤ & ٤ \\ -٢ & -٢ \end{bmatrix}$ = س ⟸ $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ -١ & -١ \end{bmatrix}$ = س

• 2025 دور ثاني / إذا كانت $\begin{bmatrix} ٥ & س \end{bmatrix}$ · $\begin{bmatrix} س \\ ١ \end{bmatrix}$ = [١ + ٤س] ، ما قيمة س

أ/ -١ ب/ ١ جـ/ صفر د/ ٢

الحل/

[(س×س) + (٥×١)] = [١ + ٤س]

⟸ س² + ٥ = ١ + ٤س ⟸ س² − ٤س + ٤ = ٠

⟸ (س − ٢)² = ٠ ⟸ س − ٢ = ٠ ⟸ س = ٢

• 2025 شمال الخليل / إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٦ & ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، أ × $ب_{م×ن}$ = $جـ_{٢×٥}$ ، ما قيمة ٢ن − ٣م

أ/ ٤ ب/ ٣ جـ/ ٢ د/ ١

الحل/ أ من الرتبة ٢×٣

$أ_{٢×٣}$ × $ب_{م×ن}$ = $جـ_{٢×٥}$

أ.مي حواري

عدد أعمدة أ = عدد صفوف ب ⟸ م = ٣

رتبة أ×ب = ٢×ن = ٢×٥ ⟸ ن = ٥

٢ن − ٣م = ٢×٥ − ٣×٣ = ١٠ − ٩ = ١

• خارجي / إذا كانت المصفوفة س = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ن \end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة س³ − س²

أ/ ٣م٢ ب/ م٢ جـ/ س − م٢ د/ ٩م٢

الحل/ س³ − س² = س²(س − م٢)

س² = س × س = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ن \end{bmatrix}$ × $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ن \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} (١×٣)+(٣×١) & (ن×٣)+(١×١) \\ (١×١)+(٣×ن) & (ن×١)+(١×ن) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ $س^2 = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$س - م = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$س^3 - س^2 = س^2(س-م) = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0\times6)+(3\times1) & (0\times6)+(0\times1) \\ (0\times1)+(3\times0) & (0\times1)+(0\times0) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ $س^3 - س^2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = (س - م)$

أ.مي حواري

• خارجي/ اذا كانت أ، ب، جـ مصفوفات بحيث تكون عملية الجمع والطرح معرفتين وكان ك عددًا حقيقيًا فإن العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

أ/ إذا كان أ.ب = أ.جـ فإن ب = جـ   ب/ ب.أ = أ.ب

جـ/ ك(أ.ب) = (ك أ).(ك ب)   د/ (أ+ب).جـ = أ.جـ + ب.جـ

الحل/ أ/ اذا كان أ.ب = أ.جـ فإن ب = جـ (×) يجب أن تكون أ غير صفرية.

ب/ أ.ب = ب.أ ✗ "العملية ضرب المصفوفات غير تبديلية".

جـ/ ك(أ.ب) = (ك أ).(ك ب) ✗

ك(أ.ب) = أ.(ك ب) = (ك أ).ب

د/ (أ+ب)جـ = أجـ + ب جـ ✓ "توزيع الضرب على الجمع من اليسار"

• خارجي تفوق/ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ ص & س \end{bmatrix}$ ما قيمة $(س^2 - ص^2)^2$ التي تحقق أب = ب أ

أ/ ٢   ب/ −٤   جـ/ ٤   د/ ١٦

الحل/ أب = ب أ $\Leftarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ ص & س \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ ص & س \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} (1\times3)+(1\times2) & (0\times3)+(1\times2) \\ (1\times ص)+(1\times س) & (0\times ص)+(1\times س) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ص\times1)+(3\times1) & (س\times1)+(2\times1) \\ (ص\times1)+(3\times0) & (س\times1)+(2\times0) \end{bmatrix}$

$٢ + س = ٢ \Leftarrow س = ٠$ و $٣ + ص = ٥ \Leftarrow ص = ٢$

$(س^2 - ص^2)^2 = (0 - 2^2)^2 = (-4)^2 = 16$

• **القسم الثاني | أجب عن الأسئلة التالية :**

• 2019 دور ثالث / إذا علمت أن $أ = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ جد : $٣(أ - ب) + ب^2$

الحل / $٣(أ - ب) = ٣\left(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\right) = ٣\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -4 & -11 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow ٣(أ - ب) = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -12 & -33 \end{bmatrix}$

$ب^2 = ب \times ب = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{1}{(1\times1)}+\overset{6}{(3\times2)} & \overset{3}{(1\times3)}+\overset{15}{(3\times5)} \\ \underset{2}{(2\times1)}+\underset{10}{(5\times2)} & \underset{6}{(2\times3)}+\underset{25}{(5\times5)} \end{bmatrix}$

$\Leftarrow ب^2 = \begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

$\boxed{٣(أ - ب) + ب^2} = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -12 & -33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

• 2021 دور أول / إذا كان $س + ٢ص = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 14 & 2 \end{bmatrix}$ ، $٣س - ص = \begin{bmatrix} 11 & -7 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

جد المصفوفة س

الحل / $س + ٢ص = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 14 & 2 \end{bmatrix} \leftarrow$ معادلة (١) .

$٢ \times \left(٣س - ص = \begin{bmatrix} 11 & -7 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}\right) \Leftarrow ٦س - ٢ص = \begin{bmatrix} 22 & -14 \\ 14 & 12 \end{bmatrix} \leftarrow$ معادلة (٢)

$(١) + (٢) \Leftarrow \frac{٧}{٧}س = \begin{bmatrix} 21 & -7 \\ 28 & 14 \end{bmatrix} \times \frac{1}{7} \Leftarrow \boxed{س} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

• 2021 دور أول / إذا كان $٢\begin{bmatrix} س & 3 \\ 6 & ص \end{bmatrix} = ٣\begin{bmatrix} س & ع \\ ل & -2 \end{bmatrix} - ٤\begin{bmatrix} ل & 3 \\ 0 & ص \end{bmatrix}$

جد س، ص، ع، ل .

الحل / $\begin{bmatrix} ٢س & 6 \\ 12 & ٢ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣س & ٣ع \\ ٣ل & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ل & 12 \\ 0 & ٤ص \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2س & 6 \\ 12 & 2ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3س-4ل & 3ع-12 \\ 3ل & -6-4ص \end{bmatrix}$$

$6 = 3ع - 12 \Leftarrow \frac{18}{3} = \frac{3ع}{3} \Leftarrow ع = 6$

$\frac{12}{3} = \frac{3ل}{3} \Leftarrow ل = 4$

$2س = 3س - 4ل \Leftarrow 2س = 3س - 4\times4 \Leftarrow س = 16$

$2ص = -6 - 4س \Leftarrow 2ص = -6 - 4\times16 \Leftarrow \frac{2ص}{2} = \frac{-70}{2} \Leftarrow ص = -35$

• 2022 دور أول / إذا كانت $\begin{bmatrix} س & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \end{bmatrix}$

ما قيمة الثابت س

الحل / $\begin{bmatrix} (2\times س)+(2\times -1)+(2\times 0) & (-2\times س)+(2\times 2)+(2\times 1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2س-2 & -2س+6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} (2س-2)(س) + 4\times(-2س+6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \end{bmatrix}$

$2س^2 - 2س - 8س + 24 = 12 \Leftarrow 2س^2 - 10س + 12 = 0 \quad \div 2$

$س^2 - 5س + 6 = 0$

$(س-3)(س-2) = 0$

إما $س - 3 = 0 \Leftarrow س = 3$ أو $س - 2 = 0 \Leftarrow س = 2$

$\Leftarrow س = \{2 ، 3\}$

• 2020 دور ثاني / حل المعادلة المصفوفية التالية:

$\begin{bmatrix} س & ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

الحل / $\begin{bmatrix} س & ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (2\times2)+(0\times3) & (2\times0)+(0\times0) & (2\times1)+(0\times-2) \\ (-1\times2)+(3\times3) & (-1\times0)+(3\times0) & (-1\times1)+(3\times-2) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow \begin{bmatrix} س & ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٠ & -٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢س - ٧ص & ٠ & ٤س + ٧ص \end{bmatrix}$$

٤س + ٧ص = −٥ ـــ (١)

٢س − ٧ص = ٢ ـــ (٢)

بالجمع (١)+(٢) / $\frac{٦س}{٦} = \frac{-٣}{٦}$ ⟸ $س = \frac{-١}{٢}$ نعوضها في (٢)

$٢س - ٧ص = ٢$ ⟸ $٢ \times \frac{-١}{٢} - ٧ص = ٢$ ⟸ $-١ - ٧ص = ٢$ ⟸ $\frac{-٧ص}{-٧} = \frac{٣}{-٧}$ ⟸ $ص = \frac{-٣}{٧}$

• 2023 دور أول/ إذا كانت

$$\begin{bmatrix} -١ & ٢ & ٠ \\ -٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} - ٢س = و + \begin{bmatrix} ١ & ٤ & ٢ \\ ٦ & ٥ & -١ \end{bmatrix}$$

و: المصفوفة المحايدة لجمع المصفوفات

جد المصفوفة س

الحل/

$$\begin{bmatrix} -١ & ٢ & ٠ \\ -٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & ٤ & ٢ \\ ٦ & ٥ & -١ \end{bmatrix} + و = ٢س$$

$$\frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٠ & ٦ & ٢ \\ ٤ & ٦ & -٢ \end{bmatrix} = \frac{٢س}{٢} ⟸$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ١ \\ ٢ & ٣ & -١ \end{bmatrix} = س$$

أ.مي حواري

• 2023 دور ثاني/ ما ناتج

$$٣م - \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} ٢ + \begin{bmatrix} -١ & ٣ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ١ \\ -٢ \end{bmatrix}$$

الحل/

$$٣م - \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (-١ \times ١) & (٣ \times ١) \\ (-١ \times -٢) & (٣ \times -٢) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} ٣ - \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & -٦ \end{bmatrix} =$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٥ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} =$$

• 2024 دور أول/ إذا كانت

$$\begin{bmatrix} -٤ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} = ب \,،\, \begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = أ$$

أوجد المصفوفة س حيث $٢(أ+ب) - ٣س = س + م$

أ.مي حواري

الحل/ $٢(أ+جـ) - ٣س = س + م_٢$

$٢(أ+جـ) - م_٢ = ٤س$

$٤س = ٢\left(\begin{bmatrix} ٤- & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١- & ٢- \\ ٣- & ٥ \end{bmatrix}\right) - م_٢$

$٤س = ٢\begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} - م_٢ \Leftarrow ٤س = \begin{bmatrix} ١٠- & ٢ \\ ٤ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$\frac{١}{٤} \Leftarrow \frac{٤س}{٤} = \begin{bmatrix} ١٠- & ١ \\ ٣ & ١٠ \end{bmatrix} \Leftarrow س = \begin{bmatrix} \frac{٥}{٢}- & \frac{١}{٤} \\ \frac{٣}{٤} & \frac{٥}{٢} \end{bmatrix}$

• 2024 دور ثاني/ إذا كان $[ص \quad س] \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٣- & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٤ & ٢- & ١ \\ ٥ & ٠ & ٢ \end{bmatrix} = [٣٩ \quad ١٢- \quad ١٢]$

بين أن $س^٢ + ص^٢ = ١٠$

الحل/ $[ص \quad س]$

$\begin{bmatrix} (٥\times٠)+(٤\times٢) & (٠\times٠)+(٢-\times٢) & (٢\times٠)+(١\times٢) \\ (٥\times٣-)+(٤\times٠) & (٠\times٣-)+(٢-\times٠) & (٢\times٣-)+(١\times٠) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow [ص \quad س] \begin{bmatrix} ٨ & ٤- & ٢ \\ ١٥- & ٠ & ٦- \end{bmatrix} = [٣٩ \quad ١٢- \quad ١٢]$

$[٨س - ١٥ص \quad ٤-س + ٠ص \quad ٢س - ٦ص] = [٣٩ \quad ١٢- \quad ١٢]$

$\frac{٤-س}{٤-} = \frac{١٢-}{٤-} \Leftarrow س = ٣$

$٢س - ٦ص = ١٢ \Leftarrow ٢\times٣ - ٦ص = ١٢ \Leftarrow ٦ - ٦ص = ١٢ \Leftarrow ٦-ص = ٦ / ٦-$

$ص = ١-$

$٨س - ١٥ص = ٨\times٣ - ١٥\times١- = ٢٤ + ١٥ = ٣٩ \checkmark$

$س^٢ + ص^٢ = (٣)^٢ + (١-)^٢ = ٩ + ١ = ١٠ \#$

• 2024 دور ثاني/ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٣- & ٧ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ ٨ & ٧ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س إذا

علمت أن $أ + ٥ب + س = ٩$

الحل/ $أ + ٥ب + س = ٩ \Leftarrow أ + ٥ب = ٩ - س$

$أ + ٥ب = -س$

$أ + ٥ب = -س \Leftarrow -س = \begin{bmatrix}١&٥\\٧&-٣\end{bmatrix} + ٥\begin{bmatrix}٩&١\\٧&٨\end{bmatrix}$

$\Leftarrow -س = \begin{bmatrix}١&٥\\٧&-٣\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}٤٥&٥\\٣٥&٤٠\end{bmatrix}$

$\Leftarrow \times -١ \quad \frac{-س}{-١} = \begin{bmatrix}٤٦&١٠\\٤٢&٣٧\end{bmatrix} \Leftarrow س = \begin{bmatrix}-٤٦&-١٠\\-٤٢&-٣٧\end{bmatrix}$

• 2024 دور ثالث/ جد قيمة/ قيم س إذا كانت $\begin{bmatrix}س & ١\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٣&١\\٥&١\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢\\س\end{bmatrix} = ٩$

الحل/ $\begin{bmatrix}٣س+٥ & س+١\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢\\س\end{bmatrix} = ٩$

$[٠] = [(٣س+٥)٢ + (س+١)س]$

$٦س + ١٠ + س^٢ + س = ٠$

$س^٢ + ٧س + ١٠ = ٠ \Leftarrow (س+٢)(س+٥) = ٠$

إما $س + ٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$

أو $س + ٥ = ٠ \Leftarrow س = -٥$

$\Leftarrow س = \{-٢ ، -٥\}$

أ.مي حواري

• 2025 دور أول/ اذا كانت $أ = \begin{bmatrix}٢&٥\\-١&٤\\٠&٣\end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix}٢&٠\\٥&٣\end{bmatrix}$ جد $(أ.ب) - ٢أ$

الحل/

$أ.ب = \begin{bmatrix}(٢\times٢)+(٥\times٥) & \cancel{(٢\times٠)}+(٥\times٣)\\ (-١\times٢)+(٤\times٥) & \cancel{(-١\times٠)}+(٤\times٣)\\ \cancel{(٠\times٢)}+(٣\times٥) & \cancel{(٠\times٠)}+(٣\times٣)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}٢٩&١٥\\١٨&١٢\\١٥&٩\end{bmatrix}$

$أب - ٢أ = \begin{bmatrix}٢٩&١٥\\١٨&١٢\\١٥&٩\end{bmatrix} - ٢\begin{bmatrix}٢&٥\\-١&٤\\٠&٣\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}٢٩&١٥\\١٨&١٢\\١٥&٩\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}٤&١٠\\-٢&٨\\٠&٦\end{bmatrix}$

$\Leftarrow أب - ٢أ = \begin{bmatrix}٢٥&٥\\٢٠&٤\\١٥&٣\end{bmatrix}$

• 2025 دورة ثاني / إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٥ & ٦- \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة

$(أ)^٢ - ب + م_٢$

الحل /

$أ^٢ = أ \times أ = \begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{٤}{(٢\times٢)} + \underset{٠}{\cancel{(١-\times٠)}} & \overset{٩}{(٣\times٣)} + \cancel{(١-\times٠)} \\ \overset{٢-}{(٢\times١-)} + \overset{٣-}{(١-\times٣)} & \cancel{(٠\times٢)} + \cancel{(٣\times٠)} \end{bmatrix}$

$\Leftarrow أ^٢ = \begin{bmatrix} ٥- & ٩ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

$أ^٢ - ب + م_٢ = \begin{bmatrix} ٥- & ٩ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٥ & ٦- \end{bmatrix} + م_٢$

$أ^٢ - ب + م_٢ = \begin{bmatrix} ٤- & ٩ \\ ١- & ٦ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow أ^٢ - ب + م_٢ = \begin{bmatrix} ٤- & ١٠ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

• خارجي / ما قيمة / قيم الثابت جـ التي تجعل المصفوفة $س = \begin{bmatrix} جـ+٣ & هـ^٠ \\ لو_٧ ٧ & جـ^٢-٩ \end{bmatrix}$

تساوي المصفوفة $م_٢$

الحل / $هـ^٠ = ١$ ، $لو_٧ ٧ = ١$ ⇐ تذكر $لو_أ أ = ١$ ، $أ^٠ = ١$ ، $أ \in ح^*$

$\Leftarrow س = م_٢ \Leftarrow \begin{bmatrix} جـ+٣ & ١ \\ ١ & جـ^٢-٩ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$جـ + ٣ = ٠ \Leftarrow جـ = ٣-$

و $جـ^٢ - ٩ = ٠ \Leftarrow \sqrt{جـ^٢} = \sqrt{٩} \Leftarrow جـ = ٣\pm$

$جـ = \{٣-\} \cap \{٣ ، ٣-\} \Leftarrow جـ = \{٣-\}$

• خارجي / حل المعادلة المصفوفية التالية

$٢ \left(\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٧ & ٩- \end{bmatrix} - ٢س + ٢ \begin{bmatrix} ١- & ٤ \\ ٦ & ٥- \end{bmatrix} \right) = ٢-س + ٣و_٢ - ٤م_٢$

الحل /

$\frac{٢}{٢} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٧ & ٩- \end{bmatrix}} - ٢س + \underbrace{\begin{bmatrix} ٢- & ٨ \\ ١٢ & ١٠- \end{bmatrix}} \right) = (٢-س + ٤-م_٢) \div ٢$

$\begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١٩ & ١٩- \end{bmatrix} - \underset{+٢س}{٢س} = \underset{+٢س}{-س} - ٢م_٢$

$س = 2أ + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -19 & 19 \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -19 & 19 \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{س} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -19 & 21 \end{bmatrix}$

• خارجي/ إذا كان $أ = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $أ.(ب+جـ) = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

جد المصفوفة $و_{1\times2} - (أ.ب)$

الحل/ $أ.(ب+جـ) = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

$أ.جـ + أ.ب = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

$أ.ب = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix} - أجـ$

$أ.جـ = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow أ.جـ = \begin{bmatrix} \underset{-7}{(3\times-2)+(-1\times1)} & \overset{9}{(3\times3)+\cancel{(-1\times0)}} \end{bmatrix}$

$أ.جـ = \begin{bmatrix} -7 & 9 \end{bmatrix}$

$أ.ب = \begin{bmatrix} -7 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

$أ.ب = \begin{bmatrix} 9 & -13 \end{bmatrix}$

المطلوب $و_{1\times2} - (أ.ب) = -(أ.ب) = -\begin{bmatrix} 9 & -13 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -9 & 13 \end{bmatrix}}$

• خارجي/ اذا كانت $أ+ب = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ما المصفوفة التي تمثل $أجـ + بجـ$

الحل/ $أجـ + بجـ = (أ+ب)جـ$ اخراج جـ عامل مشترك من اليسار

$أجـ + بجـ = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow أجـ + بجـ = \begin{bmatrix} \overset{-1}{(-1\times1)+\cancel{(0\times-3)}} & \overset{-2}{(-1\times2)+\cancel{(0\times1)}} \\ \underset{-3\quad 2}{(2\times1)+(1\times-3)} & \underset{4\quad 1}{(2\times2)+(1\times1)} \end{bmatrix}$

$\boxed{أجـ + بجـ} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

أ.مي حوّاري

• خارجي/ حل المعادلة $2س - 3 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 3س + 2\left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$

الحل/

$\underset{-2س}{2س} + \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} = \underset{-2س}{3س} + 2 \begin{bmatrix} \overset{1}{\cancel{(2\times0)}+(1\times1)} & \cancel{(2\times1)}+\cancel{(1\times0)} \\ \underset{2}{(1\times2)+\cancel{(0\times1)}} & \underset{1}{(1\times1)+\cancel{(0\times0)}} \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} ٢ + س = \begin{bmatrix} ٩- & ٦- \\ ٦- & ٣- \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٩- & ٦- \\ ٦- & ٣- \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} + س = \begin{bmatrix} ٩- & ٦- \\ ٦- & ٣- \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} ٩- & ٨- \\ ٨- & ٧- \end{bmatrix} \Leftarrow$$

• تفوق خارجي / حل المعادلة $٢س + ٣ب = أ + ب$ حيث $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\frac{جـ}{٢} = \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$

$جـ = ب - أ$

الحل /

$$٢س + ٣ب = أ + ب$$
$$٢س = أ - ٢ب$$
$$٢س = أ - ٢(أ + جـ)$$
$$٢س = أ - ٢أ - ٢جـ$$
$$٢س = -أ - ٢جـ = -(أ + ٢جـ)$$
$$س = -\frac{١}{٢}(أ + ٢جـ)$$

، مُعطى أن $جـ = ب - أ \Leftarrow ب = أ + جـ$

$$٤\times \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix} = \frac{جـ}{٢} \times ٤$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٨ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix} = ٢جـ$$

نعوضها

$$س = -\frac{١}{٢}\left(\begin{bmatrix} ٠ & ٨ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}\right) \Leftarrow$$

$$\begin{bmatrix} ١- & \frac{٥}{٢}- \\ \frac{٩}{٢}- & \frac{٧}{٢}+ \end{bmatrix} = س \Leftarrow \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٩ & ٧- \end{bmatrix} -\frac{١}{٢} = س$$

أ. مي حواري

لن تنتهي مراحل نحت قلبك..

ستبقى تنتقل فيك من مرحلة إلى أخرى، ستبقى تُكابد حتّى تُصقَل منك شخصيّة مختلفة، القوّة لن تجيء من اللّين، والثّبات لن يولد إلاّ من المعاناة، والفهم لن يَنبُت إلاّ على غصون المحُاولة، كُن صادقًا؛ تجد فتحًا يُذهلك، كُن مخلصًا؛ تجد طريقًا يُوصلك، والله إنّي أؤمن يا فتى، أؤمن أنّ الله أعدّ لك ما يُدهشك، تبقّى عليك أن تأخُذ

الدرس الثالث / المحددات

القسم الأول: اختر الإجابة الصحيحة

• 2019/ إذا كانت المصفوفة $أ = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ وكانت ب مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية حيث أن $|2أ.ب| = 24$، ما قيمة $|ب|$

أ/ -3 ب/ -2 ج/ 2 د/ 3

الحل/ $|أ| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = (1 \times 7) - (2 \times 5) = 7 - 10 = -3$

$|2(أ.ب)| = 2^2 |أ.ب| = 4|أ||ب| = 24 \Leftarrow \frac{4|أ||ب|}{4} = \frac{24}{4} \Leftarrow |أ||ب| = 6$

$\frac{-3|ب|}{-3} = \frac{6}{-3} \Leftarrow |ب| = -2$

• 2019 دورة ثانية/ إذا كانت المصفوفة أ مربعة من الرتبة الثالثة وكانت $|-2أ| = 24$ ما قيمة $|أ|$

أ/ -3 ب/ 6 ج/ 2 د/ -12

الحل/ $|-2أ| = 24 \Leftarrow (-2)^3|أ| = 24 \Leftarrow \frac{-8|أ|}{-8} = \frac{24}{-8} \Leftarrow |أ| = -3$

• 2019 دورة ثالث/ إذا كانت أ و ب مصفوفتين مربعتين من نفس الرتبة وكانت $|أ^{-1}| = 2$، $|ب| = 8$
ما قيمة $|أب|$

أ/ 16 ب/ 4 ج/ -4 د/ -16

الحل/ $|أ| = \frac{1}{|أ^{-1}|} = \frac{1}{2}$

$|أب| = |أ||ب| = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

أ.مي حواري

• 2019 دورة ثالثة/ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ وكان $|2أ| = -8$ ما قيمة س

أ/ 4 ب/ 2 ج/ -2 د/ -4

الحل/ $|2أ| = 2^2|أ| = -8 \Leftarrow 4|أ| = -8 \Leftarrow |أ| = -2$

$|أ| = \begin{vmatrix} س & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (س \times 1) - (3 \times 2) = -2$

$س - 6 = -2 \Leftarrow س = 4$

• 2020 دورة أولى/ إذا كانت أ مصفوفة حيث $|أ| = 5$، $|2أ| = 40$ ما رتبة أ

أ/ 1×1 ب/ 2×2 ج/ 3×3 د/ 4×4

الحل/ نفرض رتبة أ = ن

$|2أ| = 40 \Leftarrow 2^ن|أ| = 40 \Leftarrow 2^ن \times 5 = 40 \Leftarrow 2^ن = 8 \Leftarrow 2^ن = 2^3$

$\Leftarrow ن = 3$

رتبة $أ = 3 \times 3$

• 2020 دور أول / إذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة ٢×٢ ، وب مصفوفة مربعة من الرتبة (٣×٣) وكانت |أ| + |٢ب| = ٥ ، $|\frac{1}{3}ب| = \frac{1}{27}$ ما قيمة |٣أ|

أ/ -٢٧ ب/ ٩ ج/ ٣ د/ ٣٦

الحل / $|\frac{1}{3}ب| = (\frac{1}{3})^3|ب| = \frac{1}{27} \Leftarrow \frac{1}{27}|ب| = \frac{1}{27} \Leftarrow |ب| = 1$

$|أ| + |2ب| = 5 \Leftarrow |أ| + 2^3|ب| = 5 = |أ| + 8 = 5 \Leftarrow |أ| = -3$

$|3أ| = 3^2|أ| = 9 \times -3 = -27$

• 2020 دور أول / ما ناتج $\begin{vmatrix} جاس & 1 \\ 0 & قتاس \end{vmatrix}$

أ/ جا(٢س) ب/ -جا(٢س) ج/ $-\frac{1}{2}$ جا(٢س) د/ $\frac{1}{2}$ جا(٢س)

الحل / $\begin{vmatrix} جاس & 1 \\ 0 & قتاس \end{vmatrix} = (1\times 0) - (جاس)(قتاس)$

$= 0 - جاس قتاس = -\frac{1}{2} جا2س$

• 2020 دور ثاني / إذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة ٣×٣ وكان |أ| = ٢ ، $|2أب^{-1}| = 4$ ما قيمة |٢ب| =

أ/ ١٦ ب/ ٤ ج/ ٣٢ د/ -١٦

الحل / $|2أب^{-1}| = 4 = 2^3|أ||ب^{-1}| = 4$

$8\times 2\times \frac{1}{|ب|} = 4 \Leftarrow \frac{4}{4}|ب| = \frac{16}{4} \Leftarrow |ب| = 4$

$|2ب| = 2^3|ب| = 8\times 4 = 32$

• 2020 دور ثالث / إذا كانت أ مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية وكانت |٣أ| = ٥٤ ، |أب| = -١٢ ما قيمة |٢ب|

أ/ ١٦ ب/ -٨ ج/ ٨ د/ -١٦

الحل / $|3أ| = 3^2|أ| = 54 \Leftarrow \frac{9}{9}|أ| = \frac{54}{9} \Leftarrow |أ| = 6$

$|أب| = |أ||ب| = -12 \Leftarrow \frac{6}{6}|ب| = \frac{-12}{6} \Leftarrow |ب| = -2$

$|2ب| = 2^2|ب| = 4\times -2 = -8$

• 2020 دور ثالث / إذا كانت $م_3$ المصفوفة المحايدة ، ما قيمة $|5م_3|$

أ/ ٥ ب/ ١٥ ج/ ٢٥ د/ ١٢٥

الحل / $|5م_3| = 5^3|م_3| = 125\times 1 = 125$

• ملاحظة / |م| = ١ ، |و| = ٠

أ. مي حواري

.. في الدنيا لن يقف شيء لأجلك ، فلا تقف!

• 2020 دور ثالث / اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س^٢ & ٥ \\ ٥ & س \end{bmatrix}$ ، وكان $|٢أ^٢| = ١٦$ ، $|أ| > ٠$ ، ما قيمة الثابت س :

أ/ ٥٤ ب/ ١٦ ج/ ٤ د/ ٣

الحل/ $|٢أ^٢| = ٢^٢ \times أ \times أ = ٢^٢|أ||أ| = ١٦$

$\frac{٤|أ|^٢}{٤} = \frac{١٦}{٤} \Leftarrow |أ|^٢ = ٤$ «بأخذ الجذر التربيعي للطرفين»

إما $|أ| = ٢$ أو $|أ| = -٢$ مرفوض لأن $|أ| > ٠$:

$|أ| = \begin{vmatrix} س^٢ & ٥ \\ ٥ & س \end{vmatrix} = (س^٢ \times س) - (٥ \times ٥) = ٢$

$س^٣ - ٢٥ = ٢ \Leftarrow \sqrt[٣]{س^٣} = \sqrt[٣]{٢٧} \Leftarrow س = ٣$

• 2021 دور أول / إذا كان $\begin{vmatrix} س & ١ \\ ٣ & ص \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -١ & ص \\ س & ١ \end{vmatrix}$ ، ما قيمة س ص

أ/ ١ ب/ −١ ج/ ٢ د/ −٢

الحل/ $(س \times ص) - (١ \times ٣) = (-١ \times ١) - (س \times ص)$

$س ص - ٣ = -١ - س ص \Leftarrow ٢س ص = -١ + ٣ \Leftarrow \frac{٢س ص}{٢} = \frac{٢}{٢}$

$\Leftarrow س ص = ١$

أ.مي حواري

• 2022 دور أول / اذا كانت $س = \begin{bmatrix} ٥ & ب \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ وكان $|-٢س| = ١٢$ ما قيمة الثابت ب :

أ/ ٤ ب/ ٦ ج/ −٢ د/ −٤

الحل/ $|س| = \begin{vmatrix} ٥ & ب \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = (٥ \times ٣) - ٢ب = ١٥ - ٢ب$

$|-٢س| = (-٢)^٢|س| = ١٢ \Leftarrow \frac{٤|س|}{٤} = \frac{١٢}{٤} \Leftarrow |س| = ٣ \Leftarrow ٣ = ١٥ - ٢ب$

$\Leftarrow \frac{-١٢}{-٢} = \frac{-٢ب}{-٢} \Leftarrow ٦ = ب$

• 2022 دور ثاني / اذا كانت ع مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكانت $|-٢ع| = ١$ ، ما قيمة $|\frac{١}{٢}ع^{-١}|$

أ/ ١٦ ب/ −٨ ج/ ١ د/ −١

الحل/ $|-٢ع| = ١ \Leftarrow (-٢)^٢|ع| = ١ \Leftarrow ٤|ع| = ١ \Leftarrow |ع| = \frac{١}{٤}$

$|\frac{١}{٢}ع^{-١}| = (\frac{١}{٢})^٢|ع^{-١}| = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{|ع|} = \frac{١}{٤} \times ٤ = ١$

• 2022 دور ثالث / إذا كانت $\begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١ & س \end{vmatrix} = ٥$ وكانت $|س| > ٠$ ، ما قيمة الثابت س :

أ/ ١ ب/ ٢ ج/ ٣ د/ $\frac{٩}{٢}$

الحل/ $(س \times س) - (٤ \times ١) = ٥ \Leftarrow س^٢ - ٤ = ٥ \Leftarrow س^٢ = ٩$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

إما $س = ٣$ ✓ أو $س = -٣$ ✗

• 2023 دور أول/ إذا كانت س مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان |٣س| = ١٨ ما قيمة |-٢س|

أ/ -٤ ب/ -٨ ج/ ٨ د/ ٤

الحل/ |٣س| = ٣^٢|س| = ١٨ ⟸ ٩|س| = ١٨ ⟸ |س| = ٢

|-٢س| = (-٢)^٢|س| = ٤|س| = ٤ × ٢ = ٨

• 2023 دور ثاني/ اذا كانت أ و ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة ٣×٣ وكانت |٢أ| = ١٦ ، |أ.ب| = ٢٤ ما قيمة |ب|

أ/ ١٢ ب/ ٦ ج/ ٣ د/ ٢

الحل/ |٢أ| = ٢^٣|أ| = ١٦ ⟸ ٨|أ| = ١٦ ⟸ |أ| = ١٦/٨ = ٢

|أ.ب| = ٢٤ ⟸ |أ||ب| = ٢٤ ⟸ ٢|ب| = ٢٤ ⟸ |ب| = ٢٤/٢ = ١٢

• 2023 دور ثالث/ إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ وكان |٢أ| = -٨ ما قيمة س

أ/ ٤ ب/ ٢ ج/ -٢ د/ -٤

الحل/ |أ| = $\begin{vmatrix} س & ٣ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$ = (س × ١) - (٢ × ٣) = س - ٦

|٢أ| = ٢^٢|أ| = -٨ ⟸ ٤|أ| = -٨ ⟸ |أ| = -٨/٤ ⟸ |أ| = -٢ ⟸ س - ٦ = -٢ ⟸ س = ٤

• 2025 دور أول/ إذا كانت أ = [١ -١] ، ب = $\begin{bmatrix} -١ \\ ١ \end{bmatrix}$ ما قيمة |أ.ب|

أ/ -٢ ب/ ٢ ج/ ١ د/ صفر

الحل/ أ.ب = [١ -١] $\begin{bmatrix} -١ \\ ١ \end{bmatrix}$ = [(١ × -١) + (-١ × ١)] = [-٢]

|أ.ب| = |-٢| = -٢

• 2025 دور ثاني/ ما قيمة $\begin{vmatrix} جاس & ١ \\ ٠ & جتاس \end{vmatrix}$

أ/ جا(٢س) ب/ -جا(٢س) ج/ ½ جا(٢س) د/ -½ جا(٢س)

الحل/ $\begin{vmatrix} جاس & ١ \\ ٠ & جتاس \end{vmatrix}$ = (جاس جتاس) - (١ × ٠) = جاس جتاس = ½ جا(٢س)

• 2025 طولكرم/ اذا كانت أ مصفوفة من الرتبة الثانية وكانت ب مصفوفة مربعة من الرتبة الثالثة أي مما يلي لا يمكن إيجاده :

أ/ |أ'| × ب ب/ |أ × ب| ج/ |أ| × ب د/ |أ| + |ب| + ٦

الحل/ أ/ $|أ|^{-1} \times ب$ ✓ $|أ|^{-1}$ عدد ⇐ عدد × ب ✓

ب/ $|أ \times ب|$ ✗ أ×ب غير معرفة لأن أعمدة أ ≠ عدد صفوف ب

جـ/ $|أ| \times ب$ ✓ ضرب عدد في مصفوفة

د/ $|أ| + |ب| + ٦$ ✓ جمع أعداد .

• خارجي/ اذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية وكان $أ_{٢١} - أ_{١٢} = ٨$ ، $أ.ب = م_٢$

$|-ب| = -\frac{١}{٢}$ جد $ب_{١٢} - ب_{٢١} =$

أ/ -٨ ب/ ٨ ج/ ٤ د/ -٤

الحل

$|-ب| = (-١)^٢ |ب| = -\frac{١}{٢} ⇐ |ب| = -\frac{١}{٢}$

أ ، ب غير منفردة

$أ.ب = م ⇐ أ.ب.ب^{-١} = م.ب^{-١} ⇐ أ = ب^{-١}$

نفرض $أ = \begin{bmatrix} أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٢٢} & أ_{١٢} \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ب_{٢١} & ب_{١١} \\ ب_{٢٢} & ب_{١٢} \end{bmatrix}$

أ.مي حوّاري

$ب^{-١} = \frac{١}{-\frac{١}{٢}} \begin{bmatrix} -ب_{٢١} & ب_{٢٢} \\ ب_{١١} & -ب_{١٢} \end{bmatrix} ⇐ ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ب_{٢١} & -٢ب_{٢٢} \\ -٢ب_{١١} & ٢ب_{١٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٢٢} & أ_{١٢} \end{bmatrix}$

معطى/ $أ_{٢١} - أ_{١٢} = ٨ ⇐ (٢ب_{٢١} - ٢ب_{١٢} = ٨)/-٢ ⇐ ب_{١٢} - ب_{٢١} = -٤$

• القسم الثاني/ أجب عن الأسئلة التالية :

• 2019 دور أول/ اذا كان $\begin{vmatrix} ١٤ & ٨ \\ ٤ & س \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ص & ٦ \end{vmatrix}$ وكان ص = ٢س + ١ ما قيمتي س، ص .

الحل/ $\begin{vmatrix} ١٤ & ٨ \\ ٤ & س \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ص & ٦ \end{vmatrix}$

$(٨ \times ٤) - (١٤ \times س) = (٢ \times ص) - (٦ \times ١) ⇐ ٣٢ - ١٤س = ٢ص - ٦ ⇐ (٣٨ - ١٤س = ٢ص)/٢$

$⇐ ١٩ - ٧س = ص$ ... (١)

$١ + ٢س = ص$ ... (٢) .

$(١) - (٢) ⇐ ١٨ - ٩س = ٠ ⇐ \frac{١٨}{٩} = \frac{٩س}{٩} ⇐ س = ٢$

نعوض س في (٢) $⇐ ص = ١ + ٢ \times ٢ ⇐ ص = ٥$

• 2020 دور أول/ حل المعادلة التالية : $\begin{vmatrix} ٤ & -٣ & ٢ \\ ن & ٢ & -١ \\ ٥ & ١ & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٢س \\ س-٦ & ٧ \end{vmatrix}$

الحل

$$\begin{vmatrix} ٢ & -٣ & ٤ \\ -١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ١ & ٥ \end{vmatrix} = ٢\begin{vmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} - -٣\begin{vmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} + ٤\begin{vmatrix} -١ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix}$$

$$= ٢\big((٢\times٥) - (١\times٠)\big) + ٣\big((-١\times٥) - (٣\times٠)\big) + ٤\big((-١\times١) - (٣\times٢)\big)$$

$$= ٢(١٠ - ٠) + ٣(-٥ - ٠) + ٤(-١ - ٦)$$

$$= ٢٠ - ١٥ + -٢٨ = -٢٣$$

أ.مي حوّاري

$$* \quad -٢٣ = \begin{vmatrix} ٢س & ١ \\ ٧ & س-٦ \end{vmatrix} \Leftarrow -٢٣ = ٢س(س-٦) - (٧\times١)$$

$$\underset{+٢٣}{-٢٣} = ٢س^٢ - ١٢س - \underset{+٢٣}{٧}$$

$$\left(٠ = ٢س^٢ - ١٢س + ١٦\right)/٢$$

$$\Leftarrow ٠ = س^٢ - ٦س + ٨ \Leftarrow ٠ = (س-٢)(س-٤)$$

إما $س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$ أو $س - ٤ = ٠ \Leftarrow س = ٤$

$$\Leftarrow \boxed{س = \{٢، ٤\}}$$

• ٢٠٢٠ دور ثاني/ اذا كانت $\begin{vmatrix} ٢ & -٣ & ١ \\ ٤ & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & س \end{vmatrix} = ١٣$ ، ما قيمة الثابت س .

الحل

$$٢\begin{vmatrix} -٥ & ٢ \\ ٦ & س \end{vmatrix} - -٣\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & س \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ ١ & ٦ \end{vmatrix} = ١٣$$

$$٢\big(-٥س - (٦\times٢)\big) + ٣\big((٤\times س) - (١\times٢)\big) + \big((٤\times٦) - (-٥\times١)\big) = ١٣$$

$$٢(-٥س - ١٢) + ٣(٤س - ٢) + (٢٤ - -٥) = ١٣$$

$$-١٠س + \cancel{-٢٤} + ١٢س - ٦ + \cancel{٢٤} + ٥ = ١٣ \Leftarrow ٢س - ١ = ١٣ \Leftarrow \frac{٢س}{٢} = \frac{١٤}{٢}$$

$$\Leftarrow \boxed{س = ٧}$$

• ٢٠٢١ دور أول/ اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ما قيمة $|أ.ب| + |أ-ب|$

الحل

$$|أ| = \begin{vmatrix} -٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix} = (-٢\times١) - (٥\times٣) = -٢ - ١٥ = -١٧$$

$$|ب| = \begin{vmatrix} -١ & ٢ \\ -٤ & ٣ \end{vmatrix} = (-١\times٣) - (-٤\times٢) = -٣ + ٨ = ٥$$

$$أ - ب = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٩ & -٢ \end{bmatrix}$$

$$|أ-ب| = (-١\times-٢) - (٩\times١) = ٢ - ٩ = -٧$$

المطلوب/ $|\text{أ}.\text{ب}| + |\text{أ} - \text{ب}| = |\text{أ}||\text{ب}| + -٧ = (-١٧ \times ٥) + -٧$
$= -٨٥ + -٧ = -٩٢$

$\Leftarrow |\text{أب}| + |\text{أ} - \text{ب}| = -٩٢$

2022 دور أول/ إذا كانت ع $= \begin{bmatrix} -٢ & \text{ن} \\ ٤ & ٩ \end{bmatrix}$ ، وكان $|\text{ع} + ٣\text{م}_\text{ح}| = \text{ن}^٢$ ما قيمة/ قيم الثابت ن

أ.مي حوّاري

الحل/ $\text{ع} + ٣\text{م}_\text{ح} = \begin{bmatrix} -٢ & \text{ن} \\ ٤ & ٩ \end{bmatrix} + ٣ \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow \text{ع} + ٣\text{م}_\text{ح} = \begin{bmatrix} -٢ & \text{ن} \\ ٤ & ٩ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow \text{ع} + ٣\text{م}_\text{ح} = \begin{bmatrix} ١ & \text{ن} \\ ٤ & ١٢ \end{bmatrix}$

$|\text{ع} + ٣\text{م}_\text{ح}| = \begin{vmatrix} ١ & \text{ن} \\ ٤ & ١٢ \end{vmatrix} = ١٢ - ٤\text{ن} = \text{ن}^٢ \Leftarrow \text{ن}^٢ + ٤\text{ن} - ١٢ = ٠$
$(\text{ن} \mp ٢)(\text{ن} + ٦) = ٠$
إما $\text{ن} \mp ٢ = ٠ \Leftarrow \text{ن} = +٢$ أو $\text{ن} + ٦ = ٠ \Leftarrow \text{ن} = -٦$
$\text{ن} = \{+٢ ، -٦\}$

2022 دور أول/ إذا كانت ب $= \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ & ٣ \\ ٢ & ١ & -٢ \end{bmatrix}$ ، ج $= \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، د $= [-٢]$

بيّن أن $|\text{ب}| + |\text{ج}| = |\text{د}|$

الحل/ $|\text{ب}| = ٢ \begin{vmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix} - ٣ \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & -٢ \end{vmatrix} + ٢ \begin{vmatrix} ٥ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$

$|\text{ب}| = ٢\big((٤ \times -٢) - (١ \times ٣)\big) - ٣\big((٥ \times -٢) - (٢ \times ٣)\big) + ٢\big((٥ \times ١) - (٢ \times ٤)\big)$
$|\text{ب}| = ٢(-٨ - ٣) - ٣(-١٠ - ٦) + ٢(٥ - ٨)$
$|\text{ب}| = ٢ \times (-١١) - ٣ \times -١٦ + ٢ \times -٣ = -٢٢ + ٤٨ - ٦ = ٢٠$

$|\text{ج}| = (-٣ \times ٤) - (٥ \times ٢) = -١٢ - ١٠ = -٢٢$
$|\text{د}| = |-٢| = -٢$
$|\text{ب}| + |\text{ج}| = ٢٠ + -٢٢ = -٢ = |\text{د}|$ #

2022 دور ثاني/ حل المعادلة التالية:
$\begin{vmatrix} ٢ & -١ & ٣ \\ ٤ & \text{س} & ٥ \\ ١ & ٦ & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س} & -١ \\ ١ & \text{س} \end{vmatrix}$

الحل/

$$* \begin{vmatrix} ٢ & -١ & ٣ \\ ٤ & س & ٥ \\ ١ & ٦ & ٣ \end{vmatrix} = ٢\begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٦ & ٣ \end{vmatrix} - -١\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} + ٣\begin{vmatrix} ٤ & س \\ ١ & ٦ \end{vmatrix}$$

$$= ٢(٣س - ٥\times٦) + (٤\times٣ - ٥\times١) + ٣(٤\times٦ - س)$$

$$= ٦س - ٦٠ + (١٢ - ٥) + ٧٢ - ٣س$$

$$= ٣س + ١٩$$

$$* \begin{vmatrix} س & -١ \\ ١ & س \end{vmatrix} = (س\times س) - (١\times -١) = س^٢ - -١ = س^٢ + ١$$

أ.مي حوّاري

$$\Leftarrow ٣س + ١٩ = س^٢ + ١ \Leftarrow س^٢ - ٣س - ١٨ = ٠$$

$$(س + ٣)(س - ٦) = ٠$$

إما $س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -٣$ أو $س - ٦ = ٠ \Leftarrow س = ٦$

$$س = \{٦ ، -٣\}$$

• 2022 دور ثالث/ ما قيمة س التي تجعل $\begin{vmatrix} س & -١ & س \\ ٤ & ٣ & ٢ \\ -٥ & ٠ & -٣ \end{vmatrix} = -١٤$

الحل/

$$س\begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٠ & -٣ \end{vmatrix} - -١\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ -٥ & -٣ \end{vmatrix} + س\begin{vmatrix} ٤ & ٣ \\ -٥ & ٠ \end{vmatrix} = -١٤$$

$$س(٣\times-٣ - ٢\times٠) + (٤\times-٣ - ٢\times-٥) + س(٤\times٠ - ٣\times-٥) = -١٤$$

$$-٩س + (-١٢ - -١٠) + (٠ + ١٥)س = -١٤$$

$$-٩س + -٢ + ١٥س = -١٤ \Leftarrow \frac{٦س}{٦} = \frac{-١٢}{٦} \Leftarrow س = -٢$$

• 2023 دور أول/ حل المعادلة التالية: $\begin{vmatrix} ٠ & ٣ & س \\ س & ١ & ٠ \\ -١ & س+٢ & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٩ & ٣ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix}$

$$٠\begin{vmatrix} ١ & ٠ \\ س+٢ & ٣ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} س & ٠ \\ -١ & ٣ \end{vmatrix} + س\begin{vmatrix} س & ١ \\ -١ & س+٢ \end{vmatrix} = (٩\times١) - (٣\times٣)$$

$$-٣(٣س - ٠) + س\big(س(س+٢) - (-١\times١)\big) = ٠$$

$$-٩س + س^٢(س+٢) + س = ٠ \Leftarrow س^٢(س+٢) - ٨س = ٠$$

$$س\big(س(س+٢) - ٨\big) = ٠ \Leftarrow س(س^٢ + ٢س - ٨) = ٠$$

إما $س = ٠$ أو $(س^٢ + ٢س - ٨) = ٠ \Leftarrow (س - ٢)(س + ٤) = ٠$

$\text{س} - 2 = 0 \Leftarrow \text{س} = 2$ $\quad$ $\text{س} + 4 = 0 \Leftarrow \text{س} = -4$

$\text{س} = \{0 ، 2 ، -4\}$

2023. دور ثاني / احسب قيمة

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

الحل /

$$1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \big((2\times3) - (4\times1)\big) + 1(0\times3 - 1\times1) + 2(0\times4 - 1\times2)$$

$$= (6-4) + (0-1) + 2(0-2) = 2 - 1 - 4 = \boxed{-3}$$

2024. دور أول / اذا كانت

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & \text{س} & 5 \\ 1 & 6 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \text{س} & -1 \\ 1 & \text{س} \end{vmatrix} = 0$$

جد قيمة/قيم س.

مكرر (سؤال 2022 دور ثاني)

$\text{س} = \{2 ، -3\}$

2024. دور ثاني / اذا كان

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & \text{س} \\ \text{س} & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 10$$

جد قيمة/قيم س.

أ.مي حوّاري

الحل /

$$2\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} \text{س} & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \text{س}\begin{vmatrix} \text{س} & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 10$$

$$2(3\times0 - (-1)\times2) - 5(\text{س}\times0 - 1\times2) + \text{س}(\text{س}\times -1 - 1\times3) = 10$$

$$2(2) - 5(-2) + \text{س}(-\text{س} - 3) = 10$$

$$4 + \cancel{10} - \text{س}^2 - 3\text{س} = \cancel{10} \Leftarrow \text{س}^2 + 3\text{س} - 4 = 0$$

$$(\text{س} - 1)(\text{س} + 4) = 0$$

إما $\text{س} - 1 = 0 \Leftarrow \text{س} = 1$ أو $\text{س} + 4 = 0 \Leftarrow \text{س} = -4$

$\text{س} = \{1 ، -4\}$

2024. دور ثالث / جد قيمة/قيم س التي تجعل

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 2\text{س} & -5 & \text{س} \\ 1 & 3\text{س} & 7 \end{vmatrix} = 6\text{س} + 1$$

الحل /

$$2\begin{vmatrix} -5 & \text{س} \\ 3\text{س} & 7 \end{vmatrix} - (-3)\begin{vmatrix} 2\text{س} & \text{س} \\ 1 & 7 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2\text{س} & -5 \\ 1 & 3\text{س} \end{vmatrix} = 6\text{س} + 1$$

$$٢(-٥×٧ - ٣س×س) + ٣(٢س×٧ - س) + (٢س×٣س - ١×-٥) = ٦س + ١$$

$$٢(-٣٥ - ٣س^٢) + ٣(١٤س - \overset{١٣س}{س}) + (٦س^٢ + ٥) = ٦س + ١$$

$$-٧٠ - ٦س^٢ + ٣٩س + ٦س^٢ + ٥ = ٦س + ١ \Leftarrow ٣٩س - ٦٥ = ٦س + ١$$

$$\Leftarrow \frac{٣٣س}{٣٣} = \frac{٦٦}{٣٣} \Leftarrow س = ٢$$

• 2025 دور أول / جد قيمة / قيم س التي تجعل المصفوفة $أ = \begin{bmatrix} -٢ & ٠ & س \\ ١ & س & -٣ \\ -١ & ١ & ١ \end{bmatrix}$ منفردة

الحل / أ منفردة تعني $|أ| = ٠$

$$|أ| = -٢\begin{vmatrix} س & -٣ \\ ١ & ١ \end{vmatrix} - ٠\begin{vmatrix} ١ & -٣ \\ -١ & ١ \end{vmatrix} + س\begin{vmatrix} ١ & س \\ -١ & ١ \end{vmatrix} = ٠$$

$$\Leftarrow -٢(س×١ - ١×-٣) + س(١×١ + ١×س) = ٠$$

$$-٢(س + ٣) + س(١ + س) = ٠ \Leftarrow -٢س - ٦ + س + س^٢ = ٠$$

$$\Leftarrow س^٢ - س - ٦ = ٠ \Leftarrow (س - ٣)(س + ٢) = ٠$$

إما $س - ٣ = ٠ \Leftarrow س = ٣$ أو $س + ٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$

$$س = \{-٢، ٣\}$$

أ.ميّ حوّاري

• 2025 دور ثاني / إذا كان $\begin{vmatrix} س & -١ & ١ \\ ٢ & -٢ & ٣ \\ -٣ & س & ٥ \end{vmatrix} = ١٣$ جد قيمة / قيم س.

$$س\begin{vmatrix} -٢ & ٣ \\ س & ٥ \end{vmatrix} - -١\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ -٣ & ٥ \end{vmatrix} + ١\begin{vmatrix} ٢ & -٢ \\ -٣ & س \end{vmatrix} = ١٣$$

$$س(-٢×٥ - ٣×س) + (٢×٥ - ٣×-٣) + (٢س - (-٣×-٢)) = ١٣$$

$$س(-١٠ - ٣س) + (١٠ + ٩) + (٢س - ٦) = ١٣$$

$$-١٠س - ٣س^٢ + ١٩ + ٢س - ٦ = ١٣ \Leftarrow -٣س^٢ - ٨س + ٠ = ٠$$

$$-س(٣س + ٨) = ٠$$

إما $-س = ٠ \Leftarrow س = ٠$ أو $٣س + ٨ = ٠ \Leftarrow س = -\frac{٨}{٣}$

$$س = \{٠، -\frac{٨}{٣}\}$$

• 2025 تكميلي / حل المعادلة التالية: $\begin{vmatrix} س & ٢ \\ -٣ & ٢ \end{vmatrix} + ٢\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ١ \\ ٢ & س & ٠ \\ ٤ & ٣ & ٢ \end{vmatrix} = \left| \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & -٢ \end{bmatrix} \right|$

الحل/ نجد قيمة كل محدد :

* $\begin{vmatrix} \text{س} & 2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = (\text{س} \times 2) - (-3 \times 2) = 2\text{س} \ominus 6 = 2\text{س} + 6$

باستخدام مدخلات الصف الثاني

* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & \text{س} & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + \text{س}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

$= -2(2\times2 - 3\times1) + \text{س}(1\times2 - 4\times1)$

$= (-2\times1) + \text{س}(-2) = -2 - 2\text{س}$.

* $\left|\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -2 \end{bmatrix}\right| = \begin{vmatrix} (1\times0) & (1\times-2) \\ (2\times0) & (2\times-2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = (0\times-4) - (0\times-2) = 0$

نعوض القيم في المعادلة $\Leftarrow (2\text{س}+6) + 2(-2-2\text{س}) = 0$

$2\text{س}+6 - 4 - 4\text{س} = 0$

$\Leftarrow -2\text{س} + 2 = 0 \Leftarrow \frac{-2\text{س}}{-2} = \frac{-2}{-2} \Leftarrow \boxed{\text{س} = 1}$

---

٥. طولكرم 2025/ إذا كانت المصفوفة $\text{ب} = \begin{bmatrix} \text{س} & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2\text{س}+1 \\ \text{س} & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ، ما قيمة/قيم س التي تجعل $|\frac{1}{2}\text{ب}| = \frac{5}{4}$

أ.ميّ حوّاري

الحل/ $|\frac{1}{2}\text{ب}| = (\frac{1}{2})^3|\text{ب}| = \frac{5}{4} \Leftarrow \frac{1}{8}|\text{ب}| = \frac{5}{4} \Leftarrow \frac{|\text{ب}|}{2} = 5 \Leftarrow |\text{ب}| = 10$

• نجد |ب| باستخدام مدخلات الصف الثاني :

$-4\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} \text{س} & -1 \\ \text{س} & 4 \end{vmatrix} - (2\text{س}+1)\begin{vmatrix} \text{س} & 3 \\ \text{س} & -2 \end{vmatrix} = 10$

$\Leftarrow -4\big((3\times4) - (-1\times-2)\big) - (2\text{س}+1)(-2\text{س} - 3\text{س}) = 10$

$-4(12 - 2) - (2\text{س}+1)(-5\text{س}) = 10$

$\Leftarrow -4\times10 + (2\text{س}+1)(5\text{س}) = 10 \Leftarrow (-40 + 10\text{س}^2 + 5\text{س} = 10) / 5$

$-8 + 2\text{س}^2 + \text{س} = 2 \Leftarrow 2\text{س}^2 + \text{س} - 10 = 0$

$(2\text{س} + 5)(\text{س} - 2) = 0$

إما $2\text{س} + 5 = 0 \Leftarrow 2\text{س} = -5 \Leftarrow \text{س} = \frac{-5}{2}$ أو $\text{س} - 2 = 0 \Leftarrow \text{س} = 2$

$\boxed{\text{س} = \{-\frac{5}{2} ، 2\}}$

• 2025 نابلس/ إذا علمت أن $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ١ & -٢ & س \\ س+٢ & ٤ & ١ \end{vmatrix} = ٥$ ، جد قيمة/ قيم س

الحل/

$$٤\begin{vmatrix} -٢ & س \\ ٤ & ١ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} ١ & س \\ س+٢ & ١ \end{vmatrix} + ٢\begin{vmatrix} ١ & -٢ \\ س+٢ & ٤ \end{vmatrix} = ٥$$

$$٤(-٢ - ٤س) - ٣(١ - س(س+٢)) + ٢(٤ - -٢(س+٢)) = ٥$$

$$(-٨ - ١٦س) - ٣(١ - س^٢ - ٢س) + ٢(٤ + ٢س + ٤) = ٥$$

$$-٨ - ١٦س - ٣ + ٣س^٢ + ٦س + ١٦ + ٤س = ٥$$

$$٣س^٢ - ٦س + \cancel{٩} = \cancel{٩} \Leftarrow ٣س(س - ٢) = ٠$$

إما $٣س = ٠ \Leftarrow س = ٠$ أو $س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

$س = \{٠ ، ٢\}$

• خارجي/ ما حل المعادلة المصفوفية التالية:

$$\begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix}\left(\begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix} + ٢س - ٣و\right) = ٣\begin{vmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}(م_٢ - س)$$

مصفوفة محايدة في الجمع والطرح

الحل/

$$* \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = (٢\times٥) - (٣\times٤) = ١٠ - ١٢ = -٢$$

$$* ٣\begin{vmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٣(١\times١ - ٢\times٠) = ٣\times١ = ٣$$

$$\Leftarrow -٢\left(\begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix} + ٢س\right) = ٣(م_٢ - س)$$

$$\begin{bmatrix} -٢ & -١٠ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} - ٤س = ٣م_٢ - ٣س \Leftarrow \begin{bmatrix} -٢ & -١٠ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} - ٣\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = ٤س - ٣س$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} -٢ & -١٠ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = س$$

$$س = \begin{bmatrix} -٥ & -١٠ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$$

أ.مي حوّاري

• خارجي/ جد قيمة/ قيم س التي تحقق

$$\begin{vmatrix} س & -س & -2 \\ س & 2 & -1 \\ 1 & س & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & ظا^2س \\ 1 & قا^2س \end{vmatrix}$$

الحل/

$$س\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ س & 3 \end{vmatrix} - -س\begin{vmatrix} س & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + -2\begin{vmatrix} س & 2 \\ 1 & س \end{vmatrix} = قا^2س - ظا^2س$$

$$س\left(2\times3 - (س\times -1)\right) + س\left(3س - (1\times -1)\right) + -2\left(س\times س - 2\times1\right) = 1$$

$$س(6+س) + س(3س+1) - 2(س^2-2) = 1$$

$$6س + س^2 + 3س^2 + س - 2س^2 + 4 = 1$$

$$2س^2 + 7س + 3 = 0$$

$$(2س + 1)(س + 3) = 0$$

إما $2س + 1 = 0 \leftarrow \frac{2س}{2} = \frac{-1}{2} \leftarrow س = \frac{-1}{2}$ أو $س + 3 = 0 \leftarrow س = -3$

$$س = \left\{\frac{-1}{2} ، -3\right\}$$

أ.مي حوّاري

أبرز ما أتعلّمه هذه الفترة..

أكمل على أيّ حال، قد تُصيبك البلاءات من كلّ اتجّاه، قد تتألّم كأنّ لا تعرف إلاّ الألم، قد تواجه ألف مصيبة وشدّة واختبار، ولا يُثنيك كلّ هذا عن إكمال الطّريق، الإكمال لا يعني أنّك بكامل طاقتك، وذروة نشاطك، وأعلى مراحل همّتك!

قد تكون مهترئًا، ذابلاً، مليئًا بالوجع، لكنّك تستمرّ لغاية أكبر منك، تُكمل الطّريق على صعوبته، الإكمال يعني أن تُثبّت قلبك وإن كان وحده، تأخذ بيدك كأن ليس لها إلاّ أنت، تُطبّب جراحك كأنّك الدّواء لك!..

الدرس الرابع | النظير الضربي للمصفوفة المربعة

• القسم الأول | اختر الإجابة الصحيحة :

• 2019 دور أول / اذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية ، وكانت ب مصفوفة مربعة من الرتبة الثالثة ، أي مما يلي لا يمكن ايجادها :

أ/ |أ$^{-1}$| ب/ |أ+ب| ج/ |2ب| د/ |أ|+|ب|+6

الحل/ أ/ |أ$^{-1}$| ✓ يمكن ايجاده عندما أ غير منفردة .
ب/ |أ+ب| ✗ أ+ب غير معرفة لأن رتبة أ ≠ رتبة ب
ج/ |2ب| = 2^3 |ب| = 8|ب| ✓
د/ |أ|+|ب|+6 ✓ جمع أعداد

• 2019 دور ثاني / إذا كانت أ$^{-1}$ = $\begin{bmatrix}2&1\\0&3\end{bmatrix}$ ، ج = $\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$ وكان أس = ج ، ما المصفوفة التي تساوي المصفوفة س

أ/ $\begin{bmatrix}2&0\\4&12\end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix}6\\12\end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix}-6\\-12\end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix}6&12\end{bmatrix}$

الحل/ أس = ج ⟸ أ$^{-1}$. أ س = أ$^{-1}$. ج ⟸ س = أ$^{-1}$. ج

س = $\begin{bmatrix}2&1\\0&3\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}(2\times1)+(1\times4)\\(0\times1)+(3\times4)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\12\end{bmatrix}$

• 2019 دور ثاني / اذا كانت أ = $\begin{bmatrix}2&3\\3&5\end{bmatrix}$ ما المصفوفة التي تساوي أ$^{-1}$+أ =

أ/ و ب/ $\begin{bmatrix}4&6\\6&10\end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix}4&0\\6&10\end{bmatrix}$ د/ ٧م

الحل/ |أ| = (2×5) - (3×3) = 10 - 9 = 1

أ$^{-1}$ = $\begin{bmatrix}5&-3\\-3&2\end{bmatrix}$

أ+أ$^{-1}$ = $\begin{bmatrix}2&3\\3&5\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}5&-3\\-3&2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7&0\\0&7\end{bmatrix} = 7\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

⟸ أ+أ$^{-1}$ = ٧م

أ.مي حواري

• 2020 دور أول / إذا كانت س ، ص مصفوفتين مربعتين من نفس الرتبة بحيث كان س ص = ص س = م ، ما العبارة الصحيحة فيما يلي :

أ/ س = ص ب/ س = -ص ج/ ص مصفوفة منفردة د/ س = ص$^{-1}$

الحل/ اذا كان س ص = ص س = م فإن س = ص$^{-1}$
أو ص = س$^{-1}$

• ٢٠٢٠ دورثاني/ إذا كانت س، ص، ع، ل مصفوفات مربعة من نفس الرتبة وغير منفردة وكان س × ص = ع × ل ما العبارة الصحيحة مما يلي:

أ/ س = ع × ل × ص$^{-1}$ ب/ ص = س$^{-1}$ × ل × ع جـ/ ع = ل$^{-1}$ × س × ص د/ ل = ع$^{-1}$. س . ص

الحل/ س × ص = ع × ل .

* س × ص × ص$^{-1}$ = ع × ل × ص$^{-1}$ ⟸ س = ع × ل × ص$^{-1}$ (أ خاطئة).

* س$^{-1}$. س ص = س$^{-1}$. ع ل ⟸ ص = س$^{-1}$. ع . ل (ب خاطئة).

* س ص . ل$^{-1}$ = ع . ل . ل$^{-1}$ ⟸ س ص ل$^{-1}$ = ع (جـ خاطئة).

* ع$^{-1}$ س ص = ع$^{-1}$ ع ل ⟸ ع$^{-1}$. س . ص = ل (د صائبة).

• ٢٠٢٠ دورثاني/ ما قيمة/ قيم س التي تجعل المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} \text{س} & ١ \\ ٢٤ & \text{س}-٥ \end{bmatrix}$ منفردة

أ/ -٣، ٨ ب/ -٨، ٣ جـ/ -٦، ٤ د/ -٤، ٦

الحل/ أ منفردة تعني |أ| = ٠

|أ| = س(س - ٥) - ٢٤ × ١ = ٠ ⟸ س^{٢} - ٥س - ٢٤ = ٠

(س + ٣)(س - ٨) = ٠

إما س + ٣ = ٠ ⟸ س = -٣ أو س - ٨ = ٠ ⟸ س = ٨

س = {-٣، ٨}

• ٢٠٢٠ دورثالث/ أي المصفوفات التالية منفردة:

أ/ $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ جـ/ $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٦ \end{bmatrix}$

الحل/ أ/ * $\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix}$ = (١ × ٤) - (٣ × ٢) = ٤ - ٦ = -٢ غير منفردة.

ب/ * $\begin{vmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$ = (١ × ١) - (٢ × ٠) = ١ غير منفردة

جـ/ * $\begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$ = (٥ × ١) - (٢ × ٢) = ٥ - ٤ = ١ غير منفردة.

د/ ✓ * $\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٦ \end{vmatrix}$ = (١ × ٦) - (٢ × ٣) = ٦ - ٦ = ٠ منفردة

• ٢٠٢١ دورثاني/ اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} \text{س} & ٣ \\ ٢ & \text{س}+١ \end{bmatrix}$ ما قيم س التي تجعل المصفوفة منفردة:

أ/ ١، ٦ ب/ ٣، -٢ جـ/ ٦، -١ د/ ٢، -٣

الحل / $|أ| = س(س+1) - 2\times3 = 0$

$س^2 + س - 6 = 0 \Leftarrow (س+3)(س-2) = 0$

إما $س + 3 = 0 \Leftarrow س = -3$ أو $س - 2 = 0 \Leftarrow س = 2$

$س = \{2 ، -3\}$

• 2022 دور أول / إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ ، $أ^{-1} = \begin{bmatrix} ص & 1 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$ ما قيمة (س ص)

أ/ 4 ب/ −6 ج/ −2 د/ −4

الحل / $أ . أ^{-1} = م \Leftarrow \begin{bmatrix} س & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} ص & 1 \\ 7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow \begin{bmatrix} (س ص) + (1\times7) & (س\times1) + (1\times-3) \\ 7ص + (2\times7) & (1\times7) + (2\times-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

$س ص + 7 = 1 \Leftarrow س ص = -6$

• 2022 دور ثاني / اذا كانت $س = \begin{bmatrix} ب^2 - 7 & 3ب \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة ، ما قيمة ب الموجبة

أ/ 1 ب/ 3 ج/ 6 د/ 2

الحل / إما $|س| = (ب^2 - 7)(1) - (-2)(3ب) = 0$

$ب^2 - 7 + 6ب = 0 \Leftarrow ب^2 + 6ب - 7 = 0$

$(ب - 1)(ب + 7) = 0$

إما $ب - 1 = 0 \Leftarrow ب = 1$ ✓ أو $ب + 7 = 0 \Leftarrow ب = -7$ ✗

• 2022 دور ثالث / إذا كانت $أ + م = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ما المصفوفة التي تمثل $أ^{-1}$

أ/ $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

الحل / $أ = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

$|أ| = (3\times1) - (-2\times-1) = 3 - 2 = 1$

$أ^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

• 2023 دور ثاني + 2020 دور ثالث / ليكن $أ = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة س التي تحقق المعادلة $س = أ^{-1} + أ$

أ/ $\begin{bmatrix} -8 & 12 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ ب/ ٢٧م ج/ $\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} -16 & 24 \\ 16 & 16 \end{bmatrix}$

الحل/ مكرر 2019 دور ثالث.

• 2024 دور أول/ إذا كانت ص = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & ج \end{bmatrix}$ ، ص' = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ما قيمة الثابت ج

أ/ -2 ب/ -1 ج/ 2 د/ 1

الحل/ ص ص' = م ⇐ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & ج \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} (1\times2)+(1\times-1) & (1\times-1)+(1\times1) \\ (1\times2)+(ج\times-1) & (1\times-1)+(ج\times1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$-1+ج = 1$ ⇐ ج = 2 و $2-ج = 0$ ⇐ ج = 2

⇐ ج = {2}

أ.مي حواري

• 2025 دور أول/ أي المصفوفات التالية ليس لها نظير ضربي:

أ/ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 20 \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الحل/

* أ/ $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = (1\times3)-(2\times5) = 3-10 = -7$ غير منفردة، لها نظير ضربي

* ب/ $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 20 \end{vmatrix} = (1\times20)-(5\times4) = 20-20 = 0$ منفردة ليس لها نظير ضربي.

• 2025 دور أول/ إذا كانت س = $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، ص$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ ، فما هي المصفوفة التي تساوي (س.ص)$^{-1}$

أ/ $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

الحل/ (س.ص)$^{-1}$ = ص$^{-1}$. س$^{-1}$

|س| = $(-1\times2)-(3\times-1) = -2+3 = 1$ ⇐ س$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

ع (س.ص)$^{-1}$ = ص$^{-1}$. س$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2\times2)+(2\times-3) & (2\times1)+(2\times-1) \\ (-1\times2)+(-3\times-3) & (-1\times1)+(-3\times-1) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ (س.ص)$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & -٢ \\ ٢ & ٧ \end{bmatrix}$

• 2025 دورثاني / اذا كانت أ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية حيث |أ$^{-1}$| = -٤ وكان |٢ب| = ٦٤ ما قيمة |أ.ب|

أ/ ١٦ ب/ ٤ ج/ -٤ د/ -١٦

الحل/ $|أ| = \frac{1}{|أ^{-1}|} = \frac{-1}{4}$ ، $|٢ب| = ٢^٢|ب| = ٦٤ \Leftarrow \frac{٤}{٤}|ب| = \frac{٦٤}{٤} \Leftarrow |ب| = ١٦$

$|أ.ب| = |أ||ب| = \frac{-1}{4} \times ١٦ = -٤$

• خارجي/ (٧أ)$^{-1}$ = $\begin{bmatrix} ٧ & -٣ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، ما قيمة ٤٩|أ|

أ/ ٤٩ ب/ ٨ ج/ -١ د/ ٦

الحل/ $(٧أ)^{-1} = \frac{1}{٧}أ^{-1} \Leftarrow \frac{1}{٧}أ^{-1} = \begin{bmatrix} ٧ & -٣ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ نأخذ المحدد للطرفين.

$|\frac{1}{٧}أ^{-1}| = \begin{vmatrix} ٧ & -٣ \\ -٢ & ١ \end{vmatrix} \Leftarrow (\frac{1}{٧})^٢|أ^{-1}| = (-٣\times-٢) - (١\times٧)$

$\Leftarrow \frac{1}{٤٩} \times \frac{1}{|أ|} = -١$ بالضرب التبادلي $\Leftarrow ١ = -٤٩|أ| \Leftarrow -١ = ٤٩|أ|$

• خارجي تعوفد/ اذا كانت س مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان س = س$^{-1}$ ما المصفوفة التي تحقق المعادلة ٢س^٢ + س = $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

أ/ $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$ ب/ $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ج/ $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}$ د/ $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

الحل/

٢س^٢ + س = ٢س × س + س = ٢س × س$^{-1}$ + س = ٢م + س

$\Leftarrow$ ٢م + س = $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ $\Leftarrow$ س = $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ - ٢$\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ س = $\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

• القسم الثاني: أجب عن الأسئلة الآتية:

• 2019 + 2020 دور ثاني / إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٣ & س \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-1} = \begin{bmatrix} ص & ٤ \\ ٤ & -٥ \end{bmatrix}$ ما قيمة كل من الثابتين س، ص .

الحل/ $أ . أ^{-1} = م \Leftarrow \begin{bmatrix} ٣ & س \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} ص & ٤ \\ ٤ & -٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow \begin{bmatrix} (٤\times٣)+(ص\times س) & (-٥\times٣)+٤س \\ (٤\times٤)+(ص\times٥) & (-٥\times٤)+(٤\times٥) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$٤س - ١٥ = ١ \Leftarrow ٤س = ١٦ \Leftarrow س = ٤$ ، $٥ص + ١٦ = ١ \Leftarrow ٥ص = -١٥ \Leftarrow ص = -٣$

• 2019 دور ثاني / إذا علمت أن $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ ،

١/ ما قيمة ٣أ - ٢ب
٢/ إذا كان أج = ب جد المصفوفة ج

الحل/ ١/ $٣أ - ٢ب = ٣ \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - ٢ \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١٠ & ١٠ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٣ & ٩ \\ ٦ & ١٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ١٢ \\ ٢٠ & ٢٠ \end{bmatrix} \Leftarrow ٣أ - ٢ب = \begin{bmatrix} -٥ & -٣ \\ -١٤ & -٨ \end{bmatrix}$

٢/ $أج = ب \Leftarrow أ^{-1} . أج = أ^{-1} . ب \Leftarrow ج = أ^{-1} . ب$

$|أ| = (٣\times٢) - (٤\times١) = ٦ - ٤ = ٢$

$أ^{-1} = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix}$

$ج = أ^{-1} . ب = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ١٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ "نضرب $\frac{١}{٢}$ في ب"

$ج = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{٤\quad -٥}{(٢\times٢)+(٥\times-١)} & \overset{٦\quad -٥}{(٣\times٢)+(٥\times-١)} \\ \underset{-٨\quad ١٥}{(٢\times-٤)+(٥\times٣)} & \underset{-١٢\quad ١٥}{(٣\times-٤)+(٥\times٣)} \end{bmatrix}$

$ج = \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٧ & ٣ \end{bmatrix}$

أ.مي حوّاري

• 2019 دور ثاني / إذا كان $أ = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، جد ناتج $ب^{-1} + ٢أ$

الحل/ $|ب| = (٢\times٤) - (٣\times٣) = ٨ - ٩ = -١$

$ب^{-1} = \frac{١}{-١} \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} \Leftarrow ب^{-1} = \begin{bmatrix} ٣ & -٤ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}١- & ٢\\ ١ & ١-\end{bmatrix}٢ + \begin{bmatrix}٣ & ٤-\\ ٢- & ٣\end{bmatrix} = أ٢ + بَ$$

$$\begin{bmatrix}١ & ٠\\ ٠ & ١\end{bmatrix} = أ٢ + بَ \Leftarrow \begin{bmatrix}٢- & ٤\\ ٢ & ٢-\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}٣ & ٤-\\ ٢- & ٣\end{bmatrix} =$$

• 2020 دور أول / إذا كانت $أ = \begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٥ & ٦\end{bmatrix}$ ، ما المصفوفة س التي تحقق المعادلة.

$$س + ٣أ^{-١} = أ^{٢} + |أ|م_{٢}$$

أ.مي حوّاري

الحل /

* $٣ = ١٢ - ١٥ = (٢×٦) - (٥×٣) = |أ|$

* $\begin{bmatrix}٢- & ٥\\ ٣ & ٦-\end{bmatrix} = ٣أ^{-١} \Leftarrow \begin{bmatrix}٢- & ٥\\ ٣ & ٦-\end{bmatrix}\frac{١}{٣} = أ^{-١}$

* $\begin{bmatrix}٠ & ٣\\ ٣ & ٠\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}٠ & ١\\ ١ & ٠\end{bmatrix}٣ = |أ|م_{٢}$

* $\begin{bmatrix}\overset{١٠}{(٥×٢)}+\overset{٦}{(٢×٣)} & \overset{١٢}{(٦×٢)}+\overset{٩}{(٣×٣)}\\ \underset{٢٥}{(٥×٥)}+\underset{١٢}{(٢×٦)} & \underset{٣٠}{(٦×٥)}+\underset{١٨}{(٣×٦)}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٥ & ٦\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٥ & ٦\end{bmatrix} = أ×أ = أ^{٢}$

$$\begin{bmatrix}١٦ & ٢١\\ ٣٧ & ٤٨\end{bmatrix} = أ^{٢} \Leftarrow$$

$$أ^{-١}٣ - |أ|م_{٢} + أ^{٢} = س \Leftarrow |أ|م_{٢} + أ^{٢} = ٣أ^{-١} + س$$

$$\begin{bmatrix}٢- & ٥\\ ٣ & ٦-\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}٠ & ٣\\ ٣ & ٠\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}١٦ & ٢١\\ ٣٧ & ٤٨\end{bmatrix} = س \Leftarrow$$

$$\begin{bmatrix}١٨ & ١٩\\ ٣٧ & ٥٤\end{bmatrix} = \boxed{س} \Leftarrow$$

• 2020 دور ثالث / استخدم طريقة النظير الضربي لحل المعادلة المصفوفية التالية :

$$\begin{bmatrix}٣\\ ١\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix}\underbrace{\begin{bmatrix}٢ & ١\\ ٤ & ٣\end{bmatrix}}_{أ}$$

الحل /

$$٢- = ٦-٤ = (٣×٢) - (١×٤) = |أ|$$

$$\begin{bmatrix}٢- & ٤\\ ١ & ٣-\end{bmatrix}\frac{١-}{٢} = أ^{-١}$$

$$\begin{bmatrix}٣\\ ١\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢- & ٤\\ ١ & ٣-\end{bmatrix}\frac{١-}{٢} = \begin{bmatrix}س\\ ص\end{bmatrix}\cancel{\begin{bmatrix}٢ & ١\\ ٤ & ٣\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢- & ٤\\ ١ & ٣-\end{bmatrix}\frac{١-}{٢}}^{\,م_{٢}}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} (4\times3)+(-2\times1) \\ (-3\times3)+(1\times1) \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 10 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$\Leftarrow$ س $= -5$ ، ص $= 4$

. 2020 دورة ثانية/ إذا كانت المصفوفة $أ = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة س التي تحقق المعادلة

$3س = أ^{-1} + س + 5م_2$

أ.مي حوّاري

الحل/ $|أ| = (4\times2) - (7\times1) = 8 - 7 = 1$

$$أ^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$5م_2 = 5\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$3س - س = أ^{-1} + 5م_2 + س - س \Leftarrow 2س = أ^{-1} + 5م_2 \Leftarrow 2س = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$$\Leftarrow \frac{2}{2}س = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -7 & 9 \end{bmatrix} \times \frac{1}{2}$$

$$\Leftarrow س = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{7}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$$

. 2020 دورة ثالثة/ إذا كانت $س = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ أوجد $(س\times ص)^{-1}$

الحل/

$$س\times ص = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{2}{(\tfrac{1}{2}\times4)} + \underset{6}{(1\times6)} & \underset{\frac{5}{2}}{(\tfrac{1}{2}\times5)} + \underset{8}{(1\times8)} \\ \underset{-8}{(-2\times4)} + \underset{24}{(4\times6)} & \underset{-10}{(-2\times5)} + \underset{32}{(4\times8)} \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س\times ص = \begin{bmatrix} 8 & \frac{21}{2} \\ 16 & 22 \end{bmatrix}$$

$|س ص| = (8\times22) - (\frac{21}{2}\times16) = 176 - 168 = 8$

$$(س ص)^{-1} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 22 & -\frac{21}{2} \\ -16 & 8 \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} \frac{11}{4} & -\frac{21}{16} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = (س\times ص)^{-1}$$

. 2021 دورة أولى/ اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$ ، جـ

1/ $(أ)^{-1}$

ب/ $ب\times أ + 2ب$

١/ $|أ| = (-3\times 2) - (5\times -1) = -6 - -5 = -1$

$أ^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

$(2أ)^{-1} = \frac{1}{2} أ^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \Leftarrow (2أ)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

٢/ $ب \times أ = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \Big[\overset{-6}{(2\times -3)} + \overset{-20}{(-4\times 5)} \quad \overset{-2}{(2\times -1)} + \overset{-8}{(-4\times 2)} \Big]$

$\Leftarrow ب أ = \begin{bmatrix} -26 & -10 \end{bmatrix}$

$* \; ب أ + 2ب = \begin{bmatrix} -26 & -10 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

$ب أ + 2ب = \begin{bmatrix} -26 & -10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -8 \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{ب أ + 2ب = \begin{bmatrix} -22 & -18 \end{bmatrix}}$

• 2021 دور أول/ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} 2 & ل \\ ل+1 & 5 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -ل & 2 \\ -1 & -2ل \end{bmatrix}$ ،

جد قيمة ل حيث أ+ب منفردة.

الحل/ $أ+ب = \begin{bmatrix} 2-ل & 2+ل \\ ل & 5-2ل \end{bmatrix}$

أ+ب منفردة $\Leftarrow |أ+ب| = 0 \Leftarrow (2-ل)(5-2ل) - ل(2+ل) = 0$

$(2\times 5) - 2\times 2ل - 5ل + 2ل\times ل - 2ل - ل^2 = 0$

$10 - 4ل - 5ل + 2ل^2 - 2ل - ل^2 = 0$

$ل^2 - 11ل + 10 = 0$

$(ل - 1)(ل - 10) = 0$

إما $(ل-1) = 0 \Leftarrow ل = 1$ أو $ل - 10 = 0 \Leftarrow ل = 10$

$\Leftarrow \boxed{ل = \{1 ، 10\}}$

• 2021 دور ثاني/ لتكن $أ = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ، $أب = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

جد : ١/ المصفوفة ب   ٢/ $|أ + 2جـ|$

١/ $|أ| = (2\times 5) - (-2\times -4) = 10 - 8 = 2$

$أ^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$أب = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \Leftarrow أ^{-1} \cdot أب = أ^{-1} \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \Leftarrow ب = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow ب = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \overset{-30}{(5\times -6)} + \overset{40}{(4\times 10)} & \cancel{(5\times 0)} + \overset{4}{(4\times 1)} \\ \underset{-12}{(2\times -6)} + \underset{20}{(2\times 10)} & \cancel{(2\times 0)} + \underset{2}{(2\times 1)} \end{bmatrix}$

$\leftarrow \text{ب} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}10 & 4\\ 8 & 2\end{bmatrix} \Leftarrow \text{ب} = \begin{bmatrix}5 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}$

٢/ $\text{أ} + 2\text{ب} = \begin{bmatrix}2 & -4\\ -2 & 5\end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix}-2 & 5\\ -3 & 8\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & -4\\ -2 & 5\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-4 & 10\\ -6 & 16\end{bmatrix}$

$\text{أ} + 2\text{ب} = \begin{bmatrix}-2 & 6\\ -8 & 21\end{bmatrix}$

$|\text{أ} + 2\text{ب}| = (-2 \times 21) - (-8 \times 6) = -42 -- 48 = \boxed{6}$

أ.ميّ حوّاري

• 2021 دورثاني / إذا كانت $\text{أ} = \begin{bmatrix}1 & -5\\ 5 & 2\end{bmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ جد:

١/ المصفوفة س حيث $2\text{أ} - 3\text{س} = \text{س} + \text{م}$

٢/ $(3\text{ب})^{-1}$

الحل/ ١/ $2\text{أ} - 3\text{س} = \text{س} + \text{م} \Leftarrow 2\text{أ} - \text{م} = 4\text{س} \Leftarrow 4\text{س} = 2\begin{bmatrix}1 & -5\\ 5 & 2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$\Leftarrow 4\text{س} = \begin{bmatrix}2 & -10\\ 10 & 4\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \Leftarrow 4\text{س} = \begin{bmatrix}1 & -10\\ 10 & 3\end{bmatrix}$

$\Leftarrow \boxed{\text{س}} = \begin{bmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{5}{2}\\ \frac{5}{2} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}$

٢/ $|\text{ب}| = (2 \times 3) - (1 \times 5) = 6 - 5 = 1$

$\text{ب}^{-1} = \begin{bmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{bmatrix}$

$(3\text{ب})^{-1} = \frac{1}{3}\text{ب}^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{(3\text{ب})^{-1}} = \begin{bmatrix}1 & -\frac{5}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$

• 2021 دورثاني / إذا كانت $\text{س} = \begin{bmatrix}-2 & 3\\ 5 & -7\end{bmatrix}$ ، $\text{ص} = \begin{bmatrix}4 & 1\\ 6 & 1\end{bmatrix}$ ، جد $2\text{س} - 4\text{ص}^{-1}$

الحل/ $|\text{ص}| = (4 \times 1) - (6 \times 1) = 4 - 6 = -2$

$\text{ص}^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -6 & 4\end{bmatrix}$

* $2\text{س} - 4\text{ص}^{-1} = 2\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 5 & -7\end{bmatrix} - \overset{2}{\cancel{4 \times -\frac{1}{2}}}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -6 & 4\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-4 & 6\\ 10 & -14\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2 & -2\\ -12 & 8\end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{2\text{س} - 4\text{ص}^{-1}} = \begin{bmatrix}-2 & 4\\ -2 & -6\end{bmatrix}$

• 2021 دورثاني/ إذا كان $(س + ص س)^{-1} = \underbrace{\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}}_{أ}$ ، $س^{-1} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة ص

الحل/

$(س + ص س)^{-1} = أ$ نأخذ النظير الضربي للطرفين ⇐ $((س + ص س)^{-1})^{-1} = أ^{-1}$

⇐ $س + ص س = أ^{-1}$ اخراج س عامل مشترك من اليسار

⇐ $(م + ص)\, س = أ^{-1}$ ⇐ $(م + ص)\, س \cdot س^{-1} = أ^{-1} \cdot س^{-1}$

⇐ $م + ص = أ^{-1} \cdot س^{-1}$ ⇐ $ص = أ^{-1} \cdot س^{-1} - م$

أ.مي حوّاري

* $|أ| = (٢ \times ٧) - (٥ \times ٣) = ١٤ - ١٥ = ١-$

$أ^{-1} = ١- \begin{bmatrix} ٧ & ٣- \\ ٥- & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧- & ٣ \\ ٥ & ٢- \end{bmatrix}$

* $أ^{-1} س^{-1} = \begin{bmatrix} ٧- & ٣ \\ ٥ & ٢- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cancel{٠ \times ٧-}) + (٤ \times ٣) & (١- \times ٧-) + (٢ \times ٣) \\ (\cancel{٠ \times ٥}) + (٤ \times ٢-) & (١- \times ٥) + (٢ \times ٢-) \end{bmatrix}$

$١٢ \quad ٧ \quad ٦ \quad ٨- \quad ٥- \quad ٤-$

⇐ $أ^{-1} س^{-1} = \begin{bmatrix} ١٢ & ١٣ \\ ٨- & ٩- \end{bmatrix}$

* $ص = أ^{-1} س^{-1} - م = \begin{bmatrix} ١٢ & ١٣ \\ ٨- & ٩- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ⇐ $ص = \begin{bmatrix} ١١ & ١٣ \\ ٨- & ١٠- \end{bmatrix}$

• 2021 دورثاني/ اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \sqrt{٣} & ١- \end{bmatrix}$ بين أن المصفوفة $أ + ب^{٢}$ منفردة

الحل/ $ب^{٢} = ب \times ب = \begin{bmatrix} ١ & صفر \\ \sqrt{٣} & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \sqrt{٣} & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (١ \times ١) + (\cancel{٠ \times \sqrt{٣}}) & (\cancel{٠ \times ١}) + (\cancel{١- \times ٠}) \\ (\sqrt{٣} \times ١) + (١- \times \sqrt{٣}) & (\cancel{\sqrt{٣} \times ٠}) + (١- \times ١-) \end{bmatrix}$

$ب^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$أ + ب^{٢} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٣ \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$

$|أ + ب^{٢}| = (٣ \times ٤) - (٤ \times ٣) = ١٢ - ١٢ = ٠$ ⇐ $أ + ب^{٢}$ منفردة #

• 2022 دور أول/ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٨ & ٩ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٢- \\ ٢- & ١ \end{bmatrix}$ ، $جـ = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$

جد $(أ^{-1} \cdot ب)^{-1} + ٢جـ$

الحل/ $(أ^{-1} \cdot ب)^{-1} = ب^{-1} \cdot (أ^{-1})^{-1} = ب^{-1} \cdot أ$

$|ب| = (١ \times ٣) - (٢- \times ٢-) = ٣ - ٤ = ١-$

$ب^{-1} = ١- \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٢- \\ ٢- & ٣- \end{bmatrix}$

$\leftarrow$ $ن^{-1} \cdot أ + 10 جـ = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + 10 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (-1\times8)+(-2\times3) & (-1\times9)+(-2\times1) \\ (-2\times8)+(-3\times3) & (-2\times9)+(-3\times1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 20 & 20 \end{bmatrix}$

$-8 \quad -6 \quad -9 \quad -2$

$-16 \quad -9 \quad -18 \quad -3$

$= \begin{bmatrix} -14 & -11 \\ -25 & -21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 20 & 20 \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{ن^{-1} \cdot أ + 10 جـ} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$

• 2022 دور ثاني / اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ص \\ 5 & -س \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ص & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ وكان $|ب| = -6$ ، $|أ^{-1}| = 1$

$|أ| = \frac{1}{|أ^{-1}|}$

$\Leftarrow |أ| = \frac{1}{1} = 1$

$س ، ص \in ص$

١/ قيمة كلا من س ، ص   ٢/ جد المصفوفة $2أ - ب$

الحل/ ١/ $|ب| = \begin{vmatrix} ص & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 4ص - (1\times-2) = -6$

$4ص + 2 = -6 \Leftarrow 4ص = -8 \Leftarrow \boxed{ص = -2}$

$|أ| = \begin{vmatrix} س & ص \\ 5 & -س \end{vmatrix} = (س \times -س) - (5 \times ص) = 1$

$\Leftarrow -س^2 - (5\times-2) = 1$

$-س^2 + 10 = 1 \Leftarrow 9 = س^2 \Leftarrow س = -3$ ✗ أو $\boxed{س = 3}$

أ.مي حواري

٣/ $2أ - ب = 2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 10 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \Leftarrow \boxed{2أ - ب} = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ 12 & -10 \end{bmatrix}$

• 2022 دور ثالث / اذا كانت أ مصفوفة مربعة غير منفردة من الرتبة الثانية وكانت

$أ \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}}_{س} = \underbrace{\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}_{ص}$ ما قيمة $2(أ^{-1})$

الحل/

$أس = ص \Leftarrow$ نأخذ النظير للطرفين $\Leftarrow (أس)^{-1} = ص^{-1} \Leftarrow س^{-1} \cdot أ^{-1} = ص^{-1}$

$س \cdot س^{-1} \cdot أ^{-1} = س\, ص^{-1} \Leftarrow أ^{-1} = س\, ص^{-1}$

$* \ |ص| = (-4\times1) - (-2\times3) = -4 - -6 = 2$

$ص^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$2أ^{-1} = 2س\, ص^{-1} = \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow\ 2\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} (2\times -3)+(1\times 2) & (-3\times -4)+(2\times -3) \\ (2\times -4)+(1\times 3) & (-4\times -4)+(3\times -3) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow\ 2\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$

• 2023 دور أول / اذا كانت $\text{أ} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ جد

١/ $2\text{أ} - \text{ب} + \text{م}_2$

٢/ $\text{ب}^{-1}\cdot\text{أ}$

الحل/

١/ $2\text{أ} - \text{ب} + \text{م}_2 = 2\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Leftarrow\ 2\text{أ} - \text{ب} + \text{م}_2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 17 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

٢/ $|\text{ب}| = (1\times -2) - (2\times 4) = -2 - 8 = -10$

$\text{ب}^{-1} = \frac{1}{-10}\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$\text{ب}^{-1}\times\text{أ} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} (2\times 2)+\cancel{(4\times 0)} & (2\times 3)+(4\times 7) \\ (2\times 2)+\cancel{(-1\times 0)} & (2\times 3)+(-1\times 7) \end{bmatrix}$

$\text{ب}^{-1}\cdot\text{أ} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 4 & 34 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

• 2023 دور أول / اذا كانت $\overset{\text{أ}}{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ص} & -\text{س} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$ استخدم طريقة النظير الضربي لايجاد قيمة كل من س، ص

الحل/ $|\text{أ}| = (1\times 4) - (2\times 3) = 4 - 6 = -2$

$\text{أ}^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ص} & -\text{س} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \text{ص} & \text{س} \\ -\text{س} & \text{ص} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} (-4\times4)+(10\times2) & (-4\times3)+(5\times2) \\ (4\times3)+(-1\times10) & (3\times3)+(-1\times5) \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \text{ص} & \text{س} \\ -\text{س} & \text{ص} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

س = -1 ، ص = 2

• 2023 دور ثاني / اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ وكان أ . جـ = ب

جد المصفوفة $جـ^{-1}$

الحل/ أ . جـ = ب ⇐ $(أ . جـ)^{-1} = ب^{-1}$ ⇐ $جـ^{-1} . أ^{-1} = ب^{-1}$ ⇐ $جـ^{-1} . أ^{-1} . أ = ب^{-1} . أ$

⇐ $جـ^{-1} = ب^{-1} . أ$

* $|ب| = (-3\times8) - (-2\times7) = -24 + 14 = -10$

$ب^{-1} = \frac{-1}{10}\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} -8 & 7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

$جـ^{-1} = ب^{-1} . أ = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} -8 & 7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} (-8\times1)+(7\times4) & (-8\times3)+(7\times2) \\ (-2\times1)+(3\times4) & (-2\times3)+(3\times2) \end{bmatrix}$

$جـ^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 20 & -10 \\ 10 & 0 \end{bmatrix}$ ⇐ $جـ^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

• 2024 دور أول / اذا كان $أ^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ جد $(\frac{1}{2} أ ب)^{-1}$

الحل/ $(\frac{1}{2} أ ب)^{-1} = 2 (أ ب)^{-1} = 2 ب^{-1} . أ^{-1}$

* $|ب| = (2\times3) - (5\times1) = 6 - 5 = 1$

$ب^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$(\frac{1}{2} أ ب)^{-1} = 2 ب^{-1} . أ^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$(\frac{1}{2} أ ب)^{-1} = 2 \begin{bmatrix} (3\times2)+(-5\times3) & (3\times-1)+(-5\times1) \\ (-1\times2)+(2\times3) & (-1\times-1)+(2\times1) \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} -9 & -8 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

⇐ $(\frac{1}{2} أ ب)^{-1} = \begin{bmatrix} -18 & -16 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

2024. دور ثاني/ اذا كانت $\text{أ}\,\text{ب}^{-1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 11 & 7 \end{bmatrix}}_{\text{س}}$ وكانت المصفوفة $\text{أ} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة ب

الحل/

$\text{أ}\,\text{ب}^{-1} = \text{س} \Leftarrow (\text{أ}\,\text{ب}^{-1})^{-1} = \text{س}^{-1} \Leftarrow (\text{ب}^{-1})^{-1}\cdot\text{أ}^{-1} = \text{س}^{-1} \Leftarrow \text{ب}\,\text{أ}^{-1} = \text{س}^{-1}$

$\Leftarrow \text{ب}\,\text{أ}^{-1}\cdot\text{أ} = \text{س}^{-1}\cdot\text{أ} \Leftarrow \text{ب} = \text{س}^{-1}\cdot\text{أ}$

$* \quad |\text{س}| = (-1\times7) - (11\times0) = -7$

$\text{س}^{-1} = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ -11 & -1 \end{bmatrix} \Leftarrow \text{س}^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 11 & 1 \end{bmatrix}$

$\text{ب} = \text{س}^{-1}\cdot\text{أ} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 11 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

$\text{ب} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} \overset{-7}{(-7\times1)} + (0\times3) & \overset{-14}{(-7\times2)} + (0\times-1) \\ \underset{11}{(11\times1)} + \underset{3}{(1\times3)} & \underset{22}{(11\times2)} + \underset{-1}{(1\times-1)} \end{bmatrix} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} -7 & -14 \\ 14 & 21 \end{bmatrix}$

$\text{ب} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

أ.مي حواري

2024. دور ثالث/ اذا كانت أ، ب مصفوفتين وكانت $\text{جـ} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة أ علماً بأن

$\text{جـ}\cdot\text{أ} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 11\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

الحل/ $\text{جـ}\cdot\text{أ} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix} \Leftarrow \text{جـ}\cdot\text{أ} = \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \Leftarrow \text{جـ}\cdot\text{أ} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$

$\text{جـ}^{-1}\cdot\text{جـ}\cdot\text{أ} = \text{جـ}^{-1}\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$

$* \quad |\text{جـ}| = (1\times3) - (1\times2) = 3 - 2 = 1 \Leftarrow \text{جـ}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\text{أ} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{21}{(3\times7)} + \overset{-20}{(-2\times10)} \\ \underset{-7}{(-1\times7)} + \underset{10}{(1\times10)} \end{bmatrix} \Leftarrow \text{أ} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

2025. دور أول/ إذا كانت $\text{أ} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ وكان $2\text{س} + (\text{أ} - \text{ب})^{-1} = \text{س} + \text{و}_2$

جد المصفوفة س.

الحل/ $\text{أ} - \text{ب} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \Leftarrow |\text{أ} - \text{ب}| = (1\times-4) - (2\times-4)$

$= -4 - -8 = 4$

$$(\text{أ}-\text{ب})^{-1} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$2\text{س} + (\text{أ}-\text{ب})^{-1} = \text{س} + \text{و}_2 \quad (-2\text{س}) \Leftarrow (\text{أ}-\text{ب})^{-1} = -\text{س} \Leftarrow -(\text{أ}-\text{ب})^{-1} = \text{س}$$

$$\Leftarrow \text{س} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

• 2025 دور ثاني / اذا علمت أن المصفوفة $\text{أ} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة ب التي تحقق المعادلة $(2\text{أ})^{-1} + \text{ب} = \text{و}_2$

الحل / $(2\text{أ})^{-1} + \text{ب} = \text{و}_2 \Leftarrow \frac{1}{2}\text{أ}^{-1} + \text{ب} = \text{و}_2 \Leftarrow \text{ب} = \text{و}_2 - \frac{1}{2}\text{أ}^{-1} \Leftarrow \text{ب} = -\frac{1}{2}\text{أ}^{-1}$

$$|\text{أ}| = (-3\times 2) - (4\times -2) = -6 - -8 = 2$$

$$\text{أ}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \Leftarrow \text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{ب} = -\frac{1}{2}\text{أ}^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \Leftarrow \text{ب} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

• 2025 نابلس / حل المعادلة المصفوفية الآتية :

$$2\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\text{س} - 3\text{س} = \text{م}_2 + \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}\text{س} - 3\text{س} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

اخراج س مصفوفة مشتركة من اليسار

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} - 3\text{م}\right)\text{س} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}}_{\text{أ}}\text{س} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$|\text{أ}| = (-1\times 7) - (-4\times 2) = -7 - -8 = 1$$

$$\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

أ.مي حواري

$$\begin{bmatrix}7&-2\\4&-1\end{bmatrix}\times\cancel{\overset{\text{م}_2}{\begin{bmatrix}-1&2\\-4&7\end{bmatrix}\times}}\ \text{س}=\begin{bmatrix}7&-2\\4&-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}5&3\\5&1\end{bmatrix}$$

$$\text{س}=\begin{bmatrix}\overset{35}{(7\times5)}+\overset{-10}{(-2\times5)} & \overset{21}{(7\times3)}+\overset{-2}{(-2\times1)}\\ \underset{20}{(4\times5)}+\underset{-5}{(-1\times5)} & \underset{12}{(4\times3)}+\underset{-1}{(-1\times1)}\end{bmatrix}\Leftarrow \text{س}=\begin{bmatrix}25&19\\15&11\end{bmatrix}$$

• 2025 طولكرم / لتكن المصفوفة $\text{ب}=\begin{bmatrix}3&3\\1&2\end{bmatrix}$ ، $\text{أ}^{-1}=\begin{bmatrix}0&1\\3&0\end{bmatrix}$ جد المصفوفة س

حيث $\text{س}+(\text{أ}\,\text{س}^{-1})^{-1}=\text{ب}$

الحل/ $\text{س}+(\text{أ}\,\text{س}^{-1})^{-1}=\text{ب}\Leftarrow \text{س}+(\text{س}^{-1})^{-1}\cdot\text{أ}^{-1}=\text{ب}\Leftarrow \text{س}+\text{س}\,\text{أ}^{-1}=\text{ب}$

$\Leftarrow \text{س}(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})=\text{ب}\Leftarrow \text{س}\cancel{(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})^{-1}}=\text{ب}(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})^{-1}$

$$\text{س}=\text{ب}(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})^{-1}$$

$$*\ \text{م}_2+\text{أ}^{-1}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&1\\3&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1\\3&1\end{bmatrix}$$

$$|\text{م}_2+\text{أ}^{-1}|=(1\times1)-(3\times1)=1-3=-2$$

$$(\text{م}_2+\text{أ}^{-1})^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}1&-1\\-3&1\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1&1\\3&-1\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \text{س}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}3&3\\1&2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-1&1\\3&-1\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\overset{-3}{(3\times-1)}+\overset{9}{(3\times3)} & \overset{3}{(3\times1)}+\overset{-3}{(3\times-1)}\\ \underset{-1}{(1\times-1)}+\underset{6}{(2\times3)} & \underset{1}{(1\times1)}+\underset{-2}{(2\times-1)}\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \text{س}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}6&0\\5&-1\end{bmatrix}\Leftarrow \text{س}=\begin{bmatrix}3&0\\\frac{5}{2}&-\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

• خارجي/ جد المصفوفة س حيث $\text{س}\times\begin{bmatrix}2&-1\\4&1\end{bmatrix}-\text{س}\times\begin{bmatrix}-4&4\\3&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&-3\\-2&4\end{bmatrix}$

الحل/ بإخراج س عامل مشترك من اليمين :

$$\text{س}\times\left(\begin{bmatrix}2&-1\\4&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4&4\\3&2\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}2&-3\\-2&4\end{bmatrix}$$

$$\text{س}\times\underbrace{\begin{bmatrix}6&-5\\1&-1\end{bmatrix}}_{\text{أ}}=\begin{bmatrix}2&-3\\-2&4\end{bmatrix}$$

$$\text{س}\times\cancel{\begin{bmatrix}6&-5\\1&-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&-5\\1&-6\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}2&-3\\-2&4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&-5\\1&-6\end{bmatrix}$$

$$|\text{أ}|=(6\times-1)-(1\times-5)=-6+5=-1$$

$$\text{أ}^{-1}=-1\begin{bmatrix}-1&5\\-1&6\end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \text{أ}^{-1}=\begin{bmatrix}1&-5\\1&-6\end{bmatrix}$$

$\Leftarrow$ س $= \begin{bmatrix} (٢\times١)+(-٣\times١) & (٢\times-٥)+(-٣\times-٦) \\ (-٢\times١)+(٤\times١) & (-٢\times-٥)+(٤\times-٦) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ س $= \begin{bmatrix} -١ & ٨ \\ ٢ & -١٤ \end{bmatrix}$

• خارجي/ اذا كانت $أ^{-1} = \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٧ & -٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix}$ حل المعادلة المصفوفية :

$أ^{-1}(م_٢ + أس) = ب|ب|$

الحل/ $|ب| = (٧\times-٣) - (١\times-٢) = -٢١+٢ = -١٩$

$\Leftarrow أ^{-1}(م_٢ + أس) = -١٩ب \Leftarrow أ^{-1}م_٢ + \cancel{أ^{-1}أ}س = -١٩ب \Leftarrow أ^{-1} + س = -١٩ب$

$\Leftarrow$ س $= -١٩ب - أ^{-1}$

س $= -١٩\begin{bmatrix} ٧ & -٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٣٣ & ٣٨ \\ -١٩ & ٥٧ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow$ س $= \begin{bmatrix} -١٣١ & ٣٧ \\ -٢٠ & ٥٣ \end{bmatrix}$

• خارجي/ اذا كان $سع' = ص$ وكان $ص' = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ع = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -١ & ٣ \end{bmatrix}$ جد $س'$

الحل/ $سع' = ص \Leftarrow (سع')' = ص' \Leftarrow ع . س' = ص' \Leftarrow ع^{-1}ع س' = ع^{-1} ص'$

$س' = ع^{-1} . ص'$

$|ع| = (١\times٣) - (\cancel{-١\times٠}) = ٣$ ، $ع^{-1} = \frac{١}{٣}\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

$س' = ع^{-1} . ص' \Leftarrow س' = \frac{١}{٣}\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = \frac{١}{٣}\begin{bmatrix} (٣\times٥)+(\cancel{٠\times٣}) & (٣\times٢)+(\cancel{٠\times٢}) \\ (١\times٥)+(١\times٣) & (١\times٢)+(١\times٢) \end{bmatrix}$

$\Leftarrow س' = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ \frac{٨}{٣} & \frac{٤}{٣} \end{bmatrix}$

• خارجي/ إذا كان $٢ب = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ، $ن'.جـ = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ جد $جـ^{-1}$

الحل/ $ن'.جـ = أ \Leftarrow (ن'.جـ)^{-1} = أ^{-1} \Leftarrow جـ^{-1}.ن = أ^{-1} \Leftarrow جـ^{-1}.ن.\cancel{ن^{-1}} = أ^{-1}.ن^{-1}$

$* \ |أ| = (٠\times٢) - (-١\times١) = ١ \Leftarrow أ^{-1} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{2}\left(٢ب = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}\right) \Leftarrow ب = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$* \ |ب| = (٢\times٤) - (٣\times-١) = ٨ - -٣ = ١١$$

$$ب^{-1} = \frac{1}{11}\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$ج^{-1} = أ^{-1}\cdot ب^{-1} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix} \times \frac{1}{11}$$

$$ج^{-1} = \begin{bmatrix} \overset{٨}{(٢\times٤)} + \overset{٣}{(-١\times-٣)} & \overset{٢}{(٢\times١)} + \overset{-٢}{(-١\times٢)} \\ \underset{٤}{(١\times٤)} + \cancel{(٠\times-٣)} & \underset{١}{(١\times١)} + \cancel{(٠\times٢)} \end{bmatrix} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{11}\begin{bmatrix} ١١ & ٠ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow \boxed{ج^{-1}} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{٤}{١١} & \frac{١}{١١} \end{bmatrix}$$

«العقلاءُ قاطبةً مُتفقونَ على استحسانِ إتعاب النفوس في

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/sinaae-kamel3

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath