حلـــــول الكـــامـــل

2025
2026
الفصل الأول

الوحدة الأولى

تـوجـيهي
أدبي أو شرعي

إعداد: ميّ عمار حوّاري

موقع قطرة التعليمي
Qatraedu.com
+972 59-276-7085

$2 \times 2 = 4$

$V = Lwh$

$A = \frac{1}{2}bh$

مـقــدمـــــــة

إيماناً منا بضــرورة توفير أفضــل المصــادر التعليمية لطلبتنا في مرحلة الثانوية العامة، يسّــر فريق موقع قطرة التعليمي تقديم الإجابات النموذجية لـ "كراسة الكامل" (تصنيف أسئلة السنوات السابقة).

تأتي هذه الحلول ضمن إطار جهودنا المستمرة في موقع قطرة التعليمي، الذي تأسس برؤية طموحة تهدف إلى تزويد طلاب التوجيهي بتعليم عالي الجودة، لا سيما في مادة الرياضيات، مستخدمين أحدث الأساليب والوسائل التعليمية العالمية.

وقد تم إعداد هذه الكراسة خصيصاً لطلاب الفرع الأدبي والشرعي، لتتضمن حلولاً مفصلة وشرحاً وافياً لكل الأسـئلة، انطلاقاً من إيماننا بأن التعلم الرقمي يمنح الطالب مرونة الوصـول إلى المعرفة في أي وقت ومن أي مكان.

وإننا في موقع قطرة التعليمي، نؤمن بأن وراء كل إنجاز عظيم جنوداً مجهولين؛ لذا نتقدم بأســمى آيات الشــكر والتقدير للمعلّمة الفاضــلة **ميّ عمار حوّاري**، عضــو فريقنا المتميز، التي ســخرت وقتها وجهدها وخبرتها العميقة في إعداد هذه الحلول بدقة وإتقان. إن خبرتها الواسـعة تجلت في أسـلوب الشـرح المبسـط والواضـح الذي يضــع مصــلحة الطالب وتفوقه الأكاديمي في المقام الأول؛ فجزيل الشــكر لها، ونســأل الله أن يجعل هذا العمل في ميزان حسناتها.

أتمنى أن تكون هذه الكراســة عونًا لكم في رحلتكم نحو النجاح، وأن تســاهم في تحقيق التفوق والتميز الذي تسعون إليه.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح الدائم.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

إهـــــداء

إلى صاحبةُ القلبِ الأحنّ،

والأثر الأعمق،

إلى من كان حضورها فرقًا،

وكلماتها أثرًا لا يزول،

من غرست بداخلي حلمًا لا يزال يكبر،

ملهمتي وقدوتي... نجمتي اللامعة،

معلمتي الغالية **رولا بطة**، حفظكِ الله ورعاكِ دائمًا

أ. ميّ عمار حوّاري

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/adabi-kamel1

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath

نصائح مهمة لكيفية دراسة الرياضيات؟

عزيزي الطالب/ عزيزتي الطالبة، إليك بعض النصائح التي ستساعدك على التفوق في دراستك لهذه المادة وتحقيق أفضل النتائج:

1. **إخلاص النية لله.**
2. **التوكل على الله** بالأخذ بجميع أسباب التفوق، والدعاء والالحاح فيه فهو من أعظم أسلحة المسلم.
3. **فهم الأساسيات أولًا:** تأكد من أنك تفهم الأساسيات بشكل جيد. ولضمان التمكن من الأساسيات فقد وفرنا دورة مجانية عبر موقع قطرة التعليمي.
4. **التدريب المستمر باستخدام الورقة والقلم:** الحل المتكرر هو الطريق إلى الإتقان، حل المسائل بانتظام وبشكل يومي سيعزز من فهمك ويساعدك على استيعاب المفاهيم بشكل أعمق.
5. **افهم المسألة قبل الحل:** لا تتسرع في حل المسألة دون فهم كامل لمتطلباتها، خذ وقتك في قراءة السؤال جيدًا، وفهم المطلوب قبل الشروع في الحل، التسرع قد يؤدي إلى أخطاء غير ضرورية.
6. **حل المسائل بطريقة منظمة:** نظم خطوات الحل بطريقة واضحة ومنهجية، تدوين الخطوات بتسلسل منطقي يساعدك على متابعة الحل والتعرف على أي خطأ قد يحدث بسهولة، هذا الأسلوب يعزز أيضًا من فرصك في الحصول على درجات كاملة.
7. **راجع بانتظام:** خصص وقتًا لمراجعة ما تعلمته بانتظام، ولا تترك الأمور تتراكم حتى اقتراب موعد الامتحانات، المراجعة المستمرة تسهل تذكر المعلومات وتجعلك أكثر استعدادًا للامتحان.
8. **لا تخجل من طلب المساعدة:** إذا واجهت صعوبة في فهم مفهوم معين أو في حل مسألة ما، لا تتردد في طلب المساعدة من معلمك أو زملائك، الحوار والتفاعل مع الآخرين قد يفتح لك آفاقًا جديدة لفهم المادة.
9. **حافظ على هدوئك وثقتك بنفسك:** التوتر قد يؤثر سلبًا على أدائك، حافظ على هدوءك وثقتك بنفسك أثناء الدراسة وفي الامتحانات، تذكر أن النجاح في الرياضيات يعتمد على الاستمرارية والعمل الجاد، وليس على الحفظ فقط.

10. **استعد للامتحانات بالتحضير المبكر:** لا تنتظر حتى اللحظة الأخيرة، ابدأ في التحضير للامتحانات قبل وقت كافٍ، وضع خطة دراسية تغطي جميع الوحدات بشكل متوازن، قم بحل أسئلة الامتحانات السابقة المرفقة في هذه الكراسة، وتأكد من مراجعة الحلول بعد الانتهاء.

11. **قم بتحليل الأخطاء:** عند ارتكاب خطأ في حل مسألة، لا تتجاهله. بدلاً من ذلك، عد إليه وحاول فهم سبب الخطأ وكيف يمكنك تجنبه في المستقبل، التعلم من الأخطاء يُعد أحد أفضل الطرق لتطوير مهاراتك الرياضية.

12. **اجعل لك دفتراً خاصاً لتدوين كل ما يتم دراسته واحرص على تدوين الملاحظات المهمة:** أثناء حل المسائل أو مشاهدة الفيديوهات، احرص على تدوين كل شيء لأنه سيكون من الصعب مشاهدة الفيديوهات في يوم واحد مثل يوم الامتحان، وكتابة الملاحظات المهمة تساعدك على تنظيم أفكارك وتذكر النقاط المهمة عند المراجعة لاحقًا.

نتمنى لك التوفيق والنجاح في رحلتك الدراسية، ونتطلع لأن تكون هذه الكراسة عونًا لك في تحقيق أهدافك في مادة الرياضيات. تذكر أن كل مجهود تبذله اليوم سيثمر في المستقبل.

أ. محمد عزمي القطراوي

مدير موقع قطرة التعليمي

أ.ميّ حوّاري

الدرس الأول / مُتوسط التغير

• القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

• 2009 إكمال / إذا كان الاقتران ق(س) = س+٢ وتغيرت س من $س_١$ = ١ إلى $س_٢$ = ٣ فإن متوسط التغير في الاقتران ق(س) يساوي :

أ/ ٢ ب/ ١ ج/ ٤ د/ ٨

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = \frac{(٣+٢) - (١+٢)}{٢} = \frac{٥-٣}{٢}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{٢}{٢}$ = ١

• 2010 دور أول / إذا كان الاقتران ق(س) = $س^٢$ + ٥س ، فإن متوسط التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من صفر إلى ٤ يساوي :

أ/ ٩ ب/ ٤ ج/ ٣٦ د/ -٩

الحل/ $س_١$ = صفر ، $س_٢$ = ٤

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٤) - ق(صفر)}{٤ - صفر} = \frac{(٤^٢ + ٥×٤) - (صفر^٢ + ٥×صفر)}{٤}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{١٦ + ٢٠}{٤} = \frac{٣٦}{٤}$ = ٩

• 2010 إكمال / ميل المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران ق(س) في النقطتين أ(١، ٣) ، ب(٣، ٩) هو :

أ/ -٣ ب/ ٢ ج/ ٣ د/ ٦

الحل/

أ(١، ٣) ب(٣، ٩)

ميل القاطع = متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٩-٣}{٣-١} = \frac{٦}{٢}$ = ٣

• 2013 دور أول / إذا كان متوسط التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من $س_١$ = ٢ إلى $س_٢$ = ٤ هو ٢ ، وكان ق(٤) = ٦ فإن قيمة ق(٢) يساوي :

أ/ ٤ ب/ ٢ ج/ ١ د/ -٢

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ ٢ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ ⇐ ٢ = $\frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢}$

⇐ ٢ = $\frac{٦ - ق(٢)}{٢}$ "بالضرب التبادلي"

٤ = ٦ - ق(٢) ⇐ ق(٢) = ٦ - ٤ = ٢

• 2014 دور أول / إذا كان متوسط تغير ق(س) في [-٤، ٢] يساوي ٣ ، وكان ق(-٤) = ٢ ، فإن ق(٢) يساوي :

أ/ ٢٠ ب/ ٢٦ ج/ ١٦ د/ ١٨

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(2) - ه(-4)}{2 - (-4)} = \frac{ه(2) - 3}{6}$

$\Leftarrow$ متوسط التغير = $3 = \frac{ه(2) - 3}{6}$ «بالضرب التبادلي»

$\Leftarrow ه(2) - 3 = 18 \Leftarrow ه(2) = 3 + 18 \Leftarrow ه(2) = 21$

أ.مي حوّاري

• 2015 دور أول/ متوسط تغير $ه(س) = \sqrt{س + 5}$ في الفترة $[11, 4]$ يساوي:

ب/ 1 ج/ $\frac{1}{7}$ د/ $\frac{5}{7}$ 7/P

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(11) - ه(4)}{11 - 4} = \frac{\sqrt{11 + 5} - \sqrt{4 + 5}}{7}$

$\Leftarrow$ متوسط التغير = $\frac{\sqrt{16} - \sqrt{9}}{7} = \frac{4 - 3}{7} = \frac{1}{7}$

• 2016 دور أول/ إذا كان $ه(س) = \sqrt{3س}$ فإن متوسط التغير لاقتران $ه(س)$ في الفترة $[1, 4]$ هو:

1/P ب/ 2 ج/ $\frac{1}{2}$ د/ $\frac{1}{3}$

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(4) - ه(1)}{4 - 1} = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}}{3} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}$

• 2017 دور ثاني/ إذا كان متوسط التغير في الاقتران $ه(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = P$ إلى $س_2 = 5$ هو 2 وكان $ه(5) = 7$ و $ه(P) = 3$ فإن قيمة الثابت P =

P/ صفر ب/ 1 ج/ 2 د/ 3

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(5) - ه(P)}{5 - P} = \frac{7 - 3}{5 - P} = \frac{4}{5 - P}$

$\Leftarrow$ متوسط التغير = $2 = \frac{4}{(5 - P)}$ «بالضرب التبادلي»

$\Leftarrow \frac{2(5 - P)}{2} = \frac{4}{2} \Leftarrow 5 - P = 2 \Leftarrow P = 5 - 2 \Leftarrow P = 3$

• 2018 دور أول/ إذا كانت النقطتان $P(-1, 3)$ و $ب(2, 5)$ تقعان على منحنى الاقتران $ه(س)$ فإن متوسط تغير $ه(س)$ عندما تتغير س من -1 إلى 2 يساوي

P/ -3 ب/ -1 ج/ 1 د/ 3

الحل/ $P(-1, 3)$ تقع على $ه(س) \Leftarrow ه(-1) = 3$

$ب(2, 5)$ تقع على $ه(س) \Leftarrow ه(2) = 5$

متوسط التغير = $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(2) - ه(-1)}{2 - (-1)} = \frac{5 - 2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

• 2019 دور أول/ إذا كان $ه(3) - ه(1) = -16$ فإن متوسط تغير الاقتران عندما تتغير س من $س_1 = 1$ إلى $س_2 = 3$

P/ -8 ب/ 2 ج/ 8 د/ 16

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(3) - ه(1)}{3 - 1} = \frac{-16}{2} = -8$

• 2020 دورثاني / ليكن الاقتران $هـ(س) = \frac{1}{س}$ ، $س \neq 0$ ما قيمة متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = \frac{1}{2}$ إلى $س_2 = 2$

أ/ 1 ب/ -2 ج/ 2 د/ 1

الحل/ متوسط تغير $= \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(2) - هـ(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})}{\frac{3}{2}}$

$\therefore$ متوسط التغير $= \frac{(\frac{1}{2}) - 2}{\frac{3}{2}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$

أ.مي حوّاري

• ملاحظات : • عند قسمة الكسور نقلب الكسر الثاني وتصبح العملية ضرب .

$\therefore \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$ وأيضاً $\frac{-\frac{3}{2}}{3} = -\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$

• عند جمع وطرح الكسور يجب توحيد المقامات أولاً :

$\therefore 2 - \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2}{1 \times 2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$

• 2020 دور أول / ما ميل القاطع لمنحنى $هـ(س) = 3س^2 - 2$ الحادث بالنقطتين $(-1، هـ(-1))$ و $(2، هـ(2))$

أ/ 12 ب/ 6 ج/ 3 د/ -6

الحل/ $(س_1، هـ(-1))$ و $(س_2، هـ(2))$

ميل القاطع $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(2) - هـ(-1)}{2 - (-1)} = \frac{(3 \times 2^2 - 2) - (3 \times (-1)^2 - 2)}{3}$

$\therefore$ ميل القاطع $= \frac{(3 \times 4 - 2) - (3 \times 1 - 2)}{3} = \frac{12 - 2 + 3 - 2}{3} = \frac{12-4}{3} = \frac{9}{3} = 3$

• 2020 دور ثاني / إذا كان $هـ(5) - هـ(-2) = 28$ ، ما قيمة متوسط تغير $هـ(س)$ في $[-2، 5]$

أ/ 4 ب/ 28 ج/ 4 د/ 28

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(5) - هـ(-2)}{5 + 2} = \frac{28}{7} = 4$

• 2020 دور ثالث / إذا كان $هـ(2) = 4$ ، $هـ(-1) = -5$ فما متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ على $[-1، 2]$

أ/ 9 ب/ -1 ج/ 1 د/ 3

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(2) - هـ(-1)}{2 - (-1)} = \frac{4 - (-5)}{3} = \frac{9}{3} = 3$

• 2021 دور أول / إذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ يساوي (-10) وكان $\Delta س = 3$ ، ما قيمة $\Delta ص$

أ/ $-\frac{1}{5}$ ب/ $-\frac{1}{10}$ ج/ -5 د/ -40

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ $\Leftarrow$ $\frac{\Delta ص}{3} = -10$ $\Leftarrow$ بالضرب التبادلي $\Delta ص = -10 \times 3$

$\therefore \Delta ص = -30$

• 2021 دور ثاني / إذا كان $هـ(3) = 14$ ، $هـ(5) = 30$ جد متوسط تغير $هـ(س)$ عندما تتغير س في $[3، 5]$

أ/ $\frac{1}{8}$ ب/ $\frac{1}{8}$ ج/ 3 د/ 8

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(5) - هـ(3)}{5 - 3} = \frac{30 - 14}{2} = \frac{16}{2} = 8$

• 2021 دور ثالث/ إذا كان $\Delta ص = -16$ وتغير س من 1 إلى -3 فما متوسط تغير الاقتران $و(س)$
أ/ 8 ب/ -4 ج/ 4 د/ 8

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-16}{س_2 - س_1} = \frac{-16}{-3-1} = \frac{-16}{-4} = 4$

• 2022 دور أول/ إذا كان $ص = و(س) = 5 - س^2$ ، $س_1 = 1$ ، $\Delta س = 2$ فما قيمة التغير في قيمة ص
أ/ -16 ب/ -8 ج/ 3 د/ 24

الحل/ $\Delta س = س_2 - س_1 \Leftarrow 2 = س_2 - 1 \Leftarrow س_2 = 1 + 2 \Leftarrow س_2 = 3$
$\Delta ص = و(س_2) - و(س_1) = و(3) - و(1) = (5 - 3^2) - (5 - 1^2)$
$\Leftarrow \Delta ص = (5-9) - (5-1) = (-4) - (4) = -8$

• 2023 دور أول/ إذا كان $ص = 6 - 2س^3$ ، $س_1 = 0$ ، وكانت $\Delta س = 3$ فما قيمة $\Delta ص$
أ/ -16 ب/ 3 ج/ -3 د/ 6

الحل/ $\Delta س = س_2 - س_1 \Leftarrow 3 = س_2 - صفر \Leftarrow س_2 = 3$
$\Delta ص = ص_2 - ص_1 = و(س_2) - و(س_1) = و(3) - و(0) = (6 - 2 \times 3) - (6 - 2 \times صفر)$
$\Leftarrow \Delta ص = (-6) - (6) = صفر - 6 = -6$

• 2023 دور ثاني/ إذا كان متوسط تغير الاقتران $و(س)$ يساوي $\frac{3}{2}$ وكانت $\Delta س = 6$ فما قيمة $\Delta ص$
أ/ 3 ب/ 18 ج/ 9 د/ 6

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} \Leftarrow \frac{\Delta ص}{6} = \frac{3}{2}$ «بالضرب التبادلي» $\Leftarrow 2\Delta ص = 3 \times 6$
$\Leftarrow \frac{2\Delta ص}{2} = \frac{18}{2} \Leftarrow \Delta ص = 9$

• 2023 دور ثالث/ ما ميل القاطع لمنحنى الاقتران $و(س) = 3س^4 - 3$ المار بالنقطتين فيهما $س_1 = 1$ ، $س_2 = 2$:
أ/ 3 ب/ -6 ج/ 12 د/ 9

الحل/ ميل القاطع = متوسط التغير $= \frac{\Delta و(س)}{\Delta س} = \frac{و(س_2) - و(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{و(2) - و(1)}{2 - 1}$
$\Leftarrow$ الميل $= \frac{(3 \times 2^4 - 3) - (3 \times 1^4 - 3)}{1} = (3 \times 4 - 3) - (3 - 3) = 12 - 3 = 9$ (صفر)

• 2024 دور ثاني/ إذا كان الاقتران $و(س) = \frac{4}{س+1}$ ، $\Delta س = -1$ في الفترة $[P, 6]$ فما قيمة الثابت P
أ/ 1 ب/ 3 ج/ -3 د/ صفر

الحل/ $\Delta ص = و(س_2) - و(س_1) = و(P) - و(1) = \frac{4}{P+1} - \frac{4}{1+1} = \frac{4}{P+1} - 2$
$\Leftarrow \Delta س = س_2 - 6 = -1 \Leftarrow س_2 = 6 - 1 = 5$
$\Leftarrow \frac{4}{P+1} = 1$ «ضرب تبادلي»
$\Leftarrow 4 = P + 1 \Leftarrow P = 3$

• 2024 دور ثالث ضفة / ما ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق(س) = س² − ٢ المار بالنقطتين س١ = ١ ، س٢ = ٣

أ/ ٣ ب/ −٦ ج/ ١٢ د/ ٩

الحل/ ميل القاطع = متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١} = \frac{(٢^٢ - ٢) - (١^٢ - ٢)}{١}$

⇐ الميل = (٤ − ٢) − (١ − ٢) = ٢ − ١ = ٣

• 2024 دور ثالث مصر / إذا كان متوسط تغير الاقتران في [س١ ، س٢] يساوي (−٤) وكان Δس = ٢ ، ما قيمة Δص

أ/ −٤ ب/ −٢ ج/ ٨ د/ −٨

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ $-٤ = \frac{\Delta ص}{٢}$ «بالضرب التبادلي» ⇐ −٤ × ٢ = Δص ⇐ −٨ = Δص

• 2025 دور أول / ما ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق(س) = ٣س² − ٢ والمار بالنقطتين (١ ، ق(١)) ، (٢ ، ق(٢))

أ/ ٣ ب/ ١٢ ج/ −٦ د/ ٩

الحل/ متوسط التغير = ميل القاطع = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١}$

⇐ الميل = $\frac{(٣ \times ٢^٢ - ٢) - (٣ \times ١^٢ - ٢)}{١} = (٣ \times ٤ - ٢) - (٣ \times ١ - ٢) = (١٢ - ٢) - (٣ - ٢) = ١٠ - ١ = ٩$

• 2025 دور ثاني / إذا كان متوسط تغير الاقتران في الفترة [س١ ، س٢] يساوي $\left(\frac{٣}{٤}\right)$ وكان Δص = ١٢

ما قيمة Δس =

أ/ ٩ ب/ ١٢ ج/ ١٦ د/ $\frac{١}{١٦}$

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ $\frac{٣}{٤} = \frac{١٢}{\Delta س}$ «بالضرب التبادلي»

$\frac{٣ \times \Delta س}{٣} = \frac{٤ \times ١٢}{٣}$ ⇐ Δس = ١٦

أ.ميّ حوّاري

• 2019 تجريبي مديرية رفح / إذا كان مقدار تغير الاقتران ق(س) = ب س² في [−٢ ، ٤] يساوي (٢٤)

ما قيمة الثابت ب :

أ/ ٢ ب/ −٢ ج/ ٤ د/ −٤

الحل/ Δق(س) = ق(س٢) − ق(س١) ⇐ ٢٤ = ق(٤) − ق(−٢) ⇐ ٢٤ = ب(٤)² − ب(−٢)²

⇐ ٢٤ = ١٦ب − ٤ب ⇐ $\frac{٢٤}{١٢} = \frac{١٢ب}{١٢}$ ⇐ ب = ٢

• 2024 تجريبي مديرية الخليل / إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) يساوي (٣) وكانت Δس = ٢ ما قيمة

$\frac{١}{٢}$ Δص + Δس

أ/ ٤ ب/ ٥ ج/ ٦ د/ ٨

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ $٣ = \frac{\Delta ص}{٢}$ بالضرب التبادلي ⇐ ٣ × ٢ = Δص ⇐ ٦ = Δص

المطلوب $\frac{١}{٢}$ Δص + Δس = $\frac{١}{٢}$ × ٦ + ٢ = ٣ + ٢ = ٥

• 2025 تجريبي مديرية أريحا / إذا كان ٣ق(-٢) - ٣ق(٥) = -٢١ ، أجد متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [-٢، ٥]

أ/ -٣ ب/ ١ ج/ -٧ د/ ٢١

الحل/ ٣ق(-٢) - ٣ق(٥) = -٢١

$\frac{٣(ق(-٢) - ق(٥))}{٣} = \frac{-٢١}{٣}$ ⇐ $\boxed{ق(-٢) - ق(٥) = -٧}$

« نخرج (٣) عامل مشترك »

لاحظ أنها مضروبة في سالب.

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{\boxed{ق(٥) - ق(-٢)}}{٥ - -٢} = \frac{٧}{٧} = ١$

• 2025 تجريبي مديرية رام الله / إذا كان ق(٥) = ق(٢) + ٦ ، أجد متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٢، ٥]

أ/ -٢ ب/ ٢ ج/ ٣ د/ ٦

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢} = \frac{٦}{٣} = ٢$

• ملاحظة:
ق(٥) = ق(٢) + ٦
ق(٥) - ق(٢) = ٦

• خارجي/ إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) للفترة [٢، ٦] هو (٣) وكان ق(٢) = ق(٦) - ٢ب ما قيمة الثابت ب :

أ/ ١٢ ب/ -٦ ج/ ٦ د/ -١٢

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{ق(٦) - ق(٢)}{٦ - ٢} = \frac{٢ب}{٤} = \frac{ب}{٢}$

⇐ $٣ = \frac{ب}{٢}$ « بالضرب التبادلي »

⇐ ٣ × ٢ = ب ⇐ ٦ = ب

ق(٢) = ق(٦) - ٢ب
(ق(٢) - ق(٦) = -٢ب) × -١
ق(٦) - ق(٢) = ٢ب

أ.مي حواري

• خارجي/ اذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) = (٢ - ٢أ) س + ٣أ في الفترة [٢، ٤] هو (١٦) ما قيمة الثابت أ

أ/ ٢ ب/ ٣ ج/ -٣ د/ ٥

الحل/ Δق(س) = ق(س٢) - ق(س١) ⇐ ١٦ = ق(٤) - ق(٢) ⇐

١٦ = [(٢ - ٢أ) × ٤ + ٣أ] - [(٢ - ٢أ) × ٢ + ٣أ]

⇐ ١٦ = ٤(٢ - ٢أ) + ~~٣أ~~ - ٢(٢ - ٢أ) - ~~٣أ~~ ⇐ ١٦ = ٤(٢ - ٢أ) - ٢(٢ - ٢أ)

⇐ $\frac{١٦}{٢} = \frac{٢(٢ - ٢أ)}{٢}$ ⇐ ٨ = ٢ - ٢أ ⇐ ٨ - ٢ = -٢أ ⇐ $\frac{٦}{-٢} = \frac{-٢أ}{-٢}$ ⇐ -٣ = أ

• خارجي تفوق/ إذا كان ق(س) + أ² = س² + ٣س - أ² وكان متوسط تغير الاقتران ق(س) للفترة [١، ٢] يساوي (٦أ) ما قيمة / قيم الثابت أ

أ/ ١ ب/ -١ ج/ ٢ د/ -٢

الحل/ $ق(س) + أ^2 = س^2 + ٣س - أ^2$ ⇐ $ق(س) = س^2 + ٣س - ٢أ^2$

$-أ^2 \quad -أ^2$

متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١} = \frac{(٢^2 + ٣\times٢ - ٢أ^2) - (١^2 + ٣\times١ - ٢أ^2)}{١}$

⇐ متوسط التغير $= ٦أ = (٤ + ٦ - ٢أ^2) - (١ + ٣ - ٢أ^2)$ ⇐ $٦أ = (١٠ - ٢أ^2) - (٤ - ٢أ^2)$

⇐ $٦أ = ١٠ - ٢أ^2 - ٤ + ٢أ^2$ ⇐ $\frac{٦أ}{٦} = \frac{٦}{٦}$ ⇐ $أ = ١$

• القسم الثاني : أجب عن الأسئلة الآتية :

• 2007/ إذا كان $ص = ق(س)$ اقتراناً ، وكان متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير س من $س_1 = ٢$ إلى $س_2 = ٥$ هو (١٠) فأوجد $ق(٥)$ علماً بأن $ق(٢) = ٦$

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢} = \frac{ق(٥) - ٦}{٣}$

⇐ متوسط التغير $= ١٠ = \frac{ق(٥) - ٦}{٣}$ بالضرب التبادلي ⇐ $١٠ \times ٣ = ق(٥) - ٦$ ⇐ $٣٠ + ٦ = ق(٥)$

⇐ $٣٦ = ق(٥)$

• 2008 إكمال/ إذا كان الاقتران $ص = ق(س) = س^2$ وتغيرت س من $س_1 = ١$ ، إلى $س_2 = ٣$ ، فجد متوسط تغير الاقتران $ق(س)$

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = \frac{(٣^2) - (١^2)}{٢} = \frac{٩ - ١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

• 2018/ اذا كان الاقتران $ق(س) = \sqrt{٥س + ١}$ وتغيرت س من $س_1 =$ صفر إلى $س_2 = ٣$ فجد متوسط تغير الاقتران $ق(س)$

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(٣) - ق(٠)}{٣ - ٠} = \frac{\sqrt{٥\times٣ + ١} - \sqrt{٥\times٠ + ١}}{٣}$

⇐ متوسط التغير $= \frac{\sqrt{١٦} - \sqrt{١}}{٣} = \frac{٤ - ١}{٣} = \frac{٣}{٣} = ١$

أ.ميّ حوّاري

• 2020 دور أول/ إذا كان متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ على الفترة $[٣ ، ٥]$ يساوي (٧) ، جد متوسط تغير الاقتران $هـ(س) = ٢س + ق(س)$ على الفترة $[٣ ، ٥]$.

الحل/ أولاً : نطبق قانون متوسط التغير على $ق(س)$:

متوسط تغير $ق(س) = \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق(٥) - ق(٣)}{٥ - ٣} = \frac{ق(٥) - ق(٣)}{٢} = ٧$ «ضرب تبادلي»

⇐ $\boxed{١٤ = ق(٥) - ق(٣)}$

ثانياً : متوسط تغير $هـ(س)$: $= \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣} = \frac{(٢\times٥ + ق(٥)) - (٢\times٣ + ق(٣))}{٢}$

⇐ متوسط تغير $هـ(س) = \frac{١٠ + ق(٥) - ٦ - ق(٣)}{٢} = \frac{(١٠ - ٦) + \boxed{(ق(٥) - ق(٣))}}{٢} = \frac{٤ + ١٤}{٢} = \frac{١٨}{٢}$

⇐ المطلوب $= \frac{١٨}{٢} = ٩$

• 2020 دورثاني / إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = أس² − ٤س على الفترة [١، ٣] يساوي ٢أ ما قيمة الثابت أ

الحل/ متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{(أ×٣^٢ - ٤×٣) - (أ(١)^٢ - ٤×١)}{٢}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{(٩أ - ١٢) - (أ - ٤)}{٢}$ = ٢أ "بالضرب التبادلي"

⇐ ٩أ − ١٢ − أ + ٤ = ٢×٢أ ⇐ (٩أ − أ) + (−١٢ + ٤) = ٤أ ⇐ ٨أ − ٨ = ٤أ ⇐ ٨أ − ٤أ = ٨

⇐ $\frac{٤أ}{٤} = \frac{٨}{٤}$ ⇐ أ = ٢

• 2020 دورثالث / اذا كان الاقتران ق(س) = هـ(س) + ٣ وكان متوسط تغير الاقتران هـ(س) على الفترة [−١، ٤] يساوي (٧) ، جد متوسط تغير الاقتران ق(س) على الفترة [−١، ٤]

الحل/ • أولاً: متوسط تغير هـ(س) = $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{هـ(٤) - هـ(-١)}{٤ - -١}$ = $\frac{هـ(٤) - هـ(-١)}{٥}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{هـ(٤) - هـ(-١)}{٥}$ = ٧ "بالضرب التبادلي" ⇐ ٧×٥ = هـ(٤) − هـ(−١) ⇐ $\boxed{٣٥ = هـ(٤) - هـ(-١)}$

• ثانياً: متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(٤) - ق(-١)}{٤ - -١}$ = $\frac{(هـ(٤) + ٣) - (هـ(-١) + ٣)}{٥}$ = $\frac{هـ(٤) + \cancel{٣} - هـ(-١) - \cancel{٣}}{٥}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{\boxed{هـ(٤) - هـ(-١)}}{٥}$ = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧

أ.ميّ حوّاري

• 2021 / جد متوسط تغير الاقتران ق(س) = ٢س² − ١ علماً بأن س₁ = ٥ ، Δس = −٣

الحل/ Δس = س₂ − س₁ ⇐ −٣ = س₂ − ٥ ⇐ −٣ + ٥ = س₂ ⇐ ٢ = س₂

متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٢) - ق(٥)}{٢ - ٥}$ = $\frac{(٢(٢)^٢ - ١) - (٢(٥)^٢ - ١)}{-٣}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{(٢×٤ - ١) - (٢×٢٥ - ١)}{-٣}$ = $\frac{(٨ - ١) - (٥٠ - ١)}{-٣}$ = $\frac{٧ - ٤٩}{-٣}$ = $\frac{-٤٢}{-٣}$ = ١٤

• 2021 دورثاني / إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) على الفترة [٧، ٩] يساوي (−٥) ، ما قيمة متوسط تغير الاقتران ك(س) = ٢ق(س) + س على الفترة [٧، ٩]

الحل/ • أولاً: متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٩) - ق(٧)}{٩ - ٧}$ = $\frac{ق(٩) - ق(٧)}{٢}$

⇐ متوسط التغير = −٥ = $\frac{ق(٩) - ق(٧)}{٢}$ بالضرب التبادلي ⇐ −٥×٢ = ق(٩) − ق(٧) ⇐ $\boxed{-١٠ = ق(٩) - ق(٧)}$

• ثانياً: متوسط تغير ك(س) = $\frac{\Delta ك(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ك(٩) - ك(٧)}{٩ - ٧}$ = $\frac{(٢ق(٩) + ٩) - (٢ق(٧) + ٧)}{٢}$

"نخرج ٢ عامل مشترك"

⇐ متوسط التغير = $\frac{٢ق(٩) + ٩ - ٢ق(٧) - ٧}{٢}$ = $\frac{(٢ق(٩) - ٢ق(٧)) + (٩ - ٧)}{٢}$ = $\frac{٢\boxed{(ق(٩) - ق(٧))} + ٢}{٢}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{٢×-١٠ + ٢}{٢}$ = $\frac{-٢٠ + ٢}{٢}$ = $\frac{-١٨}{٢}$ = −٩

• 2021 دور ثالث / إذا كان متوسط تغير ق(س) = أ س² + ٥ في [٣، ٥] يساوي ٨ ، ما قيمة الثابت أ.

الحل/ متوسط التغير = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٥) - ق(٣)}{٥ - ٣}$ = $\frac{(أ(٥)^٢ + ٥) - (أ(٣)^٢ + ٥)}{٢}$

⇐ متوسط التغير = $\frac{(٥ + أ٩) - (٥ + أ٢٥)}{٢}$ = ٨ بالضرب التبادلي ٨ × ٢ = ٢٥أ + ٥ − ٩أ − ٥

⇐ $\frac{١٦}{١٦}$ = $\frac{١٦أ}{١٦}$ ⇐ أ = ١

أ.ميّ حوّاري

• 2023 دور ثالث / إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) على الفترة [٢، ٣] يساوي (٧) ، جد متوسط تغير الاقتران هـ(س) = ٣ق(س) + ٢ على الفترة [٢، ٣]

الحل/ • أولاً: متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٣) - ق(٢)}{٣ - ٢}$ = ٧ ⇐ $\boxed{ق(٣) - ق(٢) = ٧}$

ثانياً:

• متوسط تغير هـ(س) = $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(٣) - هـ(٢)}{٣ - ٢}$ = (٣ق(٣) + ٢) − (٣ق(٢) + ٢)

⇐ متوسط التغير = ٣ق(٣) + ٢ − ٣ق(٢) − ٢ = ٣ق(٣) − ٣ق(٢) بإخراج (٣) عامل مشترك

= ٣ $\boxed{(ق(٣) - ق(٢))}$ = ٣ × ٧ = ٢١

• 2023 دور ثاني / يقطع المستقيم ك منحنى الاقتران ق(س) في النقطتين (١، −٢) ، (جـ، ٤) فإذا كان ميله يساوي (٣) ، ما قيمة الثابت جـ

الحل/ $(\overset{س_١}{١}، \overset{ص_١}{-٢})$ $(\overset{س_٢}{جـ}، \overset{ص_٢}{٤})$

ميل القاطع = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٤ - -٢}{جـ - ١}$ = $\frac{٦}{جـ - ١}$ ⇐ الميل = ٣ = $\frac{٦}{(جـ - ١)}$ بالضرب التبادلي

⇐ $\frac{٣(جـ - ١)}{٣}$ = $\frac{٦}{٣}$ ⇐ جـ − ١ = ٢ ⇐ جـ = ٢ + ١ ⇐ جـ = ٣

• 2024 دور أول / إذا كان الاقتران هـ(س) = أق(س) + ٤س ، وكان متوسط تغير كل من الاقترانين ق(س) ، هـ(س) على الترتيب في الفترة [٣، ٧] يساوي ٤ ، ٢٠ ، ما قيمة الثابت أ

الحل/ • أولاً: متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$ = $\frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{ق(٧) - ق(٣)}{٧ - ٣}$ = $\frac{ق(٧) - ق(٣)}{٤}$

⇐ متوسط تغير ق(س) = ٤ = $\frac{ق(٧) - ق(٣)}{٤}$ بالضرب التبادلي ⇐ ٤ × ٤ = ق(٧) − ق(٣) ⇐ $\boxed{١٦ = ق(٧) - ق(٣)}$

• ثانياً: متوسط تغير هـ(س) = $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(٧) - هـ(٣)}{٧ - ٣}$ = $\frac{(أق(٧) + ٤ × ٧) - (أق(٣) + ٤ × ٣)}{٤}$

⇐ متوسط تغير هـ(س) = ٢٠ = $\frac{(أق(٧) + ٢٨) - (أق(٣) + ١٢)}{٤}$ " بالضرب التبادلي "

⇐ ٢٠ × ٤ = أق(٧) + ٢٨ − أق(٣) − ١٢ ⇐ ٨٠ = (أق(٧) − أق(٣)) + (٢٨ − ١٢) " إخراج أ عامل مشترك "

⇐ ٨٠ − ١٦ = أ(ق(٧) − ق(٣)) + ١٦ − ١٦ ⇐ ٦٤ = أ $\boxed{(ق(٧) - ق(٣))}$ ⇐ $\frac{٦٤}{١٦}$ = $\frac{١٦أ}{١٦}$

⇐ أ = ٤

• 2024 دورتان/ إذا كان ص = ه(س) = $س^3 + 3س + 1$ أوجد ميل القاطع للمار بالنقطتين (1، ه(1)) ، (-2، ه(-2))

الحل/ $(س_1، ص_1)$ $(س_2، ص_2)$

ميل القاطع = متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{ه(-2) - ه(1)}{-2 - 1}$

$= \frac{(1+3+3) - (1+4-4\times3)}{-3}$ ← الميل = $\frac{(3(-2)^2 + 2(-2) + 1) - (3(1)^2 + 2(1) + 1)}{-3}$

$= \frac{(6) - (1+4-12)}{-3} = \frac{6-9}{-3} = \frac{-3}{-3} = 1$

• 2024 دورتان/ إذا كان ه(س) = $2س + 3$ ، $ه(س) = \frac{6}{ه(س)}$ + صفر أوجد متوسط تغير الاقتران ه(س) في الفترة $[2، 3]$

الحل/ $ه(س) = \frac{6}{ه(س)} = \frac{6}{2س + 3}$

متوسط تغير ه(س) = $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(ج) - ه(أ)}{ج - أ} = \frac{ه(3) - ه(2)}{3 - 2} = \frac{\left(\frac{6}{2\times3+3}\right) - \left(\frac{6}{2\times2+3}\right)}{1}$

← متوسط التغير = $\frac{\frac{6}{9} - \frac{6}{7}}{1} = \frac{2}{63} = \frac{-1}{3}$

• 2024 دورتان الضفة ومصر/ إذا كان الاقتران ه(س) = $-6 - 3س^2$ المار بالنقطتين فيهما $س_1 = -1$ ، $س_2 = 1$ ما قيمة $\Delta ص$.

الحل/ $\Delta ص = ه(س_2) - ه(س_1) = ه(1) - ه(-1) = (-6 - 3(1)^2) - (-6 - 3(-1)^2)$

← $\Delta ص = (-3) - (-6) = 3 = 3$ صفر

• 2025/ إذا كان متوسط تغير الاقتران ه(س) = $2س^2 + 5س$ في الفترة $[3، 6]$ يساوي (-3) ، ما قيمة الثابت ب.

الحل/ متوسط تغير ه(س) = $\frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ه(6) - ه(3)}{6 - 3} = \frac{[2(6)^2 + 5(6) + ب] - [2(3)^2 + 5(3) + ب]}{6 - 3}$

← متوسط التغير = $\frac{(2\times6\times9 + 5\times6 + ب) - (2\times3\times9 + 5\times3 + ب)}{6 - 3}$ ⇐ $-3 = \frac{108 - 30 - 54 - 15}{6 - 3}$

$-3 = \frac{(108 - 30) + (54 - 15)}{6 - 3}$ ⇐ " باضرب (6-) في البسط عامل مشترك "

$-3 = \frac{(78 + 39)6}{6^2}$ ⇐ : ب = 6

$-3 = 3 + 6$ ⇐ $-9 = 6$ ⇐ $-1 = ب$

ملاحظة : $(3)^2 = 3\times3 = 9$ الأسس تقرع على الضرب والقسمة فقط .

• 2025 دورتان/ إذا كان ص = ه(س) = ٥ - ٢س^٤ ، س١ = ١ ، Δس = ٢ جد :
١/ س٢ ٢/ قيمة التغير في ص .

الحل/ ١/ Δس = س٢ - س١ ⇐ ٢ = س٢ - ١ ⇐ س٢ = ١ + ٢ ⇐ س٢ = ٣

٢/ قيمة التغير في ص = Δص = ه(س٢) - ه(س١) = ه(٣) - ه(١) = (٥ - ٢(٣)^٤) - (٥ - ٢(١)^٤)
⇐ Δص = (٥ - ٩×٢) - (٥ - ٢) = (٥ - ١٨) - (٣) = -١٣ - ٣ = -١٦

• 2020 تجريبي مديرية طولكرم/ إذا كان متوسط تغير ل(س) على [٢،٤] يساوي ب ، ضيق ب عدد صحيح موجب ، وكان متوسط تغير الاقتران ه(س) = ل(س) - ٢ في الفترة [٢،٤] يساوي (٤) جد قيمة الثابت ب.

الحل/ • أولاً: متوسط تغير ل(س) = Δل(س) / Δس = ل(س٢) - ل(س١) / س٢ - س١ = ل(٤) - ل(٢) / ٤ - ٢ = ل(٤) - ل(٢) / ٢ = ب

بالضرب التبادلي ⇐ ل(٤) - ل(٢) = ٢ب

• ثانياً: متوسط تغير ه(س) = Δه(س) / Δس = ه(٤) - ه(٢) / ٤ - ٢ = (٢ل(٤) - ٢) - (٢ل(٢) - ٢) / ٢ = ٢٤ ، ضرب تبادلي

⇐ ٢ل(٤) - ٢ - ٢ل(٢) + ٢ = ٢×٢٤ ⇐ ٢ل(٤) - ٢ل(٢) = ٢×٢٤ ، باخراج ٢ عامل مشترك

⇐ ٢(ل(٤) - ل(٢)) / ٢ = ٢×٢٤ ⇐ ل(٤) - ل(٢) = ٢٤ ⇐ ٢ب / ٢ = ٢٤ / ٢ ⇐ ب = ١٢

• 2020 تجريبي مديرية القدس الشريف/ يقطع المستقيم ل منحنى الاقتران ه(س) في (جـ + ٢، ١٦) ، (٢جـ، ٤٦)
فإذا كان ميل المستقيم ل يساوي (٣) ، ما قيمة الثابت جـ

الحل/ (جـ + ٢، ص١) ، (٢جـ، ص٢)

ميل المستقيم ل = م = Δص / Δس = ص٢ - ص١ / س٢ - س١ = ٤٦ - ١٦ / ٢جـ - (جـ + ٢) = ٣ / ٢جـ - جـ - ٢ = ٣ / جـ - ٢

⇐ م = ٣ / (جـ - ٢) = ٣ ، ضرب تبادلي ⇐ ٣(جـ - ٢) = ٣ ⇐ جـ - ٢ = ٣ ⇐ جـ = ٣ + ٢

⇐ ٧ / ٢ = ٢جـ / ٢ ⇐ جـ = ٧/٢

• 2024 تجريبي مديرية القدس الشريف/ إذا كان متوسط تغير ه(س) = س^٤ + س في الفترة [١، ب] يساوي (٧) ، ما قيمة الثابت ب

الحل/ متوسط التغير = Δه(س) / Δس = ه(س٢) - ه(س١) / س٢ - س١ = ه(ب) - ه(١) / ب - ١ = (ب^٤ + ب) - (١^٤ + ١) / (ب - ١)

⇐ متوسط التغير = ب^٤ + ب - ٢ / ب - ١ = (ب - ١)(ب + ٢)(ب^٢ + ١) / (ب - ١) ⇐ ٧ = ب + ٢ ⇐ ب = ٧ - ٢

(ب ≠ ١) ⇐ ب = ٥

• تجريبي مديرية رام الله/ 2025 اذا كان الاقتران $هـ(س) = \frac{٤}{هـ(س)}$ ، فما متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ على الفترة $[١، ٤]$ علماً بأن مقدار التغير للاقتران $هـ(س)$ في $[١، ٤]$ يساوي (٦) وأن $هـ(٤) = -٢$

الحل/ $\Delta هـ(س) = هـ(س_٢) - هـ(س_١) = هـ(٤) - هـ(١) = ٦ \Leftarrow -٢ - هـ(١) = ٦ \Leftarrow -٢ - هـ(١) = ٤ \times -٢$

$\Leftarrow هـ(١) = -٤$

$$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١} = \frac{\frac{٤}{هـ(٤)} - \frac{٤}{هـ(١)}}{٣} = \frac{\frac{٤}{-٢} - \frac{٤}{-٤}}{٣} = \frac{١}{٣}$$

$\Leftarrow$ متوسط تغير $هـ(س) = \frac{٣}{٣} = ١$

• خارجي/ إذا كان مقدار التغير في الاقتران $هـ(س) = ب س^٣ + ٣س - ٣ب^٢$ في الفترة $[-٣، ١]$ يساوي (-٢٠) ما قيمة الثابت ب

الحل/ $\Delta هـ(س) = هـ(س_٢) - هـ(س_١) = هـ(٣) - هـ(-١)$

$\Leftarrow -٢٠ = (ب(٣)^٣ + ٣(٣) - ٣ب^٢) - (ب(-١)^٣ + ٣(-١) - ٣ب^٢)$

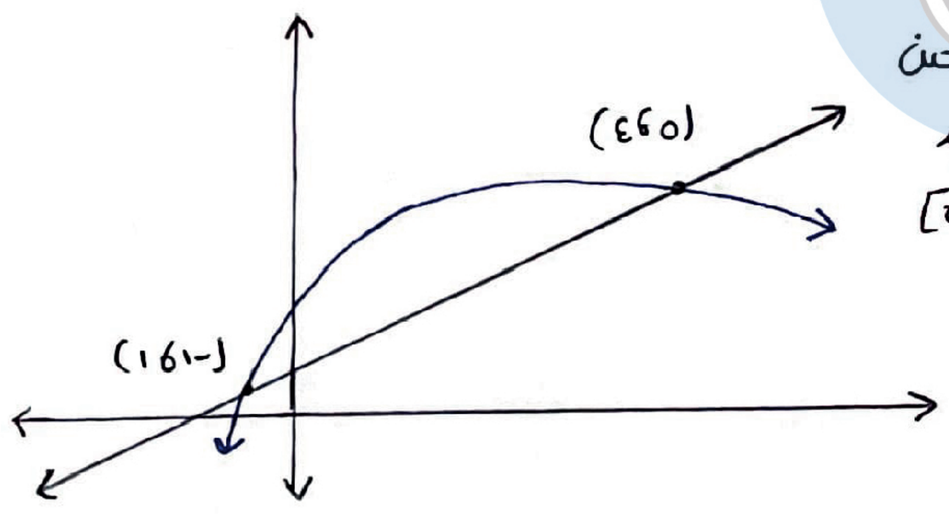
$\Leftarrow -٢٠ = (٢٧ب + ٩ - ٣ب^٢) - (-ب - ٣ - ٣ب^٢)$

$\Leftarrow -٢٠ = ٢٧ب + ٩ - ٣ب^٢ + ب + ٣ + ٣ب^٢ \Leftarrow -٢٠ = (٢٧ب + ب) + (٩ + ٣)$

$\Leftarrow -٢٠ = ٢٨ب + ١٢ \Leftarrow -٣٢ = ٢٨ب \Leftarrow ب = -١$

أ.ميّ حوّاري

• خارجي تفوق/ مستعيناً بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $هـ(س)$ والمستقيم القاطع له كما هو موضح، جد متوسط تغير $هـ(س) = ٤هـ(س) + ٦س + ١٩$ في $[-١، ٥]$



الحل/ $(٥، ٤)$ تقع على $هـ(س) \Leftarrow هـ(٥) = ٤$

$(-١، ١)$ تقع على $هـ(س) \Leftarrow هـ(-١) = ١$

متوسط تغير $هـ(س) = \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$$\Leftarrow \text{متوسط تغير } هـ(س) = \frac{هـ(٥) - هـ(-١)}{٥ - (-١)} = \frac{(٤هـ(٥) + ٦(٥) + ١٩) - (٤هـ(-١) + ٦(-١) + ١٩)}{٦}$$

$$= \frac{(٤(٤) + ٣٠ + ١٩) - (-٤ + ٦ + ١٩)}{٦} = \frac{[١٦ + ٣٠ + ١٩] - [-٢ + ١٩]}{٦} = \frac{٦٥ - ١٧}{٦} = \frac{٤٨}{٦} = ٨$$

• خارجي تفوق/ إذا كان مقدار تغير الاقتران $هـ(س)$ في $[٢، ٤]$ يساوي (٩) وكان $ل(س) - س = س هـ(س) - ٢$ ما متوسط تغير $ل(س)$ في $[٢، ٤]$ علماً بأن منحنى $هـ(س)$ يمر بالنقطة $(٤، ١٠)$.

الحل/ $هـ(س)$ يمر بـ $(٤، ١٠) \Leftarrow هـ(٤) = ١٠$

$\Delta هـ(س) = هـ(س_٢) - هـ(س_١) \Leftarrow ٩ = هـ(٤) - هـ(٢) \Leftarrow ٩ = ١٠ - هـ(٢) \Leftarrow هـ(٢) = ١٠ - ٩ = ١$

$ل(س) - س = س هـ(س) - ٢ \Leftarrow ل(س) = س هـ(س) + س - ٢$

$$\text{متوسط التغير لـ } ل(س) = \frac{\Delta ل(س)}{\Delta س} = \frac{ل(س_٢) - ل(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ل(٤) - ل(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٤هـ(٤) + ٤ - ٢) - [٢هـ(٢) + ٢ - ٢]}{٢}$$

$$= \frac{(٤ \times ١٠ + ٢) - ٢ \times ١}{٢} = \frac{٤٢ - ٢}{٢} = \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

• خارجي تفوه/ اذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) في الفترة [١، ٤] هو لو٦(٦)^٦ و كان هـ(١) هـ(٤) = ٣٦
ما متوسط تغير الاقتران هـ(س) للفترة [١، ٤] علما بأن هـ(س) × هـ(س) = ٨

• هوامش:
لو_ب ب = ١
لو_ب ب^ن = ن لو_ب ب

الحل/ • أولاً: لو٦(٦)^٦ = ٦ لو٦ ٦ = ٦ × ١ = ٦

• متوسط تغير هـ(س) = هـ(س) / س = (هـ(س٢) - هـ(س١)) / (س٢ - س١) = (هـ(٤) - هـ(١)) / (٤ - ١)

⇐ (هـ(٤) - هـ(١)) / ٣ = ٦ بالضرب التبادلي

⇐ هـ(٤) - هـ(١) = ٣ × ٦ = ١٨ ⇐ هـ(٤) - هـ(١) = ١٨

• هـ(س) × هـ(س) = ٨ ⇐ هـ(س) = ٨ / هـ(س)

متوسط تغير هـ(س) = هـ(س) / س = (هـ(٤) - هـ(١)) / (٤ - ١) = (١/هـ(٤) - ١/هـ(١)) / ٣ ، اخراج ٨ عامل مشترك من البسط

هـ(س) / س = ٨ (١/هـ(٤) - ١/هـ(١)) / ٣ بتوحيد المقامات ← متوسط التغير = ٨ ((هـ(١) - هـ(٤)) / (هـ(١) هـ(٤))) / ٣

= ٨ (-١٨/٣٦) / ٣ = ٨ × -١/٢ / ٣ = -٤/٣

• خارجي تفوه/ اذا كان متوسط تغير الاقتران هـ(س) = س + ١/س - ب^٢ في الفترة [١، ب] يساوي (-٣/٢)
ما قيمة الثابت ب.

الحل/ متوسط التغير = هـ(س) / س = (هـ(س٢) - هـ(س١)) / (س٢ - س١) = (هـ(ب) - هـ(١)) / (ب - ١) = ((ب + ١/ب - ب^٢) - (١ + ١/١ - ١^٢)) / (ب - ١)

⇐ = (ب + ١/ب - ب^٢ - ٢ + ٢ب) / (ب - ١) = (ب + ١/ب - ٢ - ب^٢ + ٢ب) / (ب - ١) توحيد مقامات البسط

⇐ متوسط التغير = -٣/٢ = (ب^٢ + ١ - ٢ب) / ب × ١ / (ب - ١) = (ب^٢ - ٢ب + ١) / ب(ب - ١)

⇐ (ب - ١)(ب - ١) / ب(ب - ١) = -٣/٢ ⇐ ب ≠ ١ بالضرب التبادلي ⇐ (ب - ١) / ب = -٣/٢

⇐ ٢ب = ٣(١ - ب) ⇐ ٢ب = ٣ - ٣ب ⇐ ٥ب = ٣ ⇐ ب = ٣/٥

"إذا لم يكن عونٌ من الله للفتى فأول ما يجني عليه اجتهاده"

أ.ميّ حوّاري

الدرسين الثاني والثالث/ المشتقة الأولى وقواعد الاشتقاق

أ.مي حوّاري

• القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

• 2007 دراسات / إذا كان الاقتران هـ(س) = ٥س - ٤ ما قيمة قَ(-١)

أ/ ٥ ب/ ١ جـ/ -٥ د/ ٥

الحل/ هـ(س) = ٥س - ٤ ⇐ قَ(س) = ٥ × ١ س^(١-١) = ٥ ⇐ قَ(-١) = ٥

• 2007 الكمال / إذا كان الاقتران هـ(س) = س^٣ ، ما قيمة قَ(-٢)

أ/ ٨- ب/ -١٢ جـ/ ١٢ د/ ٨

الحل/ هـ(س) = س^٣ ⇐ قَ(س) = ٣ س^(٣-١) = ٣ س^٢ ⇐ قَ(-٢) = ٣(-٢)^٢ = ٣ × ٤ = ١٢

• 2008 الكمال / إذا كان الاقتران هـ(س) = ٢س^٤ - ٥س + ١ ، ما قيمة قَ(٢)

أ/ -٣ ب/ ١ جـ/ -٢ د/ ٣

الحل/ هـ(س) = ٢س^٤ - ٥س + ١ ⇐ قَ(س) = ٢ × ٤ س^(٤-١) - ٥ × ١ ⇐ قَ(س) = ٤س - ٥

⇐ قَ(٢) = ٤ × ٢ - ٥ = ٨ - ٥ = ٣

• 2009 / إذا كان هـ(س) = ٣ك(س) + س ، ك(٢) = -١ ، ك(٢) = ٣ ما قيمة قَ(٢)

أ/ ١ ب/ -٢ جـ/ ١١ د/ ١٠

الحل/ هـ(س) = ٣ك(س) + س ⇐ قَ(س) = ٣كَ(س) + ١ نفوض (س = ٢)

⇐ قَ(٢) = ٣كَ(٢) + ١ ⇐ قَ(٢) = ٣ × -١ + ١ = -٣ + ١ = -٢

• 2010/ اذا كان ك(س) = س + هـ(س) ، ك(٢) = ٤ ما قيمة قَ(٢) =

أ/ ٢ ب/ ٣ جـ/ ٤ د/ ٥

الحل/ ك(س) = س + هـ(س) ⇐ كَ(س) = ١ + قَ(س) ⇐ كَ(٢) = ١ + قَ(٢) ⇐ ٤ = ١ + قَ(٢)

⇐ ٤ - ١ = قَ(٢) ⇐ ٣ = قَ(٢)

• 2012 الكمال / إذا كان ٢قَ(س) + ٣كَ(س) = -٢س ، ك(٢) = ٤ ما قيمة قَ(٢)

أ/ ٧- ب/ ٥- جـ/ ٥ د/ ٧

الحل/ ٢قَ(س) + ٣كَ(س) = -٢س ⇐ ٢قَ(س) + ٣كَ(س) = -٢ "نفوض س = ٢"

٢قَ(٢) + ٣كَ(٢) = -٢ ⇐ ٢قَ(٢) + ٣ × ٤ = -٢ ⇐ ٢قَ(٢) + ١٢ = -٢ ⇐ ٢قَ(٢) = -٢ - ١٢

⇐ ٢قَ(٢) / ٢ = -١٤ / ٢ ⇐ قَ(٢) = -٧

• 2013 الكمال / إذا كان ل(س) = ٢قَ(س) - ٤كَ(س) ، قَ(٢) = ٣ ، كَ(٢) = -٤ ما قيمة لَ(٢)

أ/ ٢٠- ب/ -١٠ جـ/ ٧ د/ ٢٢

الحل/ ل(س) = ٢قَ(س) - ٤كَ(س) ⇐ لَ(س) = ٢قَ(س) - ٤كَ(س) "نفوض س = ٢"

⇐ لَ(٢) = ٢قَ(٢) - ٤كَ(٢) = ٢ × ٣ - ٤ × -٤ = ٦ + ١٦ = ٢٢

• 2013 كمال/ إذا كان الاقتران $ص = س^{-1} + 6س$ فإن $\frac{ص}{س}$ تساوي :

ب/ $-س^{-2}$ ، ج/ -1 ، د/ 1

الحل/ $ص = س^{-1} \Leftarrow \frac{ص}{س} = -1 \times س^{-2} = -س^{-2}$

أ.مي حوّاري

• 2016/ اذا كان الاقتران $ص = (3س - 1)^3$ فما قيمة $\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=-2}$:

ب/ -42 ، ج/ -30 ، د/ 3

الحل/ طريقة (1) : $ص = (3س - 1)^3$

$\Leftarrow ص = (3س - 1)(2س - 1)$ (الأول: $3س-1$، الثاني: $2س-1$)

$\frac{ص}{س} = (\text{الأول})(\text{مشتقة الثاني}) + (\text{الثاني})(\text{مشتقة الأول})$

$\frac{ص}{س} = (3س - 1) \times 3 + (3س - 1) \times 3$

$\frac{ص}{س} = 6(3س - 1)$

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=-2} = 6(3 \times -2 - 1) = 6(-6 - 1)$

$= 6 \times -7 = -42$

طريقة (2) : نعلم أن

$(س - ص)^2 = (س)^2 - 2(س)(ص) + (ص)^2$

$\Leftarrow (3س - 1)^2 = (3س)^2 - 2(3س)(1) + (1)^2$

$= 9س^2 - 6س + 1$

$\Leftarrow ص = 9س^2 - 6س + 1$

$\frac{ص}{س} = 9 \times 2س - 6$

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=-2} = 18 \times -2 - 6 = -36 - 6 = -42$

• 2018/ إذا كان الاقتران $ق(س) = 2\sqrt{س}$ فإن $ق'(4)$ تساوي :

ب/ $\frac{1}{2}$ ، ج/ 1 ، د/ 2

$\frac{1}{4}$ /P

الحل/ $ق(س) = 2\sqrt{س} = 2س^{\frac{1}{2}}$

$ق'(س) = 2 \times \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}} = س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{س^{\frac{1}{2}}}$

$\Leftarrow ق'(س) = \frac{1}{\sqrt{س}}$

$ق'(4) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

ملاحظة: $\sqrt[ن]{س^م} = س^{\frac{م}{ن}}$

$\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{س^2} = س^{-2}$

• 2019 دور أول/ إذا كان الاقتران $ق(س) = 2س^3$ وكان $ق'(2) = 60$ فما قيمة الثابت $أ$

ب/ -5 ، ج/ 10 ، د/ -10

O/P

الحل/ $ق(س) = أس^3 \Leftarrow ق'(س) = 3 \times أ \times س^{3-1} = 3أس^2 \Leftarrow ق'(2) = 3أ(2)^2$

$\Leftarrow 60 = 12أ \Leftarrow أ = \frac{60}{12} = 5$

• 2019 دور ثاني/ إذا كان الاقتران $ق(س) = س^2 + 8$ و $هـ(س) = 2 - 3س$ فما قيمة $\frac{ق'(3)}{هـ'(3)}$

ب/ -6 ، ج/ $\frac{5}{8}$ ، د/ $-\frac{17}{4}$

P/-2

الحل/ $ق(س) = س^2 + 8 \Leftarrow ق'(س) = 2س \Leftarrow ق'(3) = 2 \times 3 = 6$

$هـ(س) = 2 - 3س \Leftarrow هـ'(س) = 0 - 3 \Leftarrow هـ'(3) = -3$

$\frac{ق'(3)}{هـ'(3)} = \frac{6}{-3} = -2$

• 2019 دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = س^4 \cdot ل(س)$ وكان $ل'(3) = 2$ و $ل(3) = -\frac{1}{6}$ فما قيمة $ق'(3)$

ب/ 12 ، ج/ 19 ، د/ 17

P/-1

الحل/ $ق(س) = س^4 \cdot ل(س) \Leftarrow ق'(س) = (\text{الأول} \times \text{مشتقة الثاني}) + (\text{الثاني} \times \text{مشتقة الأول})$

(الأول: $س^4$، الثاني: $ل(س)$)

$\Leftarrow ق'(س) = س^4 \cdot ل'(س) + ل(س) \times 4س^3 \Leftarrow ق'(3) = (3)^4 ل'(3) + ل(3) \times 4(3)^3$

⇐ ق(٣) = (٩×٢) + (−١/٦ × ٦) = ١٨ − ١ = ١٧

• 2019 دور ثاني/ إذا كان الاقتران ص = ٥س^٤ ما قيمة دص/دس عندما س = −١

أ/ −٢٠ ب/ −٥ ج/ ٥ د/ ٢٠

الحل/ ص = ٥س^٤ ⇐ دص/دس = ٥×٤س^٣ = ٢٠س^٣ ⇐ دص/دس |س=−١ = ٢٠(−١)^٣ = ٢٠×−١ = −٢٠

• 2020 دور أول/ إذا كان هـ(س) = ٣ق(س) وكان هـَ(٢) = ٦ ، فما قيمة قَ(٢)

أ/ ١٨ ب/ ٢ ج/ −٢ د/ ١٢

الحل/ هـ(س) = ٣ق(س) ⇐ هـَ(س) = ٣قَ(س) (نعوض س = ٢)

⇐ هـَ(٢) = ٣قَ(٢) ⇐ ٦/٣ = ٣قَ(٢)/٣ ⇐ ٢ = قَ(٢)

• 2020 دور أول/ اذا كان الاقتران ق(س) = ∛س ، فما قيمة قَ(−١)

أ/ −١/٣ ب/ ١/٣ ج/ ١ د/ −١

الحل/ ق(س) = ∛س = س^(١/٣) ⇐ قَ(س) = ١/٣ س^(١/٣ − ١)

⇐ قَ(س) = ١/٣ س^(−٢/٣) = ١/٣ × ١/س^(٢/٣) = ١/٣ × ١/∛س^٢

⇐ قَ(س) = ١/(٣∛س^٢) ⇐ قَ(−١) = ١/(٣∛(−١)^٢)

⇐ قَ(−١) = ١/(٣∛١) = ١/٣

• ملاحظة:
• ١/٣ − ١ = ١/٣ − ٣/٣ = −٢/٣
• س^(−٢/٣) = ١/س^(٢/٣)

أ.ميّ حوّاري

• 2020 دور أول/ اذا كان الاقتران ق(س) = (٣س+١)(س−٢) ، ما قيمة قَ(١)

أ/ −٤ ب/ ٧ ج/ ٣ د/ ١

الحل/ ق(س) = (٣س+١)(س−٢) (الأول، الثاني) ⇐ قَ(س) = الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

⇐ قَ(س) = (٣س+١)(١) + (س−٢)(٣)

⇐ قَ(١) = (٣+١)(١) + (١−٢)(٣) = ٤ + (−١)(٣) = ٤ − ٣ = ١

• 2020 دور أول/ اذا كان الاقتران ق(س) = (س^٣+٢)/هـ(س) ، هـ(س) ≠ ٠ ، هـ(١) = ٦ ، هـَ(١) = ٣ ما قيمة قَ(١)

أ/ ٣/٤ ب/ ١/٤ ج/ ١/١٢ د/ صفر

الحل/ ق(س) = (س^٣+٢)/هـ(س) ⇐ قَ(س) = (المقام × مشتقة البسط − البسط × مشتقة المقام)/(المقام)^٢

⇐ قَ(س) = (هـ(س)(٣س^٢) − (س^٣+٢)هـَ(س))/(هـ(س))^٢ ⇐ قَ(١) = (هـ(١)(٣) − (١+٢)هـَ(١))/هـ^٢(١)

⇐ قَ(١) = ((٦×٣) − (٣×٣))/(٦)^٢ = (١٨ − ٩)/٣٦ = ٩/٣٦ = ١/٤

• 2020 دور ثاني/ إذا كان (ق×هـ)'(٤) = ١٢ وكان قَ(٤) = ٦ ، ق(٤) = ٣ ، هـ(٤) = ٣ ما قيمة هـَ(٤)

أ/ −١٠ ب/ ١٠ ج/ ٢ د/ −٢

الحل/ $(ق \times هـ)'(٤) = ق(٤)هـ'(٤) + هـ(٤)ق'(٤)$

$\Leftarrow ١٢ = ٣هـ'(٤) + (٣)(٦) \Leftarrow ١٢ = ٣هـ'(٤) + ١٨ \Leftarrow ١٢ - ١٨ = ٣هـ'(٤)$

$\Leftarrow -٦ = ٣هـ'(٤) \Leftarrow -٢ = هـ'(٤)$

• 2020 دور ثاني/ اذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{٨}{س^٢}$ ما قيمة $ق'(-٢)$

أ/ صفر ب/ -٢ ج/ ٢ د/ ٤

الحل/ $ق(س) = \frac{٨}{س^٢} = ٨س^{-٢} \Leftarrow ق'(س) = ٨ \times -٢س^{-٢-١} \Leftarrow ق'(س) = -١٦س^{-٣} = \frac{-١٦}{س^٣}$

$ق'(-٢) = \frac{-١٦}{(-٢)^٣} = \frac{-١٦}{-٨} = ٢$

• 2020 دور ثاني/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{س+١}{٣س-٧}$ ، $س \neq \frac{٧}{٣}$ ما قيمة $ق'(١) =$

أ/ $\frac{-٥}{٨}$ ب/ $\frac{-١}{٤}$ ج/ $\frac{١}{٣}$ د/ $\frac{-١}{٢}$

الحل/

$ق(س) = \frac{س+١}{٣س-٧}$ (بسط، مقام) $\Leftarrow ق'(س) = \frac{(\text{المقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{البسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^٢}$

$\Leftarrow ق'(س) = \frac{(٣س-٧)(١) - (س+١)(٣)}{(٣س-٧)^٢} \Leftarrow ق'(١) = \frac{(٣-٧) - (١+١)(٣)}{(٣-٧)^٢} = \frac{-٤-٦}{(-٤)^٢} = \frac{-١٠}{١٦} = \frac{-٥}{٨}$

• 2020 دور ثاني/ إذا كان $هـ(س) = ٣س^٢ - أس^٣$ وكانت $هـ'(-١) = ٦$ ، ما قيمة الثابت أ

أ/ صفر ب/ -٢ ج/ -٤ د/ ٤

الحل/ $هـ(س) = ٣س^٢ - أس^٣ \Leftarrow هـ'(س) = ٣ \times ٢س - أ \times ٣س^٢ \Leftarrow هـ'(س) = ٦س - ٣أس^٢$

$\Leftarrow هـ'(-١) = ٦(-١) - ٣أ(-١)^٢ \Leftarrow ٦ = -٦ - ٣أ \Leftarrow ٦ + ٦ = -٣أ \Leftarrow \frac{١٢}{-٣} = \frac{-٣أ}{-٣} \Leftarrow -٤ = أ$

• 2020 دور ثالث/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{س}{س+١}$ ، $س \neq -١$ ما قيمة $ق'(\text{صفر})$

أ/ -١ ب/ ١ ج/ صفر د/ -٢

الحل/ $ق(س) = \frac{س}{س+١}$ (بسط، مقام) $\Leftarrow ق'(س) = \frac{(س+١)(١) - (س)(١)}{(س+١)^٢} = \frac{س+١-س}{(س+١)^٢} = \frac{١}{(س+١)^٢}$

$\Leftarrow ق'(٠) = \frac{١}{(٠+١)^٢} = \frac{١}{١} = ١$

أ.ميّ حوّاري

• 2020 دور ثالث/ إذا كان $ق(١) = ٤$ ، $ق'(١) = ٢$ ، $هـ(١) = ٠$ ، $هـ'(١) = ٥$ ما قيمة $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(١)$

أ/ $\frac{٤}{٥}$ ب/ $\frac{٥}{٤}$ ج/ ٢٠ د/ غير موجودة

الحل/ $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(١) = \frac{ق(١)هـ'(١) - هـ(١)ق'(١)}{ق^٢(١)} = \frac{(٤)(٥) - (٠)(٢)}{(٤)^٢} = \frac{٥ \times ٤}{٤ \times ٤} = \frac{٥}{٤}$

• 2021 دور أول/ اذا كان الاقتران $ق(س) = ل(س) - ٢هـ(س)$ وكان $ل'(١) = ٣$ ، $هـ'(١) = ٢$ ، ما قيمة $ق'(١)$

أ/ -٧ ب/ -١ ج/ ١ د/ ٣

الحل/ $ق(س) = ل(س) - ٢هـ(س) \Leftarrow ق'(س) = ل'(س) - ٢هـ'(س)$ « نعوض س = ١ »

$\Leftarrow ق'(١) = ل'(١) - ٢هـ'(١) = ٣ - ٢ \times ٢ = ٣ - ٤ = -١$

• 2022 دور أول/ اذا كان هـ(س) = ٢ق(س) + أ س^٣ وكان ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق حيث هـَ(١) = ٣ ، قَ(١) = ٦ ما قيمة الثابت أ

أ/ -٥ ب/ -٣ جـ/ ٣ د/ ٥

الحل/ هـ(س) = ٢ق(س) + أ س^٣ ⇐ هـَ(س) = ٢قَ(س) + أ × ٣س^٢ ⇐ هـَ(س) = ٢قَ(س) + ٣أ س^٢

هـَ(١) = ٢قَ(١) + ٣أ(١)^٢ ⇐ ٣ = ٢ × ٦ + ٣أ ⇐ ٣ = ١٢ + ٣أ ⇐ ٣ - ١٢ = ٣أ ⇐ $\frac{-٩}{٣} = \frac{٣أ}{٣}$

⇐ أ = -٣

• إذا كان ق(س) = أ - ٤س ، هـ(س) = ب س - ٦ وكان $\frac{ق(س)}{هـَ(س)}$ = -٢ ما قيمة الثابت ب :

أ/ -٨ ب/ -٢ جـ/ ٢ د/ ٨

الحل/ ق(س) = أ - ٤س ⇐ قَ(س) = ن - ٤ = -٤

هـ(س) = ب س - ٦ ⇐ هـَ(س) = ب

$\frac{قَ(س)}{هـَ(س)}$ = -٢ ⇐ $\frac{-٤}{ب}$ = -٢ ضرب تبادلي

⇐ $\frac{-٢ب}{-٢} = \frac{-٤}{-٢}$ ⇐ ب = ٢

2021 دور ثالث

• 2023 دور أول/ اذا كان الاقتران ق(س) = (٦ + أ)س وكان قَ(٢) = ٥ ما قيمة الثابت أ

أ/ -٥ ب/ -١ جـ/ ١ د/ ٢

الحل/ ق(س) = (٦ + أ)س ⇐ قَ(س) = (٦ + أ)(١) ⇐ قَ(٢) = ٦ + أ ⇐ ٥ = ٦ + أ

⇐ ٥ - ٦ = أ ⇐ -١ = أ

• 2023 دور أول/ إذا كان ق(٢) = -٥ ، هـ(٢) = ٢ ، قَ(٢) = ٣ ، هـَ(٢) = -١ ما قيمة (٢ق + ٣هـ)َ(٢) :

أ/ ٢ ب/ ٣ جـ/ -٣ د/ ٩

الحل/ (٢ق + ٣هـ)َ(٢) = ٢قَ(٢) + ٣هـَ(٢) = ٢(٣) + ٣(-١) = ٦ - ٣ = ٣

• 2023 دور ثاني/ إذا كان الاقتران هـ(س) = ٢ق(س) وكان قَ(٣) = -١ ما قيمة هـَ(٣)

أ/ -١ ب/ -٢ جـ/ -٣ د/ ٢

الحل/ هـ(س) = ٢ق(س) ⇐ هـَ(س) = ٢قَ(س) نعوض س = ٣

⇐ هـَ(٣) = ٢قَ(٣) ⇐ هـَ(٣) = ٢ × -١ = -٢

• 2023 دور ثالث/ إذا كان ق(س) = أ س^٢ + ٦س - ٥ وكان قَ(٣) = صفر ما قيمة الثابت أ

أ/ -١ ب/ ١ جـ/ -٥ د/ $-\frac{١٣}{٩}$

الحل/ ق(س) = أ س^٢ + ٦س - ٥ ⇐ قَ(س) = أ × ٢س + ٦ ⇐ قَ(٣) = ٢أ × ٣ + ٦

⇐ قَ(٣) = ٦أ + ٦ ⇐ ن = ٦أ + ٦ ⇐ $\frac{-٦}{٦} = \frac{٦أ}{٦}$ ⇐ أ = -١

• 2023 دور ثالث / إذا كان ص − ٣س = ٠ ، ما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عندما س = ١

أ/ ٣ ب/ −٣ ج/ ٢ د/ ١

الحل/ ص − ٣س = ٠ ⇐ ص = ٣س ⇐ $\frac{دص}{دس}$ = ٣ ⇐ $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١}$ = ٣

• 2024 دور أول / إذا كان ق(س) = س ، هـ(س) = $\sqrt{س}$ ما قيمة قَ(٤) × هـ(٤)

أ/ ١ ب/ ٢ ج/ ٤ د/ ٨

الحل/ ق(س) = س ⇐ قَ(س) = ١ ⇐ قَ(٤) = ١

هـ(س) = $\sqrt{س}$ ⇐ هـ(٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢

قَ(٤) × هـ(٤) = ١ × ٢ = ٢

أ.ميّ حوّاري

• 2024 دور ثاني / إذا كان الاقتران ق(س) = $\frac{٦٤}{٥}$ س$^{-٥}$ فإن قَ(س) هو:

أ/ −٦٤ س$^{-٦}$ ب/ ٦٤ س$^{-٦}$ ج/ $-\frac{٦٤}{٥}$ س$^{-٦}$ د/ $\frac{٦٤}{٥}$ س$^{-٦}$

الحل/ ق(س) = $\frac{٦٤}{٥}$ س$^{-٥}$ ⇐ قَ(س) = $\frac{٦٤}{\cancel{٥}}$ × −$\cancel{٥}$ س$^{-٥-١}$ ⇐ قَ(س) = −٦٤ س$^{-٦}$

• 2024 دور ثالث (ضفة) / اذا كان الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٦ ما قيمة قَ(٣) :

أ/ ٣ ب/ −٦ ج/ صفر د/ ٦

الحل/ ق(س) = س^{٢} − ٦ ⇐ قَ(س) = ٢س ⇐ قَ(٣) = ٢ × ٣ = ٦

• 2024 دور ثالث (مصر) / إذا كان الاقتران ق(س) = س^{٢} − جـس وكان قَ(٣) = صفر ، ما قيمة الثابت جـ :

أ/ ٦ ب/ −٦ ج/ صفر د/ ١

الحل/ ق(س) = س^{٢} − جـس ⇐ قَ(س) = ٢س − جـ ⇐ قَ(٣) = ٢ × ٣ − جـ ⇐ صفر = ٦ − جـ

جـ = ٦

• 2025 دور أول / إذا كان ق(س) + ل(س) = ب س^{٢} + ٥ وكان قَ(−١) = ١٦ ، لَ(−١) = −٨ ما قيمة الثابت ب

أ/ ٢ ب/ ٤ ج/ −٤ د/ ٨

الحل/ ق(س) + ل(س) = ب س^{٢} + ٥ ⇐ قَ(س) + لَ(س) = ب × ٢س نعوض (س = −١)

⇐ قَ(−١) + لَ(−١) = ب × ٢ × −١ ⇐ ١٦ + −٨ = −٢ب ⇐ ٨ = −٢ب ⇐ −٤ = ب

• 2025 دور أول / إذا كان الاقتران ق(س) = ٣ − $\frac{١}{٢}$ س^{٢} ، ما قيمة قَ(٢)

أ/ ٢ ب/ ١ ج/ −٢ د/ −١

الحل/ ق(س) = ٣ − $\frac{١}{٢}$ س^{٢} ⇐ قَ(س) = صفر − $\frac{١}{\cancel{٢}}$ × $\cancel{٢}$س = −س ⇐ قَ(٢) = −٢

• 2025 دور ثاني / إذا كان الاقتران ق(س) = −٣$\sqrt{٣}$ ما قيمة قَ(٣)

أ/ صفر ب/ −٣ ج/ −٩ د/ −٩$\sqrt{٣}$

الحل/ ق(س) = −٣$\sqrt{٣}$ "ثابت" ⇐ قَ(س) = صفر ⇐ قَ(٣) = صفر "مشتقة الثابت صفر"

• 2025 دور ثاني / اذا كان الاقتران $ص = \frac{٢}{س}$ ، $س \neq$ صفر ، ما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = ٢$

أ/ ١ ب/ -١ ج/ $-\frac{١}{٢}$ د/ $\frac{١}{٢}$

الحل/ $ص = \frac{٢}{س} \Leftarrow ص = ٢س^{-١} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = ٢ \times -١ \times س^{-١-١} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = -٢س^{-٢}$

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{-٢}{س^{٢}} \Leftarrow \left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٢} = \frac{-٢}{(٢)^{٢}} = \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$

• 2025 دور ثاني / إذا كان الاقتران $ق(س) = أ^{٢}س$ ، $ق'(٢) = ٤$ ما قيمة / قيم الثابت أ

أ/ ٢ ب/ -٢ ج/ ± ٢ د/ ٤

الحل/ $ق(س) = أ^{٢}س \Leftarrow ق'(س) = أ^{٢} \Leftarrow ق'(٢) = أ^{٢} \Leftarrow ٤ = أ^{٢}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\pm\sqrt{٤} = أ \Leftarrow \pm ٢ = أ$

• تجريبي بيت لحم 2020 / اذا كان $س ق(س) = س^{٢} + ١٢$ ، $س \neq ٠$ وكان $ق(٢) = ٨$ ما قيمة $ق'(٢)$

أ/ ٤ ب/ -٢ ج/ -٤ د/ ٢

الحل/ طريقة (١) /

$\underbrace{س}_{\text{الأول}}\ \underbrace{ق(س)}_{\text{الثاني}} = س^{٢} + ١٢$ "نشتق"

$س ق'(س) + ق(س) \times ١ = ٢س$ نعوض $س = ٢$

$٢ق'(٢) + ق(٢) = ٢ \times ٢$

$\Leftarrow ٢ق'(٢) + ٨ = ٤$

$\Leftarrow ٢ق'(٢) = ٤ - ٨ \Leftarrow \frac{٢}{٢}ق'(٢) = \frac{-٤}{٢}$

$\Leftarrow ق'(٢) = -٢$

أ.ميّ حوّاري

طريقة (٢) / $س ق(س) = س^{٢} + ١٢$

بالقسمة على س

$\Leftarrow \frac{\cancel{س} ق(س)}{\cancel{س}} = \frac{س^{٢} + ١٢}{س}$

$\Leftarrow ق(س) = \frac{س^{٢} + ١٢}{س} = \frac{س^{٢}}{س} + \frac{١٢}{س}$

$\Leftarrow ق(س) = س + ١٢س^{-١} \Leftarrow ق'(س) = ١ - ١٢س^{-٢}$

$ق'(س) = ١ - \frac{١٢}{س^{٢}} \Leftarrow ق'(٢) = ١ - \frac{١٢}{٢^{٢}}$

$\Leftarrow ق'(٢) = ١ - \frac{١٢}{٤} = ١ - ٣ = -٢$

• تجريبي جنوب الخليل 2023 / إذا كان $ق(-١) = ٣$ ، $ق'(-١) = ٥$ ما قيمة $(٣س^{٢} \times ق(س))'(-١)$

أ/ ٣ ب/ -٣ ج/ ١٥ د/ ٣٣

الحل/ $[\underbrace{٣س^{٢}}_{\text{الأول}} \times \underbrace{ق(س)}_{\text{الثاني}}]' = ٣س^{٢} \times ق'(س) + ق(س) \times ٣ \times ٢س$ نعوض $س = -١$

$= ٣(-١)^{٢}ق'(-١) + ق(-١) \times ٦ \times -١$

$= (٣ \times ١ \times ٥) + (٣ \times -٦) = ١٥ - ١٨ = -٣$

• تجريبي قباطية 2024 / اذا كان الاقتران $ق(س) = -٦\sqrt[٣]{س} + ١$ وكان $ق'(ب) = -٢$ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ/ ٢ ب/ ± ١ ج/ -١ د/ ١

الحل/ $ق(س) = -٦\sqrt[٣]{س} + ١ \Leftarrow ق(س) = -٦س^{\frac{١}{٣}} + ١ \Leftarrow ق'(س) = -٦ \times \frac{١}{٣}س^{\frac{١}{٣}-١} + \text{صفر}$

$\Leftarrow ق'(س) = -٢س^{-\frac{٢}{٣}} \Leftarrow ق'(س) = \frac{-٢}{س^{\frac{٢}{٣}}} = \frac{-٢}{\sqrt[٣]{س^{٢}}} \Leftarrow ق'(ب) = \frac{-٢}{\sqrt[٣]{ب^{٢}}} = -٢$ بالضرب التبادلي

$\Leftarrow \frac{-٢}{-٢}\sqrt[٣]{ب^{٢}} = \frac{-٢}{-٢} \Leftarrow (\sqrt[٣]{ب^{٢}} = ١)^{٣} \Leftarrow ب^{٢} = ١ \Leftarrow ب = \pm\sqrt{١} \Leftarrow ب = \pm ١$

• تجريبي الحليل 2024/ إذا كان الاشتراك $ه(س) = أ س^3 + س^2$ ب وكان $ه'(3) = 12$ ، ما قيمة الثابت أ

د/ ٩ ، ب/ -٣ ، ج/ ٣ ، د/ ٤

الحل/ $ه(س) = (أ)س^3 + س^2 \Leftarrow ه'(س) = أ س^2 + 2س \Leftarrow ه'(3) = أ \times 3^2 + 2 \times 3$

$\Leftarrow 12 = 9أ + 6 \Leftarrow 9أ = 12 - 6 \Leftarrow 9أ = 6 \Leftarrow أ = \frac{6}{9}$ "للتخلص من الجذر نربع الطرفين"

$\Leftarrow (أ)^2 = (\frac{6}{9})^2 \Leftarrow أ = \frac{36}{81} \Leftarrow أ = \frac{4}{9}$

• خارجي/ إذا كان $ه(س) = س^3 + أ س$ ، $ق(س) = س^3 - س - أ$ وكان $\frac{ه'(2)}{ق'(2)} = 3$ ما قيمة الثابت أ

د/ صفر ، ب/ ٣ ، ج/ ٥ ، د/ -٣

الحل/ $ه(س) = س^3 + أ س \Leftarrow ه'(س) = 3س^2 + أ \Leftarrow ه'(2) = 3 \times 4 + أ = 12 + أ$

$ق(س) = س^3 - س - أ \Leftarrow ق'(س) = 3س^2 - 1 \Leftarrow ق'(2) = 3 \times 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

$\frac{ه'(2)}{ق'(2)} = 3 \Leftarrow \frac{12 + أ}{11} = 3$ ضرب تبادلي

$\Leftarrow 12 + أ = 33 \Leftarrow أ = 33 - 12 = 21$

• خارجي تفوق/ إذا كان الاقتران $ه(س) = س \times ق(س)$ ما قيمة $ق'(3)$ علماً بأن $ه'(3) = 34$ ، $ق(3) = 12$

د/ ٢٦ ، ب/ ٤٣ ، ج/ ٦ ، د/ ٨

الحل/ $ه(س) = \underset{\text{أول}}{س} \times \underset{\text{ثاني}}{ق(س)}$

$ق'(س) = س \times ق'(س) + ق(س) \times 1$

$ق'(3) = 3 \times ق'(3) + ق(3)$

$\Leftarrow ق'(3) = 3 \times 6 + 8$

$= 18 + 8 = 26$

• $\frac{ق(3)}{2} = ق(3) \Leftarrow \frac{12}{2} = ق(3) = 6$

• $ه(س) = س \times ق(س)$

$\Leftarrow ه'(3) = 3 ق'(3)$

$\frac{34}{3} = \frac{3 ق'(3)}{3} \Leftarrow ق'(3) = 8$

أ.مي حوّاري

• خارجي تفوق/ إذا كان $ه(س) = أ ب^س - \frac{ب^س}{س + 1}$ وكان $\frac{ه'(3)}{2} = 6$ ما قيمة الثابت ب

د/ ٨± ، ب/ -٨ ، ج/ ٦٤ ، د/ ٨

الحل/ $ه(س) = أ ب^س - \underset{\text{مقام} \leftarrow}{\frac{ب^{2س}}{س + 1}} \leftarrow \text{سبط}$

$ق'(س) = صفر - \left(\frac{(س+1)(أ)(ب^{2س}) - ب^{2س}(1)}{(س+1)^2}\right)$

$ق'(3) = \frac{ب^6}{16} \Leftarrow \frac{ب^6}{4^2} = 4$ ، بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\Leftarrow 4 \times 16 = ب^6 \Leftarrow ب^6 = 64 \Leftarrow ب = \pm 8 \Leftarrow ب = 8$

• $\frac{ق'(3)}{2} = 2 \Leftarrow ق'(3) = 4$

• لاحظ أن:
$أ ب^س$ ثوابت
ولكنه بما أنه ب تحت الجذر التربيعي
$\Leftarrow ب > 0$

• خارجي تفوقه/ اذا كان $\overline{ق}(س) = \overline{ل}^{٣} + \frac{\overline{ر}}{(س+٤)}$ $\overline{ر}$ وكان $س \neq -٤$ $ق(٢) = -١$
فما قيمة الثابت $ر$

$\overline{ر}$/ ٦ ب/ -٦ ج/ ٣٦ د/ $\pm$٦

الحل/ $\overline{ق}(س) = \overline{ل}^{٣} + \frac{\overline{ر}}{س+٤}$

$ق'(س) = \frac{(١)^{ج}ر - (\div)(س+٤)}{(س+٤)^{٢}}$ ← صفر

$ق'(٢) = \frac{-ج_{ر}}{٦ج} = -١$ ← $\frac{-ج_{ر}}{٦(٤+٢)}$ ← ضرب تبادلي

← $\frac{-ج_{ر}}{-١} = -١ \times ٣٦$ ← $ج_{ر} = ٣٦$ نأخذ الجذر للطرفين

← $ر = ٦ - ٦$ ← مرفوض لأنه $ر$ تحت الجذر ← $ر > ٠$

$\pm\sqrt{٣٦} = ر$ ←

أ.ميّ حوّاري

• خارجي تفوقه/ إذا كان الاقتران $ق(س) = ٢س^{٣} - ٤ر$ والاقتران $ه(س) = \overline{ل}^{٢ر}س + (٢ر)س$
وكان $ه'(٣) - ر^{٢} = \frac{٨}{ق(٢)} + لو_{٢}١$ ما قيمة الثابت $ر$

$ر$/ ٢ ب/ $\pm$١ ج/ -١ د/ ١

الحل/ $لو_{ر}١$ = صفر لأنه $لو_{ر}١$ = صفر دائماً.

$ق(س) = ٢س^{٣} - ٤ر$ ← $ق'(س) = ٢ \times ٣س^{٢}$ ← $ق'(٢) = ٣ \times ٤ = ١٢$

$ه(س) = \overline{ل}^{ر}س + (٢ر)س$ ← $ه'(س) = صفر + ٢ر^{ج}$ ← $ه'(٣) = ٢ر^{٢}$

$ه'(٣) - ر^{ج} = \frac{٨}{ق(٢)} + لو_{٢}١$ ← $ه'(٣) - ر^{ج} = \frac{٨}{٨} + ن$ ← $٢ر^{ج} - ر^{ج} = ١$

← $ر^{ج} = ١$ نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

← $ر = \pm\sqrt{١}$ ← $ر = ١ \times -١$ ← مرفوض لأنه $ر > ٠$ حسب "تحت الجذر التربيعي".

يا فتى ... في الهجرة ؛ اهجُر ذاتاً قديمة ، وابدأ بإعداد قلبٍ سليمٍ يُحبّه الله!

• القسم الثاني : أجب عن الأسئلة الآتية :

• 2007 دراسات / إذا كان $ق(س) = س^3 \times هـ(س)$ أوجد $ق'(1)$ علمًا بأن $هـ(1) = 3$ ، $هـ'(1) = -2$

الحل / $ق(س) = \underset{\text{الأول}}{س^3} \times \underset{\text{الثاني}}{هـ(س)}$

$\Leftarrow ق'(س) = (\text{الأول})(\text{مشتقة الثاني}) + (\text{الثاني})(\text{مشتقة الأول})$

$\Leftarrow ق'(س) = س^3 \times هـ'(س) + هـ(س) \times 3س^2 \Leftarrow ق'(1) = 1^3 هـ'(1) + 3 هـ(1)$

$\Leftarrow ق'(1) = -2 + 3 \times 3 = -2 + 6 = 4$

• 2007 الكمال / إذا كان $ق(2) = 3$ ، $ق'(2) = 4$ ، $هـ(س) = س^3 + 2$ أوجد $(ق \times هـ)'(2)$

الحل / $هـ(س) = س^3 + 2 \Leftarrow هـ(2) = 2^3 + 2 = 4 + 2 = 6$

$هـ'(س) = 3س^2 \Leftarrow هـ'(2) = 3 \times 2^2 = 4$

$(ق \times هـ)'(2) = ق(2) هـ'(2) + هـ(2) ق'(2)$

$= (3)(4) + (6)(4) = 12 + 24 = 36$

أ.ميّ حوّاري

• 2008/ إذا كان $ق(س) = 2\sqrt{س} - س^3 \times هـ(س)$ أوجد $ق'(1)$ علمًا بأن $هـ(1) = 2$ ، $هـ'(1) = -3$

الحل / $ق(س) = 2س^{\frac{1}{2}} - س^3 هـ(س) \Leftarrow ق'(س) = 2 \times \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}} - (\underset{\text{أول}}{س^3} \times \underset{\text{ثاني}}{هـ'(س)} + هـ(س) \times 3س^2)$

$\Leftarrow ق'(س) = س^{-\frac{1}{2}} - (س^3 هـ'(س) + هـ(س) \times 3س^2)$

$ق'(1) = 1^{-\frac{1}{2}} - (هـ'(1) + هـ(1) \times 3) = \frac{1}{1^{\frac{1}{2}}} - (-3 + 2 \times 3) = 1 - (-3 + 6)$

$\Leftarrow ق'(1) = 1 - 1 = صفر$

• $\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{-1}{2}$

• 2008 الكمال / إذا كان $ق(س) = \frac{هـ(س)}{س+1}$ ، $س \neq -1$ أوجد $ق'(1)$ علمًا بأن $هـ(1) = 2$ ، $هـ'(1) = 3$

الحل / $ق(س) = \frac{هـ(س)}{س+1} \Leftarrow ق'(س) = \frac{(س+1)(هـ'(س)) - هـ(س)(1)}{(س+1)^2}$

$\Leftarrow ق'(1) = \frac{(1+1)هـ'(1) - هـ(1)}{(1+1)^2} = \frac{2(3) - 2}{2^2} = \frac{6-2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

• 2008 الكمال / إذا كانت $ص = (س+2)(2س-3)$ ، جد $\frac{دص}{دس}$

الحل / $ص = \underset{\text{أول}}{(س+2)}\underset{\text{ثاني}}{(2س^2 - 3)}$

$\frac{دص}{دس} = (س+2)(2) + (2س-3)(1) \Leftarrow \frac{دص}{دس} = 2س + 4 + 2س - 3$

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = (2س+2س) + (4-3) \Leftarrow \frac{دص}{دس} = 4س + 1$

• 2009/ إذا كان $ق(س) = هـ(س) \times (س^4 + 1)$ أوجد $ق'(2)$ علمًا بأن $هـ(2) = 1$ ، $هـ'(2) = 3$

الحل / $ق(س) = \underset{\text{أول}}{هـ(س)} \times \underset{\text{ثاني}}{(س^4+1)} \Leftarrow ق'(س) = هـ(س)(3س^2) + (س^4+1) \times هـ'(س)$

$\Leftarrow ق'(2) = هـ(2)(12) + (17) \times هـ'(2) \Leftarrow ق'(2) = (1 \times 4) + (1 \times 3)$

$= 4 + 15 = 19$

• 2009 إكمال / جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) = (س+١)(س+٢) عندما س = ١

الحل/ ق(س) = (س+١) × (س+٢) مشتقة ضرب

ق'(س) = (س+١)(١) + (س+٢)(١) ⇐ ق'(١) = (١+١) + (١+٢) = ٢+٣ = ٥

• 2010 / ما المشتقة الأولى للاقتران ق(س) = $\frac{٢س - ١}{س^٢ + ٤}$ عندما س = صفر

الحل/ ق(س) = $\frac{٢س - ١}{س^٢ + ٤}$ ← بسط ، ← مقام

" مشتقة قسمة "

⇐ ق'(س) = $\frac{(س^٢+٤)(٢) - (٢س-١)(٢س)}{(س^٢+٤)^٢}$ ⇐ ق'(ن) = $\frac{(ن+٤)(٢) - (٢×ن-١)(٢×ن)}{(ن+٤)^٢}$

⇐ ق'(ن) = $\frac{(٤×٢)}{٤^٢}$ = $\frac{٨}{١٦}$ = $\frac{١}{٢}$

• 2012/ إذا كان ق(س) = ٦س + $\frac{س^٢}{هـ(س)}$ أوجد ق'(١) علماً بأن هـ(١) = ٢ ، هـ'(١) = -١

الحل/ ق(س) = ٦س + $\left(\frac{س^٢}{هـ(س)}\right)$ ← مشتقة قسمة

⇐ ق'(س) = ٦ + $\left(\frac{هـ(س)(٢س) - س^٢ هـ'(س)}{هـ^٢(س)}\right)$ ⇐ ق'(١) = ٦ + $\left(\frac{هـ(١)(٢) - هـ'(١)}{هـ^٢(١)}\right)$

⇐ ق'(١) = ٦ + $\left(\frac{٢×٢ - -١}{٤}\right)$ = ٦ + $\frac{٥}{٤}$ = $\frac{٦×٤}{١×٤}$ + $\frac{٥}{٤}$ = $\frac{٢٤}{٤}$ + $\frac{٥}{٤}$ = $\frac{٢٩}{٤}$

• 2015/ اذا كان الاقتران ق(س) = أس^٣ + ٢س + ب ، ق'(١) = ٥ ويمر منحنى الاقتران ق(س) بالنقطة (٢ ، -٣) ما قيمة كل من الثابتين أ ، ب

الحل/ ق(س) = أس^٣ + ٢س + ب ⇐ ق'(س) = أ × ٣س^٢ + ٢ ⇐ ق'(١) = ٣أ + ٢

⇐ ٥ = ٣أ + ٢ ⇐ ٥ - ٢ = ٣أ ⇐ $\frac{٣}{٣}$ = $\frac{٣أ}{٣}$ ⇐ أ = ١

⇐ ق(س) = س^٣ + ٢س + ب ، ق(س) يمر بـ (٢ ، -٣) ⇐ ق(٢) = -٣

ق(٢) = (٢)^٣ + ٢(٢) + ب ⇐ -٣ = ٨ + ٤ + ب ⇐ -٣ = ١٢ + ب ⇐ -٣ - ١٢ = ب

⇐ -١٥ = ب

• 2015 إكمال/ إذا كان الاقتران ق(س) = $\frac{٣س + ٢}{٤س + ١}$ جد ق'(٢)

أ.ميّ حوّاري

الحل/ ق(س) = $\frac{٣س + ٢}{٤س + ١}$ ← بسط ، ← مقام

⇐ ق'(س) = $\frac{(٤س+١)(٣) - (٣س+٢)(٤)}{(٤س+١)^٢}$ ⇐ ق'(٢) = $\frac{(٤×٢+١)(٣) - (٣×٢+٢)(٤)}{(٤×٢+١)^٢}$

⇐ ق'(٢) = $\frac{(٨+١)(٣) - (٦+٢)(٤)}{(٨+١)^٢}$ = $\frac{٩×٣ - ٨×٤}{٢٩}$ = $\frac{٢٧ - ٣٢}{٨١}$ = $\frac{-٥}{٨١}$

• 2016/ إذا كان $هـ(س) = ٢س^٣ \times ه(س)$ أوجد $قـ'(٢)$ علماً بأن $ه(٢) = ٣$ ، $ه'(٢) = -١$

الحل/ $هـ(س) = \underset{\text{أول}}{٢س^٣} \times \underset{\text{ثاني}}{ه(س)}$ ،، مشتقة ضرب ،،

$قـ'(س) = ٢س^٣ \times ه'(س) + ه(س) \times ٣ \times ٢س^٢$

$قـ'(٢) = ٢(٢)^٣ ه'(٢) + ه(٢) \times ٣ \times ٢(٢)^٢ \Leftarrow قـ'(٢) = ١٦(-١) + ٤٨$

$\Leftarrow قـ'(٢) = -١٦ + ٤٨ = ٣٢$

• 2016 الكمال/ إذا كان $هـ(س) = س^٣ ل(س) + ه(س)$ أوجد $قـ'(٢)$ علماً بأن $ه'(٢) = ٧$ ، $ل(٢) = ٥$

$ل'(٢) = -٣$

الحل/ $هـ(س) = \underset{\text{أول}}{س^٣} \times \underset{\text{ثاني}}{ل(س)} + ه(س)$

$\Leftarrow قـ'(س) = س^٣ ل'(س) + ل(س) \times ٣س^٢ + ه'(س)$

$قـ'(٢) = (٢)^٣ ل'(٢) + ل(٢) \times ٣(٢)^٢ + ه'(٢)$

$قـ'(٢) = ٨(-٣) + (٥) \times ٣ \times ٤ + ٧ \Leftarrow قـ'(٢) = -٢٤ + ٦٠ + ٧ = ٤٣$

أ.ميّ حوّاري

• 2018 الكمال/ إذا كان $هـ(س) = (٢ + ٣س)^٢$ وكان $قـ(٢) = ه(١)$ ، ماقيمة/ قيم الثابت ٢ .

الحل/ تذكر/ $(س + ص)^٢ = س^٢ + ٢(س)(ص) + (ص)^٢$

$\Leftarrow ه(س) = (٢ + ٣س)^٢ = (٢)^٢ + ٢(٢)(٣س) + (٣س)^٢$

$\Leftarrow ه(س) = ٩س^٢ + ٣٦س + ٤ \Leftarrow ه(١) = ٩ + ٣٦ + ٤$

$قـ(س) = ٦س + ٣٦ \Leftarrow قـ(٢) = ١٢ + ٣٦ = ٤٨$

$\Leftarrow$ معطى أنّ: $قـ(٢) = ه(١) \Leftarrow ٤٨ = ٩ + ٣٦ + ٢ \Leftarrow ٣٦ = ٢ + ٣٤ \Leftarrow ٢ = ٣٤ - ٣٦ = ٢$

$\Leftarrow ٣ = ٢^٢$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\Leftarrow ٢ = \pm ٣$

• 2018/ إذا كان $هـ(س) \times ه(س) = س$ حيث $ه(س)$ ، $ه(س) \neq ٠$ أوجد $قـ'(٣)$ علماً بأن $ه(٣) = ٦$ ، $ه'(٣) = -٤$

الحل/ طريقة (١)/

$ه(س) \times ه(س) = س$ نعوض $س = ٣$

$ه(٣) \times ه(٣) = ٣ \Leftarrow ه(٣) \times ٦ = ٣$

$\Leftarrow ه'(٣) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$ه(س) \times ه(س) = س$ نشتق (الأول، الثاني)

$ه(س) \times ه'(س) + ه(س) \times ه'(س) = ١$

$ه(٣) ه'(٣) + ه(٣) قـ'(٣) = ١$

$\frac{١}{٢}(-٤) + (٦) قـ'(٣) = ١$

$-٢ + ٦ قـ'(٣) = ١ \Leftarrow ٦ قـ'(٣) = ١ + ٢$

$\Leftarrow \frac{٦}{٦} قـ'(٣) = \frac{٣}{٦} \Leftarrow قـ'(٣) = \frac{١}{٢}$

طريقة (٢)/

$ه(س) \times ه(س) = س$ نقسمة الطرفين على $ه(س)$

$\Leftarrow ه(س) = \frac{س}{ه(س)}$

$قـ'(س) = \frac{ه(س) \times ١ - س \times ه'(س)}{(ه(س))^٢}$

$قـ'(٣) = \frac{ه(٣) - ٣ ه'(٣)}{(ه(٣))^٢}$

$\Leftarrow قـ'(٣) = \frac{٦ - ٣(-٤)}{(٦)^٢} = \frac{٦ + ١٢}{٣٦} = \frac{١٨}{٣٦}$

$\Rightarrow قـ'(٣) = \frac{١}{٢}$

• 2020 دورتان/ إذا كان الاقتران ق(س) = س³ × هـ(س) حيث ق'(٢) علماً بأن ق(٢) = ٨ ، هـ(٢) = -١
الحل/ ق(س) = س³ × هـ(س) ⇐ ق(٢) = (٢)³ × هـ(٢) ⇐ ٨/٨ = ٨/٨ × هـ(٢) ⇐ هـ(٢) = ١

ق(س) = س³ × هـ(س)
أول × ثاني

⇐ ق'(س) = س³ × هـ'(س) + هـ(س)(٣س²)

ق'(٢) = (٢)³ هـ'(٢) + هـ(٢)(٣(٢)²) ⇐ ق'(٢) = (٨)(-١) + (١)(٣)(٤) = -٨+١٢

⇐ ق'(٢) = ٤

• 2021/ إذا كان هـ(س) = ٣س⁴ + ١ ، ل(س) = ١ - س ما قيمة (هـ/ل)'(٢)
الحل/ هـ(س) = ٣س⁴ + ١ ⇐ هـ(٢) = ٣(٢)⁴ + ١ = ١٢ + ١ = ١٣

ق'(س) = ٣ × ٤س³ ⇐ ق'(٢) = ٦ × ٢ = ١٢

ل(س) = ١ - س ⇐ ل(٢) = ١ - ٢ = -١

ل'(س) = -١ ⇐ ل'(٢) = -١

⇐ (هـ/ل)'(٢) = [ل(٢) ق'(٢) - هـ(٢) ل'(٢)] / ل²(٢) = [(-١)(١٢) - ١٣(-١)] / (-١)² = (-١٢+١٣)/١ = ١/١ = ١

• 2021 دورتان/ إذا كان هـ(س) = (س⁴ - ١) × ل(س) وكان ل(٣) = -٢ ، ل'(٣) = ٥ ما قيمة ق'(٣)
الحل/ هـ(س) = (س⁴ - ١) × ل(س) "مشتقة ضرب"

أ.مي حوّاري

هـ'(س) = (س⁴ - ١) ل'(س) + ل(س)(٤س³)

ق'(٣) = (٣⁴ - ١) ل'(٣) + ل(٣) × ٤ × ٣³

ق'(٣) = (٨١ - ١)(٥) + (-٢)(٤) = (٨٠)(٥) - ٨ = ٤٠ - ٨ = ٣٢

• 2021 دورتان/ إذا كان ق(س) = (٥س - ٩) / (٤ - ٣س) ، س ≠ ٤/٣ وكان ق'(١) = -١/٢ ما قيمة الثابت ط
الحل/ ق(س) = (٥س - ٩) / (٤ - ٣س) "مشتقة قسمة"

⇐ ق'(س) = [(٤ - ٣س)(٥) - (٥س - ٩)(-٣)] / (٤ - ٣س)² ⇐ ق'(١) = [(٤ - ٣)(٥) - (٥ - ٩)(-٣)] / (٤ - ٣)²

⇐ ق'(١) = (٥ط + ٣(٥ - ٩)) / ٣ = (٥ط + ١٥ - ٢٧) / ٣ ⇐ ق'(١) = (٥ط - ١٢) / ٣ ⇐ -١/٢ = (٥ط - ١٢)/٣

بالضرب التبادلي:

-٢ = ٥ط - ١٢ ⇐ -٢ + ١٢ = ٥ط ⇐ ١٠ = ٥ط ⇐ ط = ٢

• 2021 دورتان/ إذا كان ق(س) = (٣س⁴ - ٥س)(٧ - ٤س) أثبت أن ق'(٢) = -١٥
الحل/ ق(س) = (٣س⁴ - ٥س)(٧ - ٤س) (مشتقة ضرب)

ق'(س) = (٣س⁴ - ٥س) × (-٤) + (٧ - ٤س) × (١٢س³ - ٥)

ق'(٢) = (٣(٢)⁴ - ١٠) × (-٤) + (٧ - ٨) × (١٢(٢)³ - ٥)

ق'(٢) = (٤٨ - ١٠)(-٤) + (-١)(٩٦ - ٥) = (٣٨)(-٤) + (-١)(٩١)

⇐ ق'(٢) = -١٥٢ + ٩١ = -١٥

• 2021 دور ثالث/ إذا كان $ل(س) = \frac{\sqrt{س}}{هـ(س)}$ ، $هـ(س) \neq 0$ وكان $هـ(1) = 2$ ، $ل'(1) = 8$ ما قيمة $هـ'(1)$.

الحل/ $ل(س) = \frac{\sqrt{س}}{هـ(س)} \Leftarrow ل(1) = \frac{\sqrt{1}}{هـ(1)} = \frac{1}{2} \Leftarrow ل(1) = \frac{1}{2}$

$ل(س) = \frac{\sqrt{س}}{هـ(س)}$ بالضرب التبادلي

$\Leftarrow ل(س) \times هـ(س) = \sqrt{س}$ مشتقة ضرب

$ل(س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times ل'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س}}$

$ل(1)\, هـ'(1) + هـ(1)\, ل'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}}$

$(\frac{1}{2})\, هـ'(1) + (2)(8) = \frac{1}{2}$

$\frac{هـ'(1)}{2} + 16 = \frac{1}{2} \Leftarrow \frac{هـ'(1)}{2} = \frac{1}{2} - 16 \Leftarrow \frac{هـ'(1)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{16 \times 2}{2}$

$\Leftarrow \frac{هـ'(1)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{32}{2} \Leftarrow \frac{هـ'(1)}{\cancel{2}} = \frac{-31}{\cancel{2}} \Leftarrow هـ'(1) = -31$

• ملاحظة:
$(\sqrt{س})' = \frac{1}{2\sqrt{س}}$
يمكن حفظها كقاعدة.

• 2022 دور أول/ اذا كان $ل(س) = (س+1)^2$ ، $ق(س) = س^2 - \frac{ل(س)}{س+1} + 4$ ، $س \neq -1$ ما قيمة $ق'(1)$

الحل/ $ق(س) = س^2 - \frac{ل(س)}{س+1} + 4 \Leftarrow ق(س) = س^2 - \frac{(س+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(س+1)}} + 4$

$\Leftarrow ق(س) = س^2 - (س+1) + 4$

$ق(س) = س^2 - س - 1 + 4 \Leftarrow ق(س) = س^2 - س + 3$

$ق'(س) = 2س - 1$

$ق'(1) = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$

أ.ميّ حوّاري

• 2022 دور أول/ إذا كان $ق(س) = س^2 - 2أس + 3$ ، $هـ(س) = س^2 - 2$ ، $(ق \times هـ)'(1) = 8$

جد: 1/ قيمة الثابت أ 2/ ميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين $(1, هـ(1))$ ، $(2, هـ(2))$

الحل/ 1/ $ق(س) = س^2 - 2أس + 3 \Leftarrow ق(1) = (1)^2 - 2أ(1) + 3 = 1 - 2أ + 3 = 4 - 2أ$

$ق'(س) = 2س - 2أ \Leftarrow ق'(1) = 2(1) - 2أ = 2 - 2أ$

$هـ(س) = س^2 - 2 \Leftarrow هـ(1) = (1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

$هـ'(س) = 2س \Leftarrow هـ'(1) = 2(1) = 2$

$(ق \times هـ)'(1) = ق(1)\, هـ'(1) + هـ(1)\, ق'(1) \Leftarrow 8 = (4 - 2أ)(2) + (-1)(2 - 2أ)$

$\Leftarrow 8 = 8 - 4أ - 2 + 2أ \Leftarrow 8 = (8 - 2) + (-4أ + 2أ) \Leftarrow 8 = 6 - 2أ$

$\Leftarrow 8 - 6 = -2أ \Leftarrow \frac{2}{-2} = \frac{-2أ}{-2} \Leftarrow -1 = أ$

2/ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(\overset{س_1}{1}, \overset{ص_1}{هـ(1)})$ ، $(\overset{س_2}{2}, \overset{ص_2}{هـ(2)}) = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$\Leftarrow$ الميل $= \frac{هـ(2) - هـ(1)}{2 - 1} = \frac{((2)^2 - 2) - ((1)^2 - 2)}{1}$

$\Leftarrow$ الميل $= (4 - 2) - (1 - 2) = 2 \overset{+}{-} 1 = 3$

• 2022 دور ثاني/ إذا كان ص = (س³ − س + ٥)(١ + س²) جد $\frac{دص}{دس}$ عندما س = −١

الحل/ ص = (س³ − س + ٥) × (١ + س²) مشتقة ضرب

$\frac{دص}{دس}$ = (س³ − س + ٥)(٢س) + (١ + س²)(٣س² − ١)

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=-١}$ = ((−١)³ − (−١) + ٥)(٢ × −١) + (١ + (−١)²)(٣(−١)² − ١)

⇐ $\frac{دص}{دس}$ = (−١ + ١ + ٥)(−٢) + (١ + ١)(٣ − ١) = (٥)(−٢) + (٢)(٢) = −١٠ + ٤ = −٦

• 2022 دور ثاني/ إذا كان ق(س) = س² + ١ ، هـ(س) = ٢ − ب س ، $(\frac{ق}{هـ})'(١)$ = ١ ما قيمة اقيم الثابت ب

الحل/ ق(س) = س² + ١ ⇐ ق(١) = (١)² + ١ = ١ + ١ = ٢

ق′(س) = ٢س ⇐ ق′(١) = ٢(١) = ٢

هـ(س) = ٢ − ب س ⇐ هـ(١) = ٢ − ب(١) = ٢ − ب

هـ′(س) = ٠ − ب = −ب ⇐ هـ′(١) = −ب

$(\frac{ق}{هـ})'(١) = \frac{هـ(١)ق'(١) - ق(١)هـ'(١)}{هـ^٢(١)} = \frac{(٢-ب)(٢) - ٢(-ب)}{(٢-ب)^٢} = \frac{٤ - \cancel{٢ب} + \cancel{٢ب}}{(٢-ب)^٢} = ١$

⇐ $\frac{٤}{(٢-ب)^٢} = ١$ بالضرب التبادلي $(٢-ب)^٢ = ٤$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

٢ − ب = ٢ أو ٢ − ب = −٢

−ب = ٢ − ٢ −ب = −٢ − ٢

(−ب = ٠) × −١ $\frac{-ب}{-١} = \frac{-٤}{-١}$

ب = ٠ ب = ٤

⇐ ب = {٠ ، ٤}

أ.ميّ حوّاري

• 2023 دور أول/ جد مشتقة الاقتران ق(س) = $\sqrt[٣]{س^٥}$ عندما س = ١

الحل/ ق(س) = $\sqrt[٣]{س^٥}$ = $س^{\frac{٥}{٣}}$

ق′(س) = $\frac{٥}{٣}س^{\frac{٥}{٣}-١}$ = $\frac{٥}{٣}س^{\frac{٢}{٣}}$

ق′(١) = $\frac{٥}{٣}(١)^{\frac{٢}{٣}}$ = $\frac{٥}{٣}(١)$ = $\frac{٥}{٣}$

• $\frac{٥}{٣} - ١ = \frac{٥}{٣} - \frac{٣}{٣} = \frac{٢}{٣}$

• $(١)^ن = ١$ ، ن ∈ ح

• 2023 دور أول/ إذا كان ق(١) = ٢ ، هـ(١) = جـ ، ق′(١) = ٣ ، هـ′(١) = −٥ بحيث أن (ق × هـ)′(١) = ٥ جد قيمة الثابت جـ

الحل/ (ق × هـ)′(١) = ق(١)هـ′(١) + هـ(١)ق′(١)

٥ = (٢)(−٥) + (جـ)(٣)

٥ = −١٠ + ٣جـ ⇐ ٥ + ١٠ = ٣جـ ⇐ $\frac{١٥}{٣} = \frac{٣جـ}{٣}$ ⇐ ٥ = جـ

• 2023 دور أول/ اذا كان ق(س) = $\frac{س^٢+١}{هـ(س)}$ وكانت هـ′(١) = ٠ ، ق(١) = ٢ جد ق′(١)

الحل/ ق(س) = $\frac{س^٢+١}{هـ(س)}$ ⇐ ق′(س) = $\frac{هـ(س)(٢س) - (س^٢+١)هـ'(س)}{هـ^٢(س)}$

$\Leftarrow$ $\text{ق}'(1) = \frac{\text{هـ}(1)(2) - (1+1)\text{هـ}'(1)}{\text{هـ}^2(1)} = \frac{(1)(2) - (2)(0)}{(1)^2} = \frac{2-0}{1} = 2$

ملاحظة: $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2+1}{\text{هـ}(\text{س})} \Leftarrow \text{ق}(1) = \frac{1+1}{\text{هـ}(1)} \Leftarrow \cancel{2} = \frac{\cancel{2}}{\text{هـ}(1)} \Leftarrow \text{هـ}(1) = 1$

• 2023 دور ثاني / إذا كان $(\text{ق} \div \text{هـ})'(9) = 3$ ، $\text{ق}(9) = 5$ ، $\text{ق}'(9) = -12$ ، $\text{هـ}(9) = -3$

أوجد قيمة $\text{هـ}'(9)$ علماً بأن $\text{هـ}(\text{س}) \neq 0$

الحل/ $(\text{ق} \div \text{هـ})'(9) = \left(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}\right)'(9) = \frac{\text{هـ}(9)\text{ق}'(9) - \text{ق}(9)\text{هـ}'(9)}{\text{هـ}^2(9)} = \frac{(-3)(-12) - (5)\text{هـ}'(9)}{(-3)^2}$

$\Leftarrow$ $3 = \frac{36 - 5\text{هـ}'(9)}{9}$ بالضرب التبادلي

$\Leftarrow$ $3 \times 9 = 36 - 5\text{هـ}'(9) \Leftarrow 27 = 36 - 5\text{هـ}'(9) = 27 - 36 = -5\text{هـ}'(9)$

$\frac{-9}{-5} = \frac{-5\text{هـ}'(9)}{-5} \Leftarrow \frac{9}{5} = \text{هـ}'(9)$

• 2023 دور ثاني / إذا كان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{أس} + \text{س}\,\text{هـ}(\text{س})$ ، $\text{هـ}(1) = \text{هـ}'(1) = 2$ ، $\text{ق}'(1) = -6$

ما قيمة الثابت أ

الحل/ $\text{ق}(\text{س}) = \text{أس} + (\text{س} \times \text{هـ}(\text{س}))$

$\text{ق}'(\text{س}) = \text{أ} + (\text{س} \times \text{هـ}'(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times 1)$

$\text{ق}'(1) = \text{أ} + (\text{هـ}'(1) + \text{هـ}(1)) \Leftarrow -6 = \text{أ} + (2+2) \Leftarrow -6 = \text{أ} + 4$

$\Leftarrow -6 - 4 = \text{أ} \Leftarrow \text{أ} = -10$

• 2023 دور ثاني / إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - 2\text{أس} + 3$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^2 + 4$ وكان $(\text{ق} \times \text{هـ})'(1) = -24$

ما قيمة الثابت أ.

الحل/ $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - 2\text{أس} + 3 \Leftarrow \text{ق}(1) = (1)^2 - 2\text{أ}(1) + 3 = (1+3) - 2\text{أ} = 4 - 2\text{أ}$

$\text{ق}'(\text{س}) = 2\text{س} - 2\text{أ} \Leftarrow \text{ق}'(1) = 2(1) - 2\text{أ} = 2 - 2\text{أ}$

$\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^2 + 4 \Leftarrow \text{هـ}(1) = (1) + 4 = 5$

$\text{هـ}'(\text{س}) = 2\text{س} \Leftarrow \text{هـ}'(1) = 2(1) = 2$

$(\text{ق} \times \text{هـ})'(1) = \text{ق}(1)\text{هـ}'(1) + \text{هـ}(1)\text{ق}'(1)$

$-24 = (4 - 2\text{أ})(2) + 5(2 - 2\text{أ})$

$\Leftarrow -24 = 8 - 4\text{أ} + 10 - 10\text{أ} \Leftarrow -24 = (8+10) + (-4\text{أ} - 10\text{أ})$

$\Leftarrow -24 = 18 + -14\text{أ} \Leftarrow -24 - 18 = -14\text{أ} \Leftarrow -\frac{42}{-14} = \frac{-14\text{أ}}{-14} \Leftarrow \text{أ} = 3$

أ.ميّ حوّاري

• 2023 دور ثالث / إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = 4 - \text{س}^2$ ، $\text{هـ}(2) = 1$ ، $\text{هـ}'(2) = -2$ أجد:

1/ $(\text{ق} \div \text{هـ})'(2)$ 2/ مشتقة $(\text{س}^2 - 3\text{هـ}(\text{س}))$ عندما $\text{س} = 2$

الحل/ 1/ $\text{ق}(\text{س}) = 4 - \text{س}^2 \Leftarrow \text{ق}(2) = 4 - (2)^2 = 4 - 4 = \text{صفر}$

$\text{ق}'(\text{س}) = -2\text{س} \Leftarrow \text{ق}'(2) = -2 \times 2 = -4$

$\left(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}\right)'(2) = \frac{\text{هـ}(2)\text{ق}'(2) - \text{ق}(2)\text{هـ}'(2)}{\text{هـ}^2(2)} = \frac{(1)(-4) - \cancel{(0)}(-2)}{(1)^2} = \frac{-4}{1} = -4$

٢/ مشتقة $(س^٤ - ٣هـ(س)) = ٢س - ٣هـَ(س) \Big|_{س=٢} = ٢\times٢ - ٣هـَ(٢) = ٤ - ٣(-٢)$

$= ٤ + ٦ = ١٠$

• 2024 دور أول / أجد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يلي عند القيم المعطاة:

١/ $ص = \frac{٣}{٢} + (س-٢)(٢س - س^٢ + ١)$ ، $س = ن$

الحل/ $\frac{دص}{دس} = ن + (س-٢)(٢-٢س) + (٢س - س^٢ + ١)(١)$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=ن} = (ن-٢)(٢-٢ن) + (٢ن - ن^٢ + ١)$

$= -٢(٢) + (١) = -٤ + ١ = -٣$

٢/ $ص = ١٢\sqrt{س}$ ، $س = ١$

الحل/ $ص = ١٢ \times س^{\frac{١}{٢}} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = ١٢ \times \frac{١}{٢} س^{\frac{١}{٢}-١} = ٦س^{-\frac{١}{٢}}$ $\left(\frac{١}{٢} - ١ = \frac{١}{٢} - \frac{٢}{٢} = -\frac{١}{٢}\right)$

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{٦}{س^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٦}{\sqrt{س}}\Big|_{س=١} = \frac{٦}{\sqrt{١}} = ٦$

• 2024 دور ثاني / اذا كان $ق(س) = س^٢ + أس$ ، $هـ(١) = ١$ ، $هـَ(١) = أ$ وكان $(ق \times هـ)'(١) = ٢$ فما قيمة/قيم الثابت أ.

الحل/ $ق(س) = س^٢ + أس \Leftarrow ق(١) = (١)^٢ + أ(١) = ١ + أ$

$قَ(س) = ٢س + أ \Leftarrow قَ(١) = ٢(١) + أ = ٢ + أ$

$(ق \times هـ)'(١) = ق(١)هـَ(١) + هـ(١)قَ(١)$

$٢ = (١+أ)(أ) + (١)(٢+أ) \Leftarrow ٢ = أ + أ^٢ + ٢ + أ \Leftarrow$ صفر $= أ^٢ + (أ+أ)$

$\Leftarrow$ صفر $= أ^٢ + ٢أ$ اخراج أ عامل مشترك.

صفر $= أ(أ+٢)$

إما $أ = ن$ أو $أ + ٢ = ن \Leftarrow أ = -٢ \Leftarrow أ = \{ن ، -٢\}$

• 2024 دور ثاني / إذا كان الاقتران $ل(س) = \frac{ق(س)}{٢} + \frac{ق(س)}{(١-س)}$ وكان $ق(-١) = قَ(-١) = ١٢$ ما قيمة $لَ(-١)$

الحل/ $ل(س) = \frac{١}{٢}ق(س) + \left(\frac{ق(س)}{١-س}\right)$ ← مشتقة قسمة

$\Leftarrow لَ(س) = \frac{١}{٢}قَ(س) + \left(\frac{(١-س)قَ(س) - ق(س)(-١)}{(١-س)^٢}\right)$

$\Leftarrow لَ(-١) = \frac{١}{٢}قَ(-١) + \left(\frac{(١-(-١))قَ(-١) + ق(-١)}{(١-(-١))^٢}\right) = \frac{١}{٢}(١٢) + \frac{٢(١٢)+١٢}{٤}$

$\Leftarrow لَ(-١) = ٦ + \frac{٢٤+١٢}{٤} = ٦ + \frac{٣٦}{٤} = ٦ + ٩ = ١٥$

• 2024 دور ثالث (ضفة) / إذا كان ق(٧) = -٥ ، قَ(٧) = ٣ ، هـ(٧) = ٢ ، هـَ(٧) = -١ ما قيمة (٢ق × ٣هـ)َ(٧)

الحل/ (٢ق × ٣هـ)َ(٧) = ٢ق(٧) × ٣هـَ(٧) + ٣هـ(٧) × ٢قَ(٧)

= (٢ × -٥ × ٣ × -١) + (٣ × ٢ × ٢ × ٣)

= ٣٠ + ٣٦ = ٦٦

• 2024 دور ثالث (مصر) / إذا كان ق(س) = س² + ٢ ، هـ(س) = ٢ - ٣س أجد (ق/هـ)َ(س) .

الحل/ (ق/هـ)َ(س) = ((س² + ٢)/(٢ - ٣س))َ = ((٢ - ٣س)(٢س) - (س² + ٢)(-٣))/(٢ - ٣س)²

⇐ (ق/هـ)َ(س) = (٢ × ٢س - ٣س × ٢س + ٣(س² + ٢))/(٢ - ٣س)² = (٤س - ٦س² + ٣س² + ٦)/(٢ - ٣س)²

= (٤س - ٣س² + ٦)/(٢ - ٣س)²

• 2025 دور أول / جد دص/دس لكل مما يلي عند قيم س المعطاة :

١/ ص = (س² - ٥س)/(٣ - س) ، س = ١

الحل/ ص = (س² - ٥س)/(٣ - س) ⇐ دص/دس = ((٣ - س)(٢س - ٥) - (س² - ٥س)(-١))/(٣ - س)² |س = ١

⇐ دص/دس |س = ١ = ((٣ - ١)(٢ - ٥) - (١ - ٥)(-١))/(٣ - ١)² = (٢ × -٣ - (-٤)(-١))/٤ = (-٦ - ٤)/٤ = -١٠/٤ = -٥/٢

٢/ ص = (س - ٢) × ق(س) عندما س = ٢ علما بأن ق(٢) = قَ(٢) = ٣

الحل/ دص/دس = (س - ٢) قَ(س) + ق(س)(١)

دص/دس = ~~(٢ - ٢)~~ قَ(٢) + ق(٢) = ٣

• 2025 دور ثاني / إذا كان ق(س) = س² + ٧ ، هـ(س) = ٢ - ٣س أجد :

١/ (ق × هـ)َ(١)

٢/ مشتقة (س³ + ٢هـ(س) + √٣) عندما س = -٢

الحل/ ١/ ق(س) = س² + ٧ ⇐ ق(١) = (١)² + ٧ = ٨

قَ(س) = ٢س ⇐ قَ(١) = ٢(١) = ٢

هـ(س) = ٢ - ٣س ⇐ هـ(١) = ٢ - ٣(١) = ٢ - ٣ = -١

هـَ(س) = ٠ - ٣ = -٣ ⇐ هـَ(١) = -٣

(ق × هـ)َ(١) = ق(١) هـَ(١) + هـ(١) قَ(١) = (٨)(-٣) + (-١)(٢)

= -٢٤ - ٢ = -٢٦

٢/ (س³ - ٣هـ(س) + √٣)َ = ٣س² + ٢هـَ(س) |س = -٢ = ٣(-٢)² + ٢هـَ(-٢)

= ٣(٤) + ٢(-٣)

= ١٢ + -٦ = ٦

أ.ميّ حوّاري

• 2025 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = \frac{أس - ٥}{٦ - ٤س}$ ، $س \neq \frac{٣}{٢}$ وكان $ق'(١) = +\frac{١}{٢}$ ما قيمة الثابت أ

الحل/

$ق(س) = \frac{أس - ٥}{٦ - ٤س} \Leftarrow ق'(س) = \frac{(٦ - ٤س)(أ) - (أس - ٥)(-٤)}{(٦ - ٤س)^٢}$

$\Leftarrow ق'(١) = \frac{(٦ - ٤)(أ) - (أ - ٥)(-٤)}{(٦ - ٤)^٢} \Leftarrow +\frac{١}{٢} = \frac{٢أ + ٤(أ - ٥)}{٤} \Leftarrow +\frac{١}{٢} = \frac{٢أ + ٤أ - ٢٠}{٤}$

$\Leftarrow +\frac{١}{٢} = \frac{٦أ - ٢٠}{٤} \Leftarrow \frac{٢}{٢} = \frac{٤٢}{٢}(٦أ - ٢٠) \Leftarrow +٢ = ٦أ - ٢٠ \Leftarrow +٢ + ٢٠ = ٦أ$

$\Leftarrow \frac{٢٢}{٦} = \frac{٦أ}{٦} \Leftarrow \frac{٢٢}{٦} = أ \Leftarrow \frac{١١}{٣} = أ$

• تجريبي قباطية 2019 / إذا كان $\frac{ق(س)}{هـ(س)} = ٢س$ ، أوجد $ق'(٢)$ علماً بأن $هـ'(٢) = ١$ ، $هـ(٢) = ٣$

الحل/ $\frac{ق(س)}{هـ(س)} = ٢س \Leftarrow ق(س) = ٢س \times هـ(س)$

$ق'(س) = ٢س \times هـ'(س) + هـ(س) \times ٢$

$ق'(٢) = ٢(٢)هـ'(٢) + هـ(٢) \times ٢$

$= ٤(١) + ٣(٢) = ٦ + ٤ = ١٠$

• تجريبي أريحا 2020 / إذا كان الاقتران $ق(س) = (س + ١)(٢س + ٣) + أس^٢$ وكان $ق'(٢) = -٧$ فما قيمة / قيم الثابت أ

أ.ميّ حوّاري

الحل/ $ق(س) = (س + ١) \times (٢س + ٣) + أس^٢$

$ق'(س) = (س + ١)(٢) + (٢س + ٣)(١) + أ \times ٢س$

$ق'(٢) = (٢ + ١)(٢) + (٢ \times ٢ + ٣) + أ \times ٢ \times ٢$

$-٧ = (٣)(٢) + (٧) + ٤أ \Leftarrow -٧ = ٦ + ٧ + ٤أ \Leftarrow -٧ = ١٣ + ٤أ$

$-٧ - ١٣ = ٤أ \Leftarrow \frac{-٢٠}{٤} = \frac{٤أ}{٤} \Leftarrow -٥ = أ$

• تجريبي بيت لحم 2023 / إذا كان $ق(س) = \frac{س}{هـ(س)}$ ، $هـ(س) \neq ٠$ وكان متوسط تغير الاقتران $ق(س)$ على الفترة $[٠ ، ٢]$ يساوي ١ ، فجد قيمة $ق'(٢)$ علماً بأن $هـ'(٢) = -٢$

الحل/ متوسط تغير $ق(س) = \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٢) - ق(٠)}{٢ - ٠} = \frac{\frac{٢}{هـ(٢)} - \frac{٠}{هـ(٠)}}{٢}$

$\Leftarrow ١ = \frac{\frac{٢}{هـ(٢)}}{٢} \Leftarrow ٢ = \frac{٢}{هـ(٢)} \Leftarrow \frac{٢هـ(٢)}{٢} = \frac{٢}{٢} \Leftarrow هـ(٢) = ١$

$ق(س) = \frac{س}{هـ(س)} \Leftarrow ق'(س) = \frac{هـ(س)(١) - س هـ'(س)}{هـ^٢(س)}$

$\Leftarrow ق'(٢) = \frac{هـ(٢) - ٢هـ'(٢)}{هـ^٢(٢)} = \frac{(١) - ٢(-٢)}{(١)^٢} = \frac{١ + ٤}{١} = \frac{٥}{١} = ٥$

• تجريبي شمال الخليل 2024 / إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{س - ب}{س^٢ + ٣}$ ما قيمة الثابت ب علماً بأن $ق'(١) = -٣$.

الحل/ $ق(س) = \frac{س - ب}{س^2+3} \Leftarrow ق'(س) = \frac{(س^2+3)(1) - (س-ب)(2س)}{(س^2+3)^2}$

$\Leftarrow ق'(1) = \frac{(1+3) - (1-ب)(2)}{(1+3)^2} \Leftarrow -3 = \frac{4 - 2(1-ب)}{(4)^2} \Leftarrow -3 \times 16 = 4 - 2 + 2ب$

$\Leftarrow -48 = 2 + 2ب \Leftarrow -48 - 2 = 2ب \Leftarrow \frac{-50}{2} = \frac{2ب}{2} \Leftarrow -25 = ب$

• تجريبي رام الله والبيرة 2024/ إذا كان $ق(س) = (3س^2 - 2)(1 - س)$ أثبت أن $ق'(2) + 22 = صفر$

الحل/ $ق(س) = (3س^2 - 2) \times (1 - س)$

$ق'(س) = (3س^2 - 2)(-1) + (1 - س)(6س)$

$ق'(2) = (3 \times 2^2 - 2)(-1) + (1 - 2) \times (6 \times 2)$

$ق'(2) = (12 - 2)(-1) + (-1)(12)$

$ق'(12) = -10 - 12 \Leftarrow ق'(12) = -22 \Leftarrow ق'(12) + 22 = صفر$ #

• تجريبي جنوب الخليل 2024/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{(س-1)هـ(س)}{3س+2}$ ، $س \neq -\frac{2}{3}$ ، $س \neq 1$

$ق'(ن) = -5$ ، $هـ(ن) = ن$ ما قيمة $هـ'(ن)$

الحل/ $ق(س) = \frac{(س-1)هـ(س)}{(3س+2)} \Leftarrow ق(ن) = \frac{(ن-1)هـ(ن)}{(3 \times ن + 2)} = \frac{-1 \times ن}{2} \Leftarrow ق(ن) = ن$

$ق(س) = \frac{(س-1)هـ(س)}{(3س+2)} \Leftarrow ق(س) \times (3س+2) = (س-1) \times هـ(س)$ نشتق

$\Leftarrow ق(س) \times 3 + (3س+2)ق'(س) = (س-1)هـ'(س) + هـ(س)(1)$

$\Leftarrow 3ق(ن) + (3 \times ن + 2)ق'(ن) = (ن-1)هـ'(ن) + هـ(ن)$

$3(ن) + 2 \times -5 = -1 \times هـ'(ن) + ن \Leftarrow -(-10 = -هـ'(ن)) \Leftarrow هـ'(ن) = 10$

• تجريبي جنوب الخليل 2025/ إذا كان $ق(3) = -2$ ، $ق'(3) = \frac{1}{2}$ ، $هـ(3) = -4$ ، $هـ'(3) = 6$ ما قيمة $م'(3)$ حيث $م(س) = \frac{س^2 هـ(س)}{3 - ق(س)}$

لاحظ أن البسط يمثل مشتقة ضرب

الحل/ $م(س) = \frac{س^2 هـ(س)}{3 - ق(س)} \Leftarrow م'(س) = \frac{(3 - ق(س))(س^2 هـ'(س) + هـ(س)(2س)) - س^2 هـ(س) \times -ق'(س)}{(3 - ق(س))^2}$

$\Leftarrow م'(3) = \frac{(3 - ق(3))(9هـ'(3) + هـ(3) \times 6) - 9هـ(3) \times -ق'(3)}{(3 - ق(3))^2}$

$\Leftarrow م'(3) = \frac{(3 - -2)(9 \times 6 + -4 \times 6) - 9 \times -4 \times \frac{-1}{2}}{(3 - -2)^2} = \frac{5(54 - 24) - 18}{(5)^2}$

$\Leftarrow م'(3) = \frac{5(30) - 18}{25} = \frac{150 - 18}{25} = \frac{132}{25}$

• تجريبي شمال الخليل 2025 / إذا كان $ق(س) = ٥س \times هـ(س) + \frac{١}{س+١}$ ، $هـ'(٢) = ٠$ ، $هـ(٢) = -١$
ما قيمة $ق'(٢)$

الحل/ $ق(س) = (\underbrace{٥س}_{\text{أول}} \times \underbrace{هـ(س)}_{\text{ثاني}}) + (\underbrace{\frac{١}{س+١}}_{\text{بسط / مقام}})$

$\Leftarrow ق'(س) = (٥س\, هـ'(س) + هـ(س)(٥)) + \frac{(س+١)(٠) - ١}{(س+١)^٢}$

$\Leftarrow ق'(٢) = (٥ \times ٢\, هـ'(٢) + ٥\, هـ(٢)) + \frac{-١}{(٢+١)^٢} = (\cancel{١٠(٠)} + ٥(-١)) - \frac{١}{٩}$

$\Leftarrow ق'(٢) = -٥ - \frac{١}{٩} = \frac{-٥ \times ٩}{١ \times ٩} - \frac{١}{٩} = \frac{-٤٥}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{-٤٦}{٩}$

• خارجي / إذا كان الاقتران $ق(س) = \sqrt[٣]{س^٢} + \frac{٢}{س^٢+٣} - ٤س + \sqrt{٣٧}$ فما قيمة $ق'(١)$

الحل/

$ق(س) = س^{\frac{٢}{٣}} + (\underbrace{\frac{٢}{س^٢+٣}}_{\text{مشتقة قسمة}}) - ٤س + \sqrt{٣٧}$

$\Leftarrow ق'(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٢}{٣}-١} + \left(\frac{(س^٢+٣)(٠) - ٢ \times ٢س}{(س^٢+٣)^٢}\right) - ٤$

$ق'(س) = \frac{٢}{٣} \times \frac{١}{\sqrt[٣]{س}} + \frac{-٤س}{(س^٢+٣)^٢} - ٤$

$ق'(١) = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{١}} + \frac{-٤(١)}{(١+٣)^٢} - ٤ = \frac{٢}{٣} - \frac{٤}{١٦} - ٤ = \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٤} - ٤$

$\Leftarrow ق'(١) = \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} - \frac{١ \times ٣}{٤ \times ٣} - \frac{٤ \times ١٢}{١ \times ١٢} = \frac{٨}{١٢} - \frac{٣}{١٢} - \frac{٤٨}{١٢}$

$\Leftarrow ق'(١) = \frac{-٤٣}{١٢}$

ملاحظة:
$\frac{٢}{٣} - ١ = \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٣} = \frac{-١}{٣}$
$س^{-\frac{١}{٣}} = \frac{١}{س^{\frac{١}{٣}}} = \frac{١}{\sqrt[٣]{س}}$

أ.ميّ حوّاري

• خارجي تفوق / إذا كان $ق(٢) = ٣$ ، $ق'(٢) = ١$ ، $هـ(٢) = ٥$ جد قيمة $\left(\frac{ق(س) - ٣}{هـ(س) + ٥}\right)'(٢)$

الحل/

$\left(\frac{ق(س) - ٣}{هـ(س) + ٥}\right)' = \frac{(هـ(س)+٥)\, ق'(س) - (ق(س) - ٣)\, هـ'(س)}{(هـ(س)+٥)^٢} \Big|_{س=٢}$

$= \frac{(هـ(٢)+٥)\, ق'(٢) - (ق(٢) - ٣)\, هـ'(٢)}{(هـ(٢)+٥)^٢}$

$= \frac{(٥+٥)(١) - \cancel{(٣-٣)}\, هـ'(٢)}{(٥+٥)^٢} = \frac{١٠}{(١٠)^٢} = \frac{١٠}{١٠٠} = \frac{١}{١٠}$

• خارجي تفوق / إذا كان الاقتران $ق(س) = أ س^٣ + ٢س + ب$ وكان منحناه يمر بالنقطة $(٢ ، -٣)$
فما ميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين $(-١ ، ق(-١))$ $(٣ ، ق(٣))$ علماً بأن $ق'(١) = ٨$

الحل/ $ق(س) = أ س^٣ + ٢س + ب \Leftarrow ق'(س) = ٣أ س^٢ + ٢$

$\text{ق}'(1) = 3\text{أ}(1)^2 + 2 \Leftarrow 8 = 3\text{أ} + 2 \Leftarrow 8 - 2 = 3\text{أ} \Leftarrow \frac{6}{3} = \frac{3\text{أ}}{3} \Leftarrow 2 = \text{أ}$

$\Leftarrow \text{ق}(\text{س}) = 2\text{س}^3 + 2\text{س} + \text{ب}$

$\text{ق}(\text{س})$ يمر بـ $(2, -3) \Leftarrow \text{ق}(2) = -3 \Leftarrow \text{ق}(2) = 2(2)^3 + 2(2) + \text{ب}$

$-3 = 16 + 4 + \text{ب}$

$-3 = 20 + \text{ب} \Leftarrow -3 - 20 = -23 = \text{ب}$

$\text{ق}(\text{س}) = 2\text{س}^3 + 2\text{س} - 23$

ميل القاطع المار بالنقطتين بـ $(\overset{\text{س}_1}{-1}, \overset{\text{ص}_1}{\text{ق}(-1)})(\overset{\text{س}_2}{3}, \overset{\text{ص}_2}{\text{ق}(3)}) = \text{م} = \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$\Leftarrow \text{م} = \frac{\text{ق}(3) - \text{ق}(-1)}{3 - 1} = \frac{(2(3)^3 + 2(3) - 23) - (2(-1)^3 + 2(-1) - 23)}{4}$

$\Leftarrow \text{م} = \frac{(2\times 27 + 6 - 23) - (-2 - 2 - 23)}{4} = \frac{37 - 27}{4} = \frac{64}{4} = 16$

• خارجي تفوق/ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (\text{س}^2 + 1)\,\text{هـ}(\text{س})$ وكان $\text{ق}(1) = \text{هـ}'(1) = 4$

$\text{هـ}(1) = 2$ ، $\text{ق}'(1) = 12$ جد قيمة $\left(\frac{8}{\text{ق}(\text{س})}\right)'(1)$

الحل/ $\left(\frac{8}{\text{ق}(\text{س})}\right)' = \frac{\overset{0}{\cancel{\text{ق}(\text{س})}} \times 0 - 8\,\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق}^2(\text{س})} = \frac{-8\,\text{ق}'(1)}{\text{ق}^2(1)} = \frac{-8 \times 12}{4^2} = \frac{-\overset{3}{\cancel{8}} \times \overset{2}{\cancel{12}}}{\cancel{4} \times \cancel{4}}$

$= -2 \times 3 = -6$

• ثمَّ إنك لَنْ تحمل كل هذه الأثقال دون صلاة ! "

أ.ميّ حوّاري

الدرس الرابع / القيم القصوى للاقتران

• القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

• 2014/ ما عدد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) = س^{٣} − ٢٧

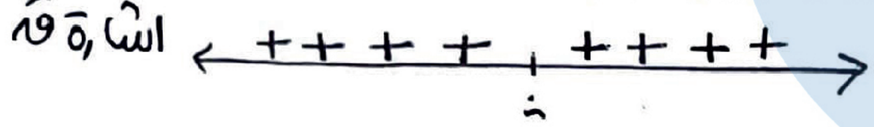
أ/ ٣ ب/ ٢ ج/ ١ د/ صفر

الحل/ ١/ نشتق الاقتران: ق(س) = ٣س^{٢}

٢/ نساوي ق(س) بالصفر ← ٣س^{٢} = ٠

٣/ نحل المعادلة $\frac{٣س^{٢}}{٣} = \frac{٠}{٣}$ ⇐ س^{٢} = ٠ ⇐ س = ٠

٤/ نضع س = ٠ على خط الأعداد ثم نبحث اشارة ق(س).



اشارة ق: + + + + | + + + +
٠

لا يوجد قيم قصوى لـ ق(س) لأن اشارة ق(س) لم تتغير حول (س = ٠)

• 2016/ الاقتران ق(س) = ٦س − س^{٢} له قيمة عظمى محلية تساوي:

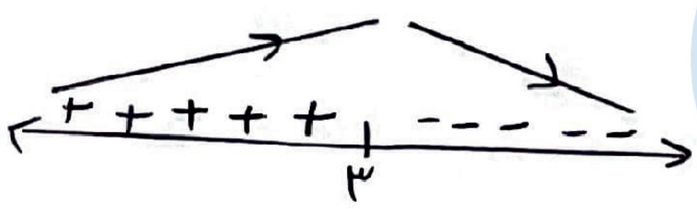
أ/ ٣ ب/ ٦ ج/ ٩ د/ ١٢

الحل/ ق(س) = ٦س − س^{٢} ⇐ ق'(س) = ٦ − ٢س

ق'(س) = ٠ = ٦ − ٢س ⇐ $\frac{٦}{٢} = \frac{٢س}{٢}$ ⇐ ٣ = س

من اشارة ق(س):

اشارة ق(س): + + + + + | − − − − −
٣



يوجد قيمة عظمى محلية عند س = ٣

قيمتها ق(٣) = ٦(٣) − (٣)^{٢}

= ١٨ − ٩ = ٩

• 2016 إكمال/ إذا كان ق(س) = س^{٢} − ٤س + ٥ فإن القيمة الصغرى المحلية للاقتران ق(س) هي:

أ/ ٥ ب/ ٢ ج/ ١ د/ صفر

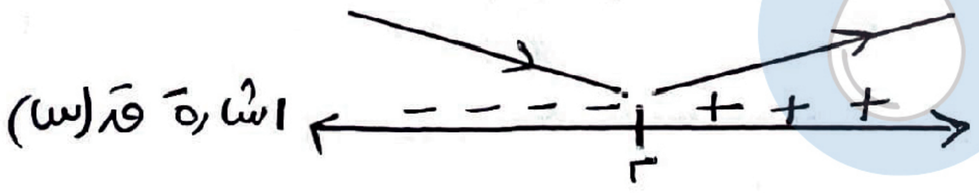
الحل/ ق(س) = س^{٢} − ٤س + ٥ ⇐ ق'(س) = ٢س − ٤ ⇐ صفر = ٢س − ٤ ⇐ ٤ = ٢س

⇐ س = ٢

اشارة ق(س): − − − − | + + +
٢

من اشارة ق'(س) يوجد قيمة صغرى محلية لـ ق(س) عند س = ٢ قيمتها

ق(٢) = (٢)^{٢} − ٤(٢) + ٥ = ٤ − ٨ + ٥ = ١



أ.ميّ حوّاري

• 2017/ إذا كان للاقتران ق(س) = أس^{٢} + ٨س + ٩ قيمة صغرى محلية عند س = −٢ فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ/ ٣ ب/ ٢ ج/ ١ د/ ٤

الحل/ ق(س) = أس^{٢} + ٨س + ٩

ق'(س) = ٢أس + ٨

ق'(−٢) = ٢أ(−٢) + ٨

٠ = −٤أ + ٨ ⇐ $\frac{٤أ}{٤} = \frac{٨}{٤}$ ⇐ أ = ٢

• ملاحظة: يوجد قيمة قصوى محلية عند س = أ ⇐ ق'(أ) = صفر

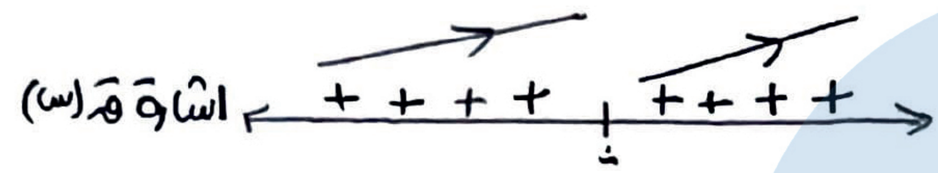
• 2018 دور أول/ ما عدد القيم القصوى للاقتران $ق(س) = ٢س^٣ + ٣س^٢ - ٢٤س$
أ/ ٢ ب/ ١ ج/ ٣ د/ صفر

الحل/ $ق(س) = ٢س^٣ + ٣س^٢ - ٢٤ \Leftarrow ق'(س) = ٦س^٢ + ٦س - ٢٤ = ٠$

$\Leftarrow$ صفر $= ٦س^٢ + ٦س - ٢٤$ ÷ ٦

صفر $= س^٢ + س - ٤ \Leftarrow$ صفر $= (س + ٤)(س - ١)$

$\Leftarrow س = -٤ ، س = ١$



من إشارة $ق'(س)$ نلاحظ وجود قيم قصوى محلية لـ $ق(س)$.

• 2018 دور ثاني/ إذا كان للاقتران $ق(س)$ قيمة حظى محلية عند النقطة $(-١٠، ٥)$ فما قيمة $ق'(-١٠)$
أ/ ٥ ب/ -١٠ ج/ صفر د/ ٣

الحل/ • ملاحظة: إذا كان للاقتران $ق(س)$ قيمة قصوى محلية عند $(أ، ب)$ فإن:

$ق(أ) = ب \Leftarrow ق'(أ) = ٠$

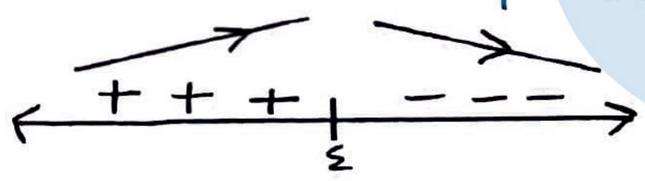
$\Leftarrow ق'(-١٠) =$ صفر

أ. ميّ حوّاري

• 2020 دور أول/ إذا كان $ق(س) = ٣س^٢ - ٨$ فما الفترة التي يكون فيها الاقتران $ق(س)$ متزايداً
أ/ $]-\infty، -٤[$ ب/ $]٤، \infty[$ ج/ $]-\infty، -٤[\cup]٤، \infty[$ د/ $]-٤، ٤[$

الحل/ $ق(س) = ٣س^٢ - ٨ \Leftarrow$ صفر $= ٣س^٢ - ٨ \Leftarrow س^٢ = \frac{٨}{٣} \Leftarrow س = ٤$

من إشارة $ق'(س)$ يتضح أن:



$ق(س)$ متزايد على $]-\infty، ٤[$.

• 2020 دور ثاني/ إذا كان للاقتران $ق(س)$ قيمة صغرى محلية عند النقطة $(٣، ٢)$ ما قيمة $ق'(٢)$
أ/ صفر ب/ $\frac{٣}{٢}$ ج/ ٢ د/ ٣

الحل/ $ق(٣) = ٣$ و $ق'(٣) =$ صفر

• 2020 دور ثالث/ إذا كان للاقتران $ق(س)$ قيمة حظى محلية عند $(-٤، ٧)$ ما قيمة تلك القيمة العظمى
أ/ صفر ب/ -٤ ج/ ٧ د/ -٢٨

الحل/ القيمة العظمى المحلية $= ق(-٤) = ٧$

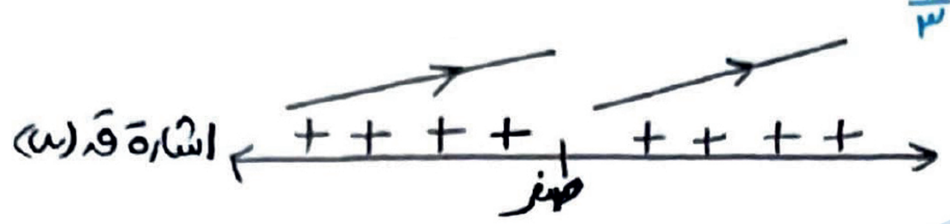
• 2021 دور ثاني/ إذا كان $ق'(-٣) =$ صفر و $هـ'(-٣) = ١٠$ وكان للاقتران $هـ(س)$ قيمة حظى محلية وحيدة فما أكبر قيمة للاقتران $هـ(س)$
أ/ ١٠- ب/ ٣- ج/ ٣ د/ ١٠

الحل/ أكبر قيمة للاقتران $= هـ(-٣) = ١٠$

• 2022 دور أول/ ما عدد القيم القصوى للاقتران $ق(س) = س^٣ + ٣س^٢ - ٢٤س$
أ/ صفر ب/ ١ ج/ ٢ د/ ٣

الحل/ ق(س) = $س^3 + 3$ ⇐ ق'(س) = $3س^2$ ⇐ صفر = $\frac{3}{3}س^2$

صفر = $س^2$ ⇐ صفر = س



بما أنه إشارة ق'(س) لم تتغير حول س = ٠

⇐ لا يوجد قيم قصوى لـ ق(س)

• 2023 دور ثاني/ إذا كان للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية عند النقطة (-٢، ٧) فما قيمة ق'(-٢) + ق(-٢)

أ/ ٧- ب/ -٢ ج/ صفر د/ ٧

الحل/ ق(-٢) = ٧ ، ق'(-٢) = صفر

ق'(-٢) + ق(-٢) = صفر + ٧ = ٧

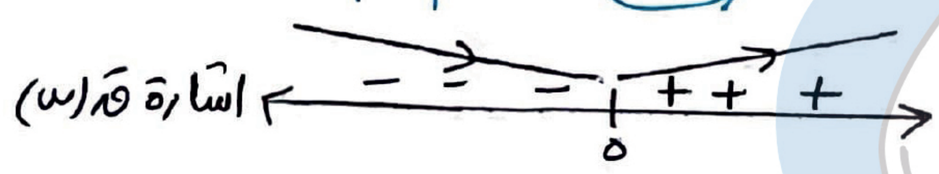
أ. مي حواري

• 2024 دور أول/ ما القيمة الصغرى للاقتران ق(س) = $س^2 - ١٠س$ ، $س \in ح$

أ/ ٥ ب/ -٥ ج/ ٢٥ د/ -٢٥

الحل/ ق(س) = $س^2 - ١٠س$ ⇐ ق'(س) = $٢س - ١٠$ ⇐ صفر = $\frac{٢س}{٢} - \frac{١٠}{٢}$

⇐ س = ٥



من اشارة ق'(س) يوجد قيمة صغرى محلية عند

س = ٥ قيمتها ق(٥) = $(٥)^2 - ١٠(٥)$

= ٢٥ - ٥٠ = -٢٥

• 2024 دور ثالث (صفة) / اذا كان للاقتران ق(س) قيمة قصوى محلية عند (٥، ٣) فإن:

أ/ ق(٣) = صفر ب/ ق'(٣) = صفر ج/ ق(٣) = ٥ د/ ق(٥) = صفر

الحل/ يوجد قيمة قصوى محلية عند (٥، ٣) ⇐ ق(٣) = ٥

ق'(٣) = صفر

• 2024 دور ثالث/ اذا كان للاقتران ق(س) قيمة قصوى محلية عند س = ٣ فإن

(مصر) أ/ ق(٣) = صفر ب/ ق'(٣) = غير موجود ج/ ق(٣) = ٣ د/ ق(غير موجود) = ٣

• 2025 دور أول/ إذا كان للاقتران ق(س) عند س = ٢ قيمة صغرى محلية وتساوي ٥ ما قيمة ق'(٢)

أ/ صفر ب/ -٢ ج/ ٥ د/ ٢

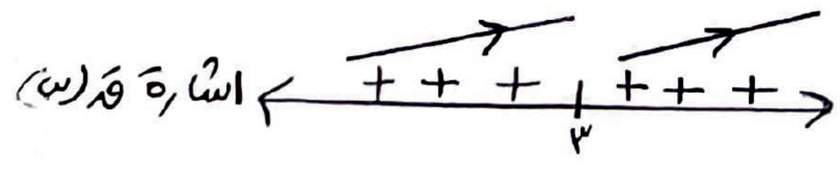
الحل/ ق'(٢) = صفر ، ق(٢) = ٥

• تجريبي طولكرم 2020/ ما عدد القيم القصوى للاقتران ق(س) إذا كان ق'(س) = $س^3 - ٦س + ٩$

أ/ ٣ ب/ ٢ ج/ ١ د/ صفر

الحل/ ق'(س) = $س^3 - ٦س + ٩$ = (س - ٣)(س - ٣) = ٠

س - ٣ = ٠ ⇐ س = ٣



من اشارة ق'(س) لا يوجد قيم قصوى لـ ق(س)

• تجريبي شمال غزة 2022/ إذا كان الاقتران $ق(س)$ قابلاً للاشتقاق وله قيمة قصوى محلية عند النقطة $(٣، ٧)$ ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي :

أ/ $ق(٧) = ٠$ ب/ $ق(٣) = ٠$ ج/ $ق(٧) = ٣$ د/ $ق(٣) = ٧$

الحل/ $ق(٧) = ٣$ ، $ق(٧) = ٠$

• تجريبي جنوب الخليل 2023/ إذا كان $م(١) =$ صفر ، $م(١) = -٤$ وكان للاقتران $م(س)$ قيمة صغرى محلية وحيدة على مجاله فما أصغر قيمة لـ $م(س)$

أ/ -٤ ب/ ١٢ ج/ ١ د/ ٤

الحل/ أصغر قيمة لـ $م(س) = م(١) = -٤$

• تجريبي جنوب الخليل 2024/ إذا كان $ق(س)$ معرفاً ومتزايداً في الفترة $[ب، أ]$ ، فما العبارة الصحيحة من بين الآتية :

أ/ تكون زاوية ميل المماس حادة في $]ب، أ[$ واشارة الميل سالبة .

ب/ تكون زاوية ميل المماس حادة في $]ب، أ[$ واشارة الميل موجبة .

ج/ تكون زاوية ميل المماس منفرجة في $]ب، أ[$ واشارة الميل سالبة

د/ تكون زاوية ميل المماس منفرجة في $]ب، أ[$ واشارة الميل موجبة .

أ.مي حواري

الحل/ • ملاحظة :

١. اذا كان $ق(س)$ متزايد على $[ب، أ]$ ← $ق(س)$ موجبة في $]ب، أ[$ و زاوية ميل المماس حادة ← اشارة الميل موجبة .

٢. إذا كان $ق(س)$ متناقص في $[ب، أ]$ ← $ق(س)$ سالبة في $]ب، أ[$ وزاوية ميل المماس منفرجة ← اشارة الميل سالبة .

• تجريبي شمال الخليل 2025/ إذا كان للاقتران $ق(س) = أس^٣ - ١٢س$ قيمة قصوى محلية عند $س = ٢$ فما قيمة الثابت أ

أ/ -٣ ب/ ٣ ج/ ٢ د/ ١

الحل/ يوجد قيمة قصوى محلية عند $س = ٢$ ← $ق(٢) =$ صفر

$ق(س) = ٣أس^٢ - ١٢$ ← $ق(س) = ٣أ \times ٤ - ١٢$

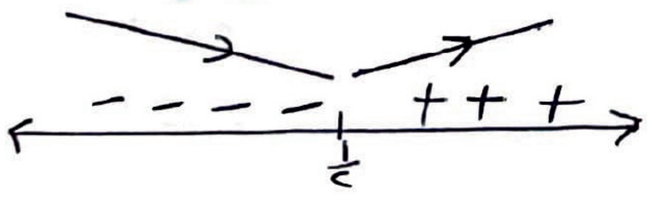
$ق(٢) = ٣أ \times ٤ - ١٢$ ← $ن = ٣أ - ١٢$ ← $\frac{١٢}{٤} = \frac{٣أ}{٤}$ ← $أ = ٣$

• خارجي/ ما عدد القيم القصوى للاقتران $ق(س) = س^٤ - ٢س^٣ + ٣س$

أ/ صفر ب/ ١ ج/ ٢ د/ ٥٠

الحل/ $ق(س) = س^٤ - ٢س^٣ + ٣س$ ← $ق'(س) = ٤س^٣ - ٦س^٢$ ← $ن = ٦س^٢ - ٤س^٣$ ← $\frac{٤}{٦} = \frac{٤س^٣}{٦س^٢}$

← $س = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$



اشارة $ق'(س)$

نلاحظ أن $ق(س)$ تغيّرت حول $س = \frac{٢}{٣}$

← يوجد عند $س = \frac{٢}{٣}$ قيمة قصوى محلية .

• خارجي/ ليكن الاقتران ق(س) = ٢س² + ٤س + ٥ فما قيمة س التي يكون للاقتران ق(س) عندها قيمة صغرى محلية

أ/ ٤ ب/ -٤ ج/ ١ د/ -١

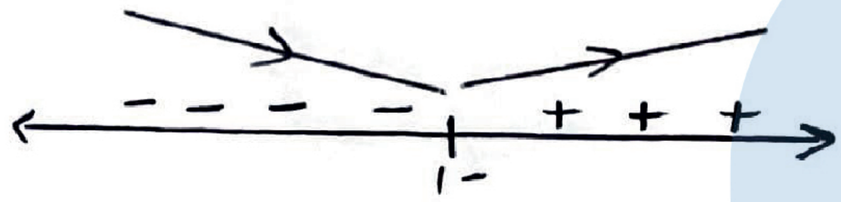
الحل/ ق(س) = ٢س² + ٤س - ٥ ⇐ ق'(س) = ٤س + ٤ ⇐ صفر = ٤س + ٤ ⇐ -٤/٤ = ٤س/٤

⇐ -١ = س

عند س = -١ يوجد قيمة صغرى محلية

اشارة ق'(س)

- - - - | + + +
-١



• القسم الثاني : أجب عن الأسئلة التالية :

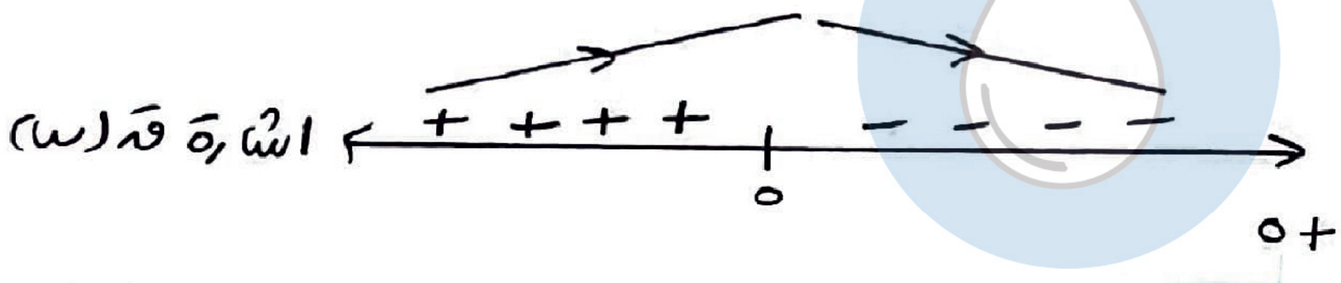
• 2008 إكمال/ عين القيم القصوى للاقتران ق(س) = -س² + ١٠س + ٥ ، س ∈ ح

الحل/ ١/ نشتق الاقتران/ ق'(س) = -٢س + ١٠

٢/ نساوي المشتقة بالصفر/ ق'(س) = -٢س + ١٠ = ٠

٣/ نحل المعادلة الناتجة/ -٢س + ١٠ = ٠ ⇐ ١٠/٢ = ٢س/٢ ⇐ ٥ = س

٤/ نضع (س = ٥) على خط الأعداد ونبحث في اشارة ق'(س) حول (س = ٥)



من اشارة ق'(س) يتضح أنه يوجد قيمة عظمى محلية عند س = ٥ قيمتها ق(٥) = -(٥)² + ١٠(٥) + ٥

= -٢٥ + ٥٠ + ٥ = ٣٠

اشارة ق'(س)

+ + + + | - - - -
٥

• 2009 إكمال/ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = س² - ٦س + ٥ ، س ∈ ح

الحل/ ق(س) = س² - ٦س + ٥ ⇐ ق'(س) = ٢س - ٦ ⇐ صفر = ٢س - ٦

٦/٢ = ٢س/٢ ⇐ ٣ = س

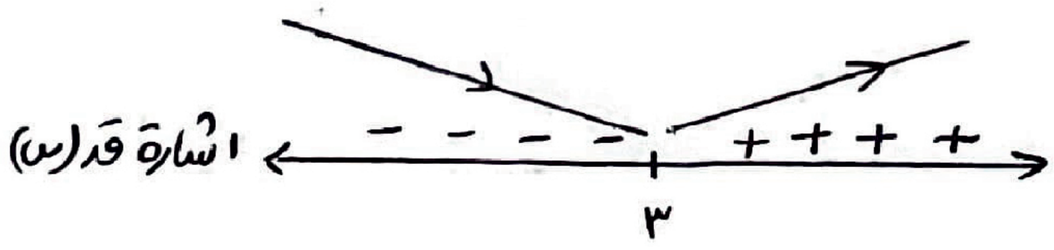
من اشارة ق'(س) يوجد قيمة صغرى محلية عند س = ٣ قيمتها ق(٣) = (٣)² - ٦(٣) + ٥

= ٩ - ١٨ + ٥

= -٩ + ٥ = -٤

اشارة ق'(س)

- - - - | + + + +
٣



• 2010/ جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) = س² - ٤س + ١ ، س ∈ ح

الحل/ ق(س) = س² - ٤س + ١ ⇐ ق'(س) = ٢س - ٤ ⇐ صفر = ٢س - ٤

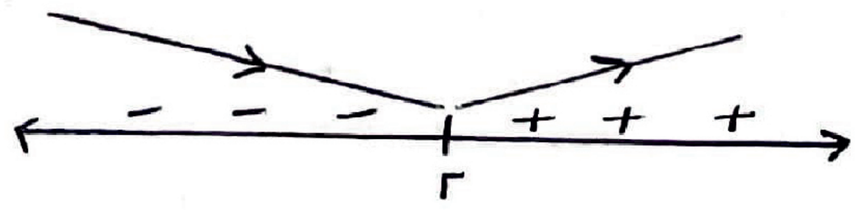
٤/٢ = ٢س/٢ ⇐ ٢ = س

يوجد قيمة صغرى محلية عند س = ٢ قيمتها ق(٢) = (٢)² - ٤ × ٢ + ١

= ٤ - ٨ + ١ = -٤ + ١ = -٣

اشارة ق'(س)

- - - | + + +
٢

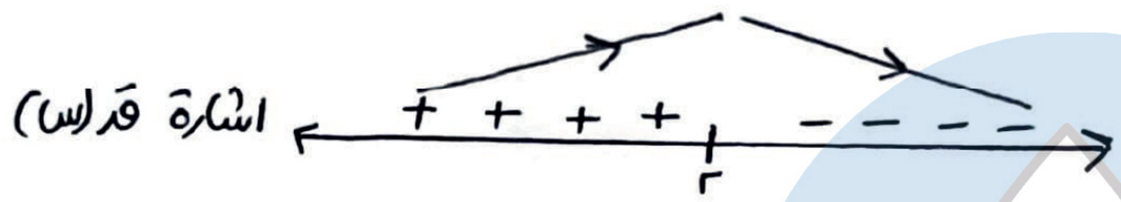


• 2010 إكمال / جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = ٤س − س² ، س ∈ ح

الحل/ ق(س) = ٤س − س² ⇐ قَ(س) = ٤ − ٢س ⇐ صفر = ٤ − ٢س

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٤}{٢}$ ⇐ س = ٢

اشارة قَ(س) + + + + | − − − − ، ٢



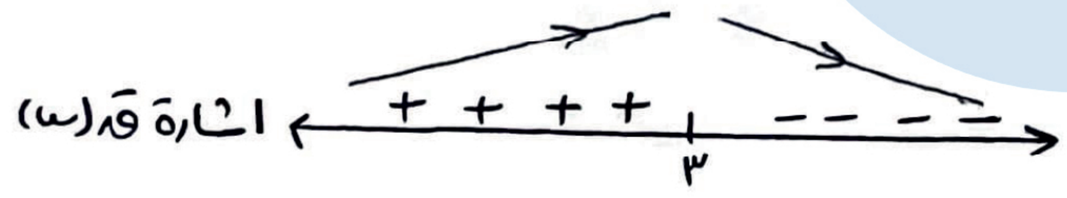
من اشارة قَ(س) يوجد قيمة عظمى محلية عند س = ٢ قيمتها ق(٢) = ٤(٢) − (٢)² = ٨ − ٤ = ٤

• 2011/ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) = ٢ + ٦س − س² ، س ∈ ح

الحل/ ق(س) = ٢ + ٦س − س² ⇐ قَ(س) = ٦ − ٢س ⇐ ن = ٦ − ٢س

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٦}{٢}$ ⇐ س = ٣

اشارة قَ(س) + + + + | − − − − ، ٣



عند س = ٣ يوجد قيمة عظمى محلية

ق(٣) = ٢ + ٦(٣) − (٣)² = ٢ + ١٨ − ٩

= ٢ + ٩ = ١١

• 2013/ إذا كان للاقتران ق(س) = س³ − ب س² ، س ∈ ح قيمة صغرى محلية عند س = ٢ جد قيمة الثابت ب ، ثم احسب قَ(٣)

الحل/ ق(س) = س³ − ب س² ⇐ قَ(س) = ٣س² − ٢ب س

يوجد قيمة قصوى عند س = ٢ ⇐ قَ(٢) = ٠

قَ(٢) = ٣(٢)² − ٢ب(٢) ⇐ صفر = ١٢ − ٤ب ⇐ $\frac{٤ب}{٤} = \frac{١٢}{٤}$ ⇐ ب = ٣

قَ(س) = ٣س² − ٢×٣س ⇐ قَ(س) = ٣س² − ٦س

قَ(٣) = ٣(٣)² − ٦(٣) = ٢٧ − ١٨ = ٩

⇐ قَ(٣) = ٩

أ.مي حواري

• 2014/ إذا كان للاقتران ق(س) = س³ + أس² − ٩س + ب ، س ∈ ح قيمة صغرى محلية عند س = ١ تساوي ٣ أوجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب

الحل/ يوجد قيمة صغرى عند س = ١ ⇐ قَ(١) = صفر

يوجد قيمة صغرى قيمتها ٣ ⇐ ق(١) = ٣

ق(س) = س³ + أس² − ٩س + ب ⇐ قَ(س) = ٣س² + ٢أس − ٩

قَ(١) = ٣(١)² + ٢أ(١) − ٩

صفر = ٣ − ٩ + ٢أ

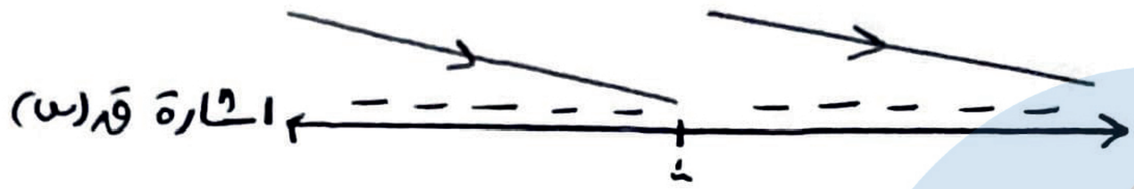
صفر = −٦ + ٢أ ⇐ $\frac{٦}{٢} = \frac{٢أ}{٢}$ ⇐ أ = ٣

ق(١) = (١)³ + أ(١)² − ٩(١) + ب ⇐ ٣ = ١ + أ − ٩ + ب ⇐ ٣ = −٨ + ٣ + ب

⇐ ٣ = −٥ + ب ⇐ ٣ + ٥ = ٨ = ب

• 2014 إكمال/ بين أنه لا يوجد للاقتران ق(س) = ٨ − س³ ، س ∈ ح أي قيمة قصوى محلية.

الحل/ ق(س) = ٨ − س³ ⇐ ق′(س) = −٣س² ⇐ صفر = −٣س² ⇐ ٠ = س² ⇐ ٠ = س



يتضح أن اشارة ق′(س) لم تتغير حول س = صفر ⇐ لا يوجد أي قيمة قصوى محلية #

اشارة ق′(س)

• 2016/ إذا كان للاقتران ق(س) = أس² − ٤س + ب ، س ∈ ح ، قيمة صغرى محلية عندما (س = ٢) وكان ق(٢) = صفر أوجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب

الحل/ ق(س) = أس² − ٤س + ب ⇐ ق′(س) = ٢أس − ٤

يوجد قيمة صغرى محلية عند س = ٢ ⇐ ق′(٢) = صفر

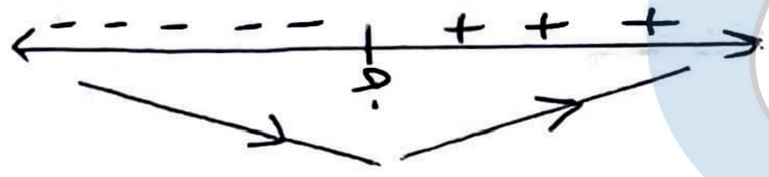
⇐ ق′(٢) = ٢أ(٢) − ٤ ⇐ صفر = ٤أ − ٤ ⇐ ٤/٤ = ٤أ/٤ ⇐ أ = ١

ق(٢) = ٠ ⇐ ق(٢) = أ(٢)² − ٤(٢) + ب

صفر = ٤ − ٨ + ب ⇐ صفر = −٤ + ب ⇐ ب = ٤

أ.مي حواري

• 2018/ إذا كان ق(س) = س² + بس + ٢ وكانت اشارة ق′(س) كما في الشكل المجاور أوجد قيمة ب ، جـ علماً بأن ق(١) = −٤



الحل/ ق(س) = س² + بس + ٢

ق(١) = (١)² + ب(١) + ٢

−٤ = ٣ + ب ⇐ −٤ − ٣ = ب ⇐ −٧ = ب

من الشكل يوجد قيمة صغرى محلية عند س = جـ ⇐ ق′(جـ) = صفر

ق′(س) = ٢س + ب = ٢س − ٧ ⇐ ق′(جـ) = ٢جـ − ٧ = صفر ⇐ ٢جـ/٢ = ٧/٢ ⇐ جـ = ٧/٢

• 2019 دور أول/ إذا كان ق(س) = س²(س − ٣) ، س ∈ ح أوجد:

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

٢/ القيم القصوى للاقتران ق(س) وأحدد نوعها.

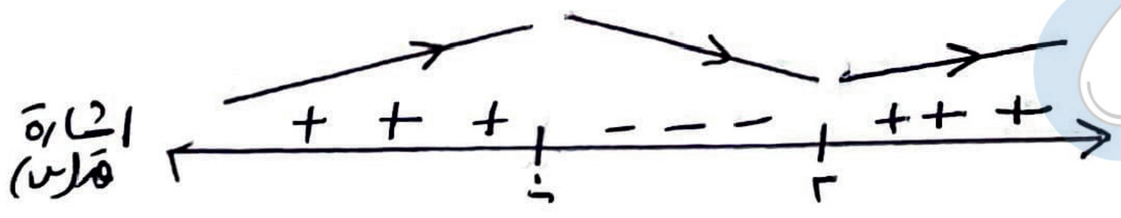
الحل/ ق(س) = س²(س − ٣) = س³ − ٣س²

ق′(س) = ٣س² − ٦س ⇐ صفر = ٣س² − ٦س اخراج (٣س) عامل مشترك.

صفر = ٣س(س − ٢)

إما ٣س/٣ = ٠/٣ ⇐ س = صفر أو س − ٢ = ٠ ⇐ س = ٢

١/ ق(س) متزايد على]−∞ ، ٠] ∪ [٢ ، ∞[



ق(س) متناقص على [٠ ، ٢]

اشارة ق′(س)

٢/ عند س = ٠ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(٠) = (٠)³ − ٣(٠)² = صفر

عند س = ٢ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(٢) = (٢)²(٢ − ٣) = ٤ × −١ = −٤

• 2019 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 - 4س + 5$ ، أوجد :

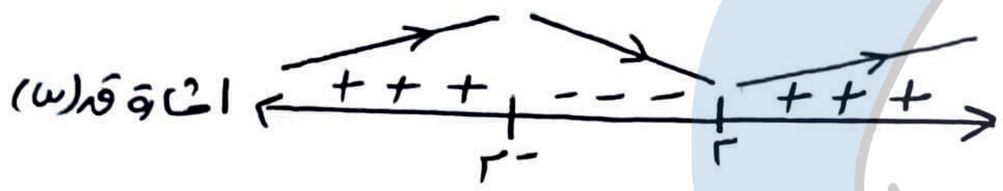
١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$ على مجاله

٢/ القيم القصوى للاقتران $ق(س)$ وأحدد نوعها.

الحل/ $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 - 4س + 5 \Leftarrow ق'(س) = \frac{1}{3} \times 3س^2 - 4 \Leftarrow ق'(س) = س^2 - 4$

$\Leftarrow$ صفر $= س^2 - 4 \Leftarrow 4 = س^2$ (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

$س = 2$ أو $س = -2$



من اشارة $ق'(س)$:

١/ $ق(س)$ متزايد على $]-\infty, -2[\cup]2, \infty[$

$ق(س)$ متناقص في $[-2, 2]$

٢/ • عند $(س = -2)$ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها $ق(-2) = \frac{1}{3}(-2)^3 - 4(-2) + 5$

$\Leftarrow ق(-2) = -\frac{8}{3} + 8 + 5 = -\frac{8}{3} + 13 = -\frac{8}{3} + \frac{13 \times 3}{1 \times 3} = \frac{39}{3} = \frac{31}{3}$

• عند $(س = 2)$ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها $ق(2) = \frac{1}{3}(2)^3 - 4(2) + 5$

$\Leftarrow ق(2) = \frac{8}{3} - 8 + 5 = \frac{8}{3} - 3 = \frac{8}{3} - \frac{3 \times 3}{1 \times 3} = \frac{8}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{1}{3}$

• 2020 دور أول / إذا كان $ق(س) = س^3 - 48س + 2$ فجد :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$ على مجاله

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ وأحدد نوعها.

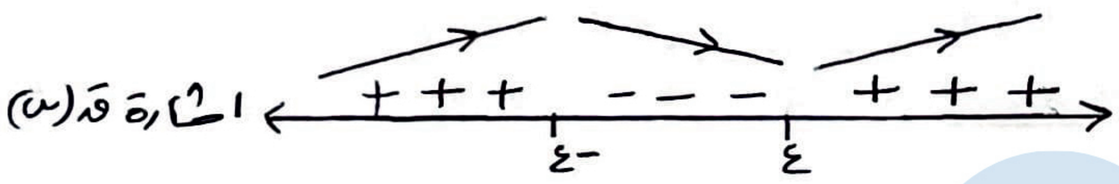
أ.مي حواري

الحل/ $ق(س) = س^3 - 48س \Leftarrow ق'(س) = 3س^2 - 48 \Leftarrow$ صفر $= 3س^2 - 48$

$\frac{48}{3} = \frac{3س^2}{3} \Leftarrow 16 = س^2$ "بأخذ الجذر التربيعي للطرفين"

$س = 4$ أو $س = -4$

من اشارة $ق'(س)$ يتضح :



١/ $ق(س)$ متناقص على $[-4, 4]$

$ق(س)$ متزايد على $]-\infty, -4] \cup [4, \infty[$

٢/ • عند $(س = -4)$ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها $ق(-4) = (-4)^3 - 48(-4)$

$\Leftarrow ق(-4) = -64 + 192 = 128$

• عند $(س = 4)$ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها $ق(4) = (4)^3 - 48(4)$

$\Leftarrow ق(4) = 64 - 192 = -128$

• 2020 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = س^3 + 3س^2 - 9س + 2$ فجد

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران على مجاله

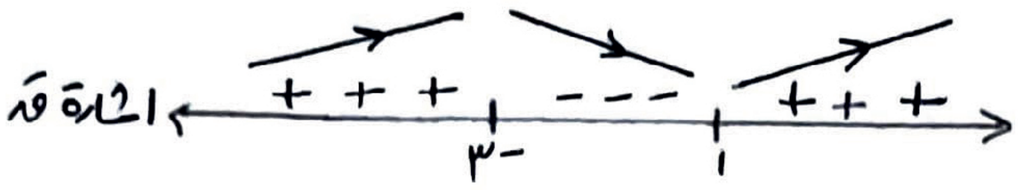
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ وأحدد نوعها.

الحل/ $ق(س) = س^3 + 3س^2 - 9س \Leftarrow ق'(س) = 3س^2 + 6س - 9$

(صفر $= 3س^2 + 6س - 9$) $\div 3 \Leftarrow$ صفر $= س^2 + 2س - 3 \Leftarrow$ صفر $= (س - 1)(س + 3)$

إما $س - 1 = 0 \Leftarrow س = 1$ أو $س + 3 = 0 \Leftarrow س = -3$

• من اشارة ق'(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متزايد في]-∞،-٣] ∪ [١،∞[
ق(س) متناقص في [-٣،١]

١٢ • عند (س = -٣) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(-٣) = (-٣)^٣ + ٣(-٣)^٢ - ٩(-٣)
⇐ ق(-٣) = -٢٧ + ٢٧ + ٢٧ = ٢٧

• عند (س = ١) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(١) = (١)^٣ + ٣(١) - ٩(١)
⇐ ق(١) = ١ + ٣ - ٩ = ٤ - ٩ = -٥

• 2020 دور ثالث / اذا كان ق(س) = ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٥ س ∈ ح جد :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

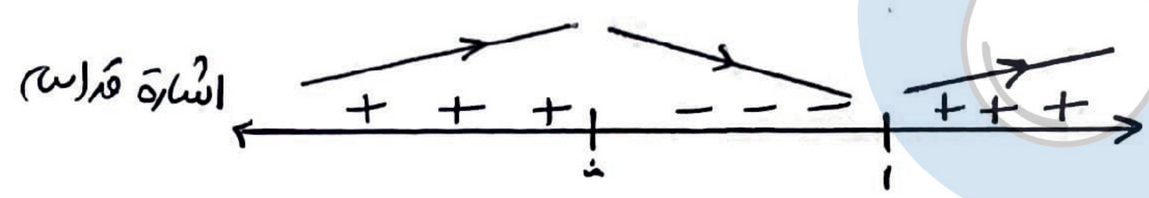
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) مبيناً نوعها .

الحل/ ق(س) = ٢س^٣ - ٣س^٢ + ٥ ⇐ ق'(س) = ٦س^٢ - ٦س = صفر "اخراج ٦س عامل مشترك"

٦س(س - ١) = ٠

إما ٦س = ٠ ÷ ٦ ⇐ س = ٠ أو س - ١ = ٠ ⇐ س = ١

• من اشارة ق'(س) يتضح أن :



⇐ • ق(س) متزايد على]-∞،٠] ∪ [١،∞[
ق(س) متناقص على [٠،١]

٢/ • عند (س = ٠) قيمة ظمى محلية قيمتها ق(٠) = ٢(٠)^٣ - ٣(٠)^٢ + ٥
⇐ ق(٠) = ٥

• عند (س = ١) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(١) = ٢(١)^٣ - ٣(١)^٢ + ٥
⇐ ق(١) = ٢ - ٣ + ٥ = ٤

أ.مي حواري

• 2021 دور أول / إذا كان ق(س) = س^٣ - ٣س^٢ - ٩س + ٢ جد :

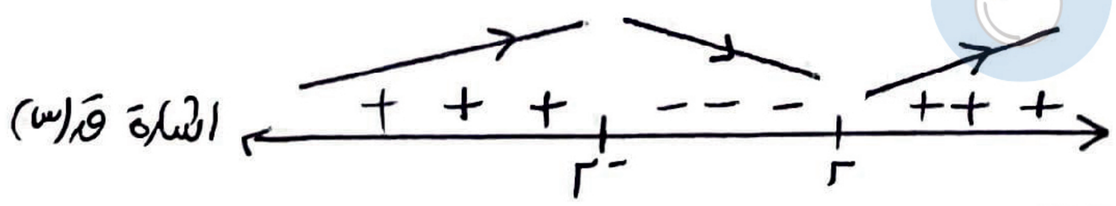
١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

الحل/ ق(س) = س^٣ - ٣س^٢ - ٩ ⇐ ق'(س) = ٣س^٢ - ٦س - ٩ = صفر ⇐ ٣س^٢ ÷ ٣ = ٩ ÷ ٣

س^٢ = ٩ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

إما س = ٣ أو س = -٣



• من اشارة ق'(س) يتضح أن :

١/ ق(س) متزايد على]-∞،-٣] ∪ [٣،∞[
ق(س) متناقص على [-٣،٣]

٢/ عند (س = -٢) يوجد قيمة حظمى محلية قيمتها $ق(-٢) = (-٢)^{٣} - ١٢(-٢) - ٦$

$\Leftarrow ق(-٢) = -٨ + ٢٤ - ٦ = ١٠$

• عند (س = ٢) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها $ق(٢) = (٢)^{٣} - ١٢(٢) - ٦$

$\Leftarrow ق(٢) = ٨ - ٢٤ - ٦ = -٢٢$

• 2021 دور أول/ اذا كان $ق(س) = ٤س^{٣} - ٢س + ج$ له قيمة صغرى عند (س = ١) وكان $ق(١) = -٣$

ما قيمة كل من الثابتين ٢، ج

الحل/ $ق(س)$ له قيمة صغرى عند س = ١ $\Leftarrow ق'(١) = صفر$

$ق'(س) = ١٢س^{٢} - ٢ \Leftarrow ق'(١) = ١٢(١) - ٢ \Leftarrow صفر = ١٠ - ٢ \Leftarrow ٢ = ٨$

$ق(س) = ٤س^{٣} - ٢س + ج = ٤س^{٣} - ٨س + ج$

$ق(١) = ٤(١)^{٣} - ٨(١) + ج \Leftarrow -٣ = ٤ - ٨ + ج \Leftarrow -٣ = -٤ + ج \Leftarrow ج = -٣ + ٤$

$ج = ١$

• 2021 دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - ٣س^{٢} + ١٥س + ٢٩$ ، جد:

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ وما نوعها.

الحل/ $ق(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - ٣س^{٢} + ١٥ \Leftarrow ق'(س) = \frac{١}{٣} \times ٣س^{٢} - ٦س - ٨س \Leftarrow ق'(س) = س^{٢} - ٦س$

$\Leftarrow$ صفر $= س^{٢} - ٦س \Leftarrow$ اخراج س عامل مشترك.

صفر $= س(س - ٦)$

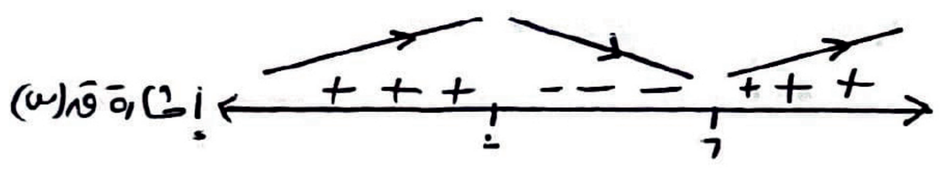
إما $س = ٠$ أو $س - ٦ = ٠ \Leftarrow س = ٦$

أ.مي حواري

• بمناقشة إشارة $ق'(س)$ يتضح أن:

١/ $ق(س)$ متزايد في $]-\infty ، ٠] \cup [٦ ، \infty[$

٢/ $ق(س)$ متناقص في $[٠ ، ٦]$



• عند (س = ٠) يوجد قيمة حظمى محلية قيمتها $ق(٠) = \frac{١}{٣}(٠)^{٣} - ٣(٠)^{٢} + ١٥ \Leftarrow ق(٠) = ١٥$

• عند (س = ٦) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها $ق(٦) = \frac{١}{٣}(٦)^{٣} - ٣(٦)^{٢} + ١٥$

$\Leftarrow ق(٦) = \frac{١}{٣}(٢١٦) - ٣(٣٦) + ١٥ = ٧٢ - ١٠٨ + ١٥ = -٢١$

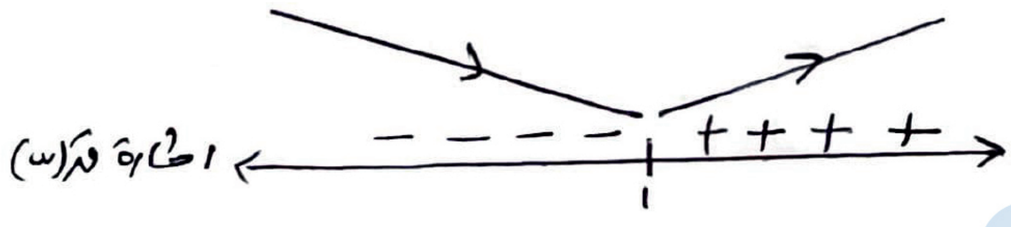
• 2021 دور ثالث/ إذا كان $ق(س) = ٢س^{٣} - ١٢س + ١$ ، جد:

١/ ما فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$

٢/ ما القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ وما نوعها.

الحل/ $ق(س) = ٢س^{٣} - ١٢س + ١ \Leftarrow ق'(س) = ٦س^{٢} - ١٢ \Leftarrow$ صفر $= ١٢س - ١٢$

$\Leftarrow \frac{١٢}{١٢} = \frac{١٢س}{١٢} \Leftarrow س = ١$



• بمناقشة إشارة $ق'(س)$ يتضح أن:

١/ $ق(س)$ متزايد في $[١ ، \infty[$

$ق(س)$ متناقص في $]-\infty ، ١]$.

• عند (س = ١) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(١) = ٦(١)^{٢} − ١٢(١) + ١
= ٦ − ١٢ + ١ = −٥

• 2022 دور (أول + ثاني) / إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س ، س ∈ ح جد

أ.مي حواري

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

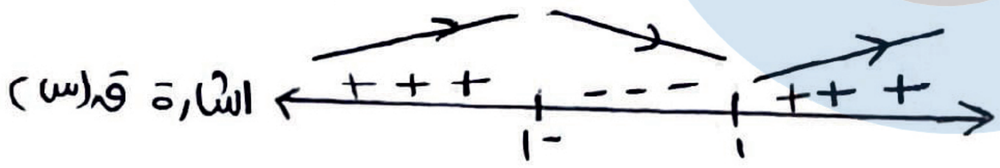
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = س^{٣} − ٣س ⇐ ق'(س) = ٣س^{٢} − ٣ ⇐ صفر = ٣س^{٢} − ٣ ⇐ $\frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣}$ س^{٢}

⇐ ١ = س^{٢} (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

إما ١ = س أو −١ = س

من اشارة ق'(س) نلاحظ :



١/ ق(س) متناقص على [−١ ، ١]

ق(س) متزايد في [١ ، ∞[∪]−∞ ، −١]

٢/ • عند (س = −١) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(−١) = (−١)^{٣} − ٣(−١) = −١ + ٣ = ٢

• عند (س = ١) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(١) = (١)^{٣} − ٣(١) = ١ − ٣ = −٢

• 2023 دور أول / إذا كان ق(س) = ٧س^{٢} − ١٤س + ١ ، س ∈ ح جد :

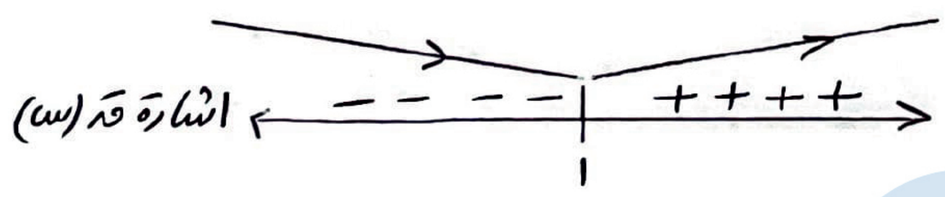
١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = ٧س^{٢} − ١٤س + ١ ⇐ ق'(س) = ١٤س − ١٤ ⇐ صفر = ١٤س − ١٤ ⇐ $\frac{١٤}{١٤} = \frac{١٤}{١٤}$ س

⇐ ١ = س

• من اشارة ق'(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متزايد في [١ ، ∞[

ق(س) متناقص في]−∞ ، ١]

٢/ عند س = ١ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(١) = ٧(١)^{٢} − ١٤(١) + ١ = ٧ − ١٤ + ١ = −٦

• 2023 دور ثاني / إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − ٩س ، س ∈ ح جد :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله .

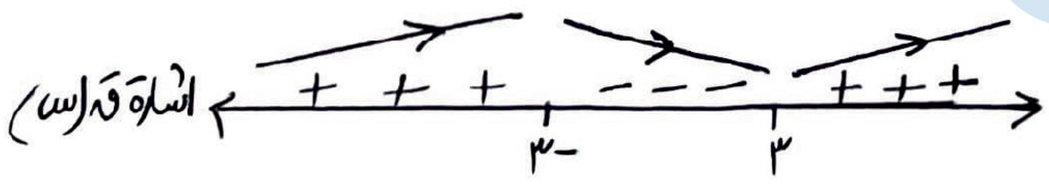
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − ٩س ⇐ ق'(س) = $\frac{٣}{٣}$ × س^{٢} − ٩ = س^{٢} − ٩ ⇐ صفر = س^{٢} − ٩

٩ = س^{٢} بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

س = ٣ أو س = −٣

• من اشارة ق'(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متزايد في [٣ ، ∞[∪]−∞ ، −٣]

ق(س) متناقص في [−٣ ، ٣]

٢/ • عند (س = -٣) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(-٣) = $\frac{١}{٣}$(-٣)^{٣} - ٩(-٣) = $\frac{-٢٧}{٣}$ + ٢٧

⇐ ق(-٣) = -٩ + ٢٧ = ١٨

• عند (س = ٣) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(٣) = $\frac{١}{٣}$(٣)^{٣} - ٩(٣) = $\frac{٢٧}{٣}$ - ٢٧

⇐ ق(٣) = ٩ - ٢٧ = -١٨

• 2023 دور ثالث / إذا كان للاقتران ق(س) = أس^{٢} - ١٠س + ب قيمة صغرى محلية عند س = ١ وكان ق(١) = ٢ فجد قيمة كلاً من الثابتين أ، ب

الحل / يوجد قيمة صغرى عند س = ١ لـ ق(س) ⇐ قَ(١) = صفر

قَ(س) = ٢أس - ١٠ ⇐ قَ(١) = ٢أ(١) - ١٠ ⇐ صفر = ٢أ - ١٠ ⇐ $\frac{١٠}{٢}$ = $\frac{٢أ}{٢}$ ⇐ أ = ٥

ق(١) = ٢ ⇐ ق(١) = أ(١)^{٢} - ١٠(١) + ب

٢ = ٥ - ١٠ + ب

٢ = -٥ + ب ⇐ ٢ + ٥ = ب ⇐ ب = ٧

أ.مي حواري

• 2024 دور أول / إذا كان الاقتران ق(س) = ١٢س - س^{٣} ، س ∈ ح

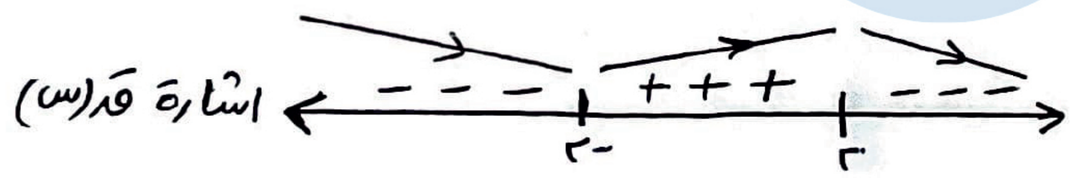
١/ جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٢/ أجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل / ق(س) = ١٢س - س^{٣} ⇐ قَ(س) = ١٢ - ٣س^{٢} ⇐ صفر = ١٢ - ٣س^{٢} ⇐ $\frac{٣}{٣}$س^{٢} = $\frac{١٢}{٣}$ ⇐ س^{٢} = ٤

⇐ س = ٢ أو س = -٢

• من اشارة قَ(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متزايد على [-٢، ٢]

ق(س) متناقص على [٢، ∞[∪]-∞، -٢]

٢/ • عند (س = -٢) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(-٢) = ١٢(-٢) - (-٢)^{٣} = -٢٤ + ٨ = -١٦

• عند (س = ٢) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(٢) = ١٢(٢) - ٢^{٣} = ٢٤ - ٨ = ١٦

• 2024 دور ثاني / إذا كان للاقتران ق(س) = أس - س^{٣} + جـ قيمة قصوى محلية عند النقطة (-١، ٢) فما قيمة كل من الثابتين أ، جـ

الحل / يوجد لـ ق(س) قيمة قصوى محلية عند (-١، ٢) ⇐ قَ(-١) = صفر ، ق(-١) = ٢

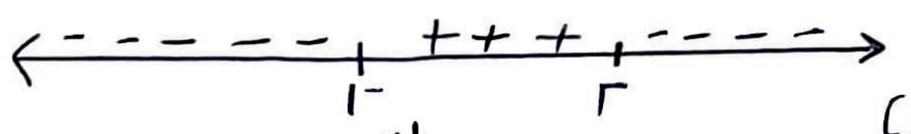
ق(س) = أس - س^{٣} + جـ ⇐ قَ(س) = أ - ٣س^{٢} ⇐ قَ(-١) = أ - ٣(-١)^{٢}

صفر = أ - ٣ ⇐ أ = ٣

ق(-١) = أ(-١) - (-١)^{٣} + جـ

٢ = ٣(-١) - -١ + جـ ⇐ ٢ = -٣ + ١ + جـ ⇐ ٢ = -٢ + جـ ⇐ ٢ + ٢ = ٤ = جـ

• يمثل الشكل المجاور اشارة قَ(س) ، اعتمد عليه في ايجاد :



أ/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

ب/ القيم القصوى للاقتران ق(س) ، وحدد نوعها

2024 دور ثالث (صفحة)

الحل/ من اشارة قَ(س) :

أ/ ق(س) متزايد على [-١، ٣]

ق(س) متناقص على]-∞، -١[∪]٣، ∞[

ب/ عند (س = -١) يوجد قيمة قصوى صغرى محلية قيمتها ق(-١)

عند (س = ٣) يوجد قيمة قصوى عظمى محلية قيمتها ق(٣) .

• 2024 دور ثالث (مصر) / إذا كان ق(س) = ٨س - س³ ، جـ :

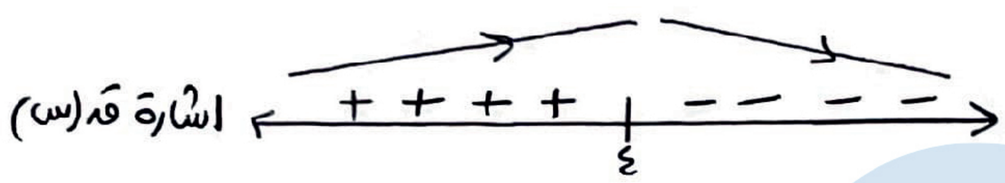
١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = ٨س - س³ ⇐ ق'(س) = ٨ - ٣س² ⇐ صفر = ٨ - ٣س² ⇐ ٣س² = ٨ ⇐ س² = ٨/٣

س = ± ٢√٦/٣

صد اشارة ق'(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متزايد على]-∞، ٤]

ق(س) متناقص على [٤، ∞[

٢/ • عند (س = ٤) يوجد قيمة عظمى محلية

قيمتها ق(٤) = ٨(٤) - (٤)³ = ٣٢ - ١٦ = ١٦

• 2025 دور أول / إذا كان ق(س) = س³ - ٢٧س ، جـ :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

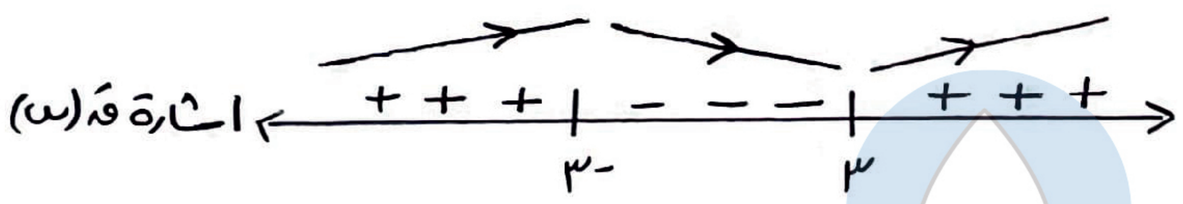
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = س³ - ٢٧س ⇐ ق'(س) = ٣س² - ٢٧ ⇐ صفر = ٣س² - ٢٧ ⇐ ٣س²/٣ = ٢٧/٣

س² = ٩ (نأخذ الجذر التربيعي للطرفين)

س = ٣ أو س = -٣

• من اشارة ق'(س) يتضح أن :



١/ ق(س) متناقص في [-٣، ٣]

ق(س) متزايد في]-∞، -٣] ∪ [٣، ∞[

٢/ • عند (س = -٣) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(-٣) = (-٣)³ - ٢٧(-٣) = -٢٧ + ٨١

⇐ ق(-٣) = ٥٤

• عند (س = ٣) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(٣) = (٣)³ - ٢٧(٣) = ٢٧ - ٨١

⇐ ق(٣) = -٥٤

• 2025 دور ثاني / إذا كان الاقتران ق(س) = س - ١/٣ س³ ، جـ :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

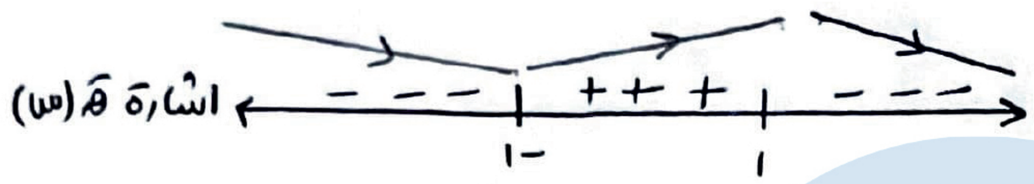
٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ ق(س) = س - ١/٣ س³ ⇐ ق'(س) = ١ - ٣/٣ س² = ١ - س² ⇐ صفر = ١ - س²

١ = س² (نأخذ الجذر التربيعي للطرفين) ⇐ س = ١ أو س = -١

أ.مي حواري

أ.مي حواري



• من اشارة ق(س) يتضح أن :

١/ ق(س) متزايد على [-١،١]

ق(س) متناقص في]-∞،-١] ∪ [١،∞[

٢/ • (عند س = -١) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(-١) = $-١ - \frac{١}{٣}(-١)^{٣} = -١ + \frac{١}{٣}$

$= \frac{-٢}{٣} = \frac{١}{٣} + \frac{-٣}{٣} = \frac{١}{٣} + \frac{-١ \times ٣}{١ \times ٣}$ ← ق(-١) =

• عند (س = ١) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(١) = $١ - \frac{١}{٣}(١)^{٣} = ١ - \frac{١}{٣}$

$= \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣} - \frac{٣}{٣} = \frac{١}{٣} - \frac{١ \times ٣}{١ \times ٣}$ ← ق(١) =

• تجريبي نابلس 2020/ إذا كان للاقتران ق(س) = $س^{٣} - ٣ب س - ٦$ قيمة صغرى محلية عند س = ٢

أوجد قيمة س التي تجعل للاقتران ق(س) عندها قيمة عظمى محلية .

الحل/ يوجد قيمة قصوى عند س = ٢ ← ق'(٢) = صفر

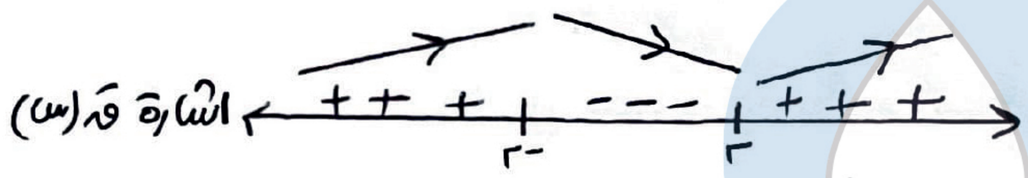
ق'(س) = $٣س^{٢} - ٣ب$ ← ق'(٢) = $٣(٢)^{٢} - ٣ب = ن$ ← $١٢ - ٣ب = ٠$ ← $٣ب = ١٢$

ق(س) = $س^{٣} - ١٢س - ١٢ = ن$ ← $\frac{٣س^{٢}}{٣} = \frac{١٢}{٣}$ ← $س^{٢} = ٤$ «نأخذ الجذر التربيعي للطرفين»

س = ٢ أو س = -٢

• من اشارة ق'(س) يتضح أنه

يوجد قيمة عظمى محلية عند س = -٢



• تجريبي جنوب الخليل 2024/ إذا كان ق(س) = $أ س^{٤} + ب س + ٣$ وكان للاقتران ق'(س) قيمة عظمى محلية عند (س = ١) وكان متوسط تغير الاقتران في [-٣،٢] يساوي (٤) فما قيمة كل من الثابتين أ، ب

الحل/ متوسط تغير ق(س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(٢) - ق(-٣)}{٢ - (-٣)} = \frac{ق(٢) - ق(-٣)}{٥}$

← $\frac{(أ(٢)^{٤} + ب(٢) - ٣) - (أ(-٣)^{٤} + ب(-٣) - ٣)}{٥} = \frac{٤أ + ٢ب - ٣ - ٨١أ + ٣ب + ٣}{٥}$

← $\frac{(٤أ - ٨١أ) + (٢ب + ٣ب)}{٥} = \frac{-٧٧أ + ٥ب}{٥} = \frac{-٧٧أ}{٥} + \frac{٥ب}{٥} = ٤$ ← معادلة (١) $\boxed{-٧٧أ + ٥ب = ٤}$

ق(س) = $أ س^{٤} + ب س - ٣$ له قيمة عظمى عند س = ١ ← ق'(١) = صفر

ق'(س) = $٤أ س^{٣} + ب$ ← ق'(١) = $٤أ(١) + ب$ ← معادلة (٢) $\boxed{٤أ + ب = صفر}$

نحل المعادلتين (١) و (٢) :

نطرح (٢) - (١) ← $٤٤أ = صفر - ٤$ ← $٨٣أ = -٤$ ← $أ = \frac{-٤}{٣}$

نعوض أ في (٢) ← $٤أ + ب = ٠$ ← ∴

$ب = \frac{٨}{٣}$ ← ∴ $ب = \frac{-٨}{٣} + ب$ ← ∴ $ب = ٢(\frac{-٤}{٣}) + ب$

• تجريبي بيت لحم 2025 / إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}س^{٣} + ب س^{٢}$ وكان للاقتران ق(س) قيمة قصوى محلية عند (س = ٤) فجد :

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

٢/ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

الحل/ $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 + ب س^2$ له قيمة قصوى عند $س = ٤ \Leftarrow ق'(٤) = صفر$

$ق'(س) = \frac{1}{3} \times ٣ س^2 + ٢ ب س \Leftarrow ق'(س) = س^2 + ٢ ب س \Leftarrow ق'(٤) = (٤)^2 + ٢ ب(٤)$

$\Leftarrow ق'(٤) = ١٦ + ٨ ب \Leftarrow صفر = ١٦ + ٨ ب \Leftarrow -\frac{١٦}{٨} = \frac{٨ ب}{٨} \Leftarrow ب = -٢$

$\Leftarrow ق'(س) = س^2 + ٢(-٢) س \Leftarrow ق'(س) = س^2 - ٤ س = صفر$ اخراج س عامل مشترك.

$\Leftarrow س(س - ٤) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س - ٤ = ٠ \Leftarrow س = ٤$

من اشارة $ق'(س)$ يتضح:



١/ • $ق(س)$ متزايد على $[٤, \infty) \cup [-\infty, ٠]$

$ق(س)$ متناقص في $[٠, ٤]$

$\Leftarrow ق(س) = \frac{1}{3}س^3 - ٢ س^2$

١/ • عند $(س = ٠)$ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها $ق(٠) = \frac{1}{3}(٠)^3 - ٢(٠)^2 = صفر$

• عند $(س = ٤)$ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها $ق(٤) = \frac{1}{3}(٤)^3 - ٢(٤)^2$

$\Leftarrow ق(٤) = \frac{٦٤}{3} - ٢ \times ١٦ = \frac{٦٤}{3} - \frac{٣ \times ٣٢}{3} = \frac{٦٤}{3} - \frac{٩٦}{3} = \frac{-٣٢}{3}$

"لا يستهينن أحد منكم بنفسه، ولا يتركن حمل مسؤولية الأمة لغيره، وابدؤوا من اليوم العناية بأنفسكم، فالأيام تمضي، والمستقبل قريب والعمر قصير، والأمة تنتظركم!"

الشيخ/ أحمد السيد.

أ.مي حواري

الدرس الخامس | التكامل غير المحدود

أ.مي حواري

• القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

• 2008 / $\int (\sqrt{3})\, دس =$

أ/ $\sqrt{3} + ج$ ب/ $\sqrt{3}\, س + ج$ ج/ $\sqrt{3}\, س$ د/ صفر

الحل/ $\int (\sqrt{3})\, دس = \sqrt{3}\, س + ج$

• 2009 إكمال / + 2010 إكمال / أحد الاقترانات التالية يمثل اقتراناً أصلياً للمشتقة $ق'(س) = 3س^2 - 4س$

أ/ $م(س) = س^3 - 2س^2$ ب/ $ق(س) = س^3 + 2س^2$ ج/ $م(س) = 6س - 4$

د/ $ق(س) = 3س^2 - 4س + ج$

الحل/ الاقتران الأصلي $= \int ق'(س)\, دس = \int 3س^2 - 4س\, دس$

$ق(س) = \frac{3}{3}س^3 - \frac{4}{2}س^2 = س^3 - 2س^2 + ج$

• 2010 / إذا كانت $ص = \int (\frac{1}{3}س^3)\, دس$ فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي:

أ/ $س^4$ ب/ $\frac{1}{3}س^3$ ج/ $\frac{س^4}{12}$ د/ $\frac{س^4}{12} + ج$

الحل/ $ص = \int (\frac{1}{3}س^3)\, دس \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{1}{3}س^3$

مشتقة التكامل غير المحدود ما داخله

• 2010 إكمال / $\int (\sqrt{س})\, دس$

أ/ $\sqrt{س} + ج$ ب/ $\frac{1}{2}س^{-\frac{1}{2}} + ج$ ج/ $\frac{3}{2}س^{\frac{3}{2}} + ج$ د/ $\frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} + ج$

الحل/ $\int (\sqrt{س})\, دس = \int س^{\frac{1}{2}}\, دس$

$= \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + ج$

$= \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} + ج$

• $\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$

• 2009 + 2011 / إذا كان $ق(س) = \int (2س^2 - 3)\, دس$ ، ما قيمة $ق'(2)$

أ/ 5 ب/ -2 ج/ -5 د/ 8

الحل/ $ق(س) = \int (2س^2 - 3)\, دس \Leftarrow ق'(س) = 2س^2 - 3$

$ق'(2) = 2(2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$

• 2011 إكمال / إذا كانت $ص = \int س(4س - 2)\, دس$ فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي:

أ/ $8س - 2$ ب/ $4س^2 - 2س$ ج/ $\frac{س^2}{2}(2س^2 - 2س)$ د/ $\frac{4}{3}س^3 + س^2 + ج$

الحل/ $ص = \int س(4س - 2)\, دس \Leftarrow \frac{دص}{دس} = س(4س - 2) = 4س^2 - 2س$

• 2012 / إذا كان $ق(س) = \int (3س^2)\, دس$ فما قيمة $ق'(1)$

أ/ صفر ب/ 3 ج/ 1 د/ $س^3 + ج$

الحل/ $ق(س) = \int (3س^2)\, دس \Leftarrow ق'(س) = 3س^2 \Leftarrow ق'(1) = 3(1)^2 = 3$

• 2012/ $\int (س\sqrt{س})\,دس =$

أ/ $س^{\frac{5}{2}} + جـ$ ب/ $\frac{3}{2}س^{\frac{1}{2}} + جـ$ جـ/ $س\sqrt{س} + جـ$ د/ $\frac{2}{5}س^{\frac{5}{2}} + جـ$

الحل/

$\int (س\sqrt{س})\,دس = \int (س^{1} \times س^{\frac{1}{2}})\,دس = \int س^{(1+\frac{1}{2})}\,دس = \int س^{\frac{3}{2}}\,دس$

$= \frac{س^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + جـ = \frac{2}{5}س^{\frac{5}{2}} + جـ$

• $1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

• $\frac{3}{2} + 1 = \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$

• 2012 إكمال/ أحد الاقترانات الآتية يمثل الاقتران الأصلي للمشتقة $ق'(س) = 6س - 3س^2$

أ/ $ق(س) = 3س^2 - 6س$ ب/ $ق(س) = 6 - س^3$ جـ/ $ق(س) = 6س^2 - 3س^3$

د/ $ق(س) = 3س^2 - س^3$

الحل/ الاقتران الأصلي $= \int ق'(س)\,دس = \int 6س - 3س^2\,دس$

$ق(س) = \frac{6}{2}س^2 - \frac{3}{3}س^3 + جـ = 3س^2 - س^3 + جـ$

• 2012 إكمال/ اذا كانت $\int ق'(س)\,دس = 3س^2 - 5س + جـ$ فإن $ق'(2) =$

أ/ -2 ب/ صفر جـ/ 2 د/ 7

الحل/ $\left(\int ق'(س)\,دس = 3س^2 - 5س + جـ\right)'$ باشتقاق الطرفين

$ق'(س) = 3 \times 2س - 5$

$ق'(2) = 6 \times 2 - 5 = 12 - 5 = 7$

أ.مي حواري

• 2014 إكمال/ $\int \sqrt[3]{5}\,دس =$

أ/ $\sqrt[3]{5} + جـ$ ب/ $\sqrt[3]{5}س + جـ$ جـ/ $\sqrt[3]{5س} + جـ$ د/ صفر

الحل/ $\int \sqrt[3]{5}\,دس = \sqrt[3]{5}س + جـ$

• 2016/ اذا علمت أن $ق(س) = \int (-س^2 + 5س + 1)\,دس$ فما قيمة $ق'(1)$

أ/ 3 ب/ 5 جـ/ صفر د/ 7

الحل/ $ق(س) = \int (-س^2 + 5س + 1)\,دس \Leftarrow ق'(س) = -س^2 + 5س + 1$

$\Leftarrow ق'(1) = -(1)^2 + 5(1) + 1 = \cancel{-1} + 5 + \cancel{1} = 5$

• 2016/ $\int (\pi^2)\,دس$

أ/ $\frac{\pi^3}{3} + جـ$ ب/ صفر جـ/ $\pi^2س + جـ$ د/ $2\pi س + جـ$

الحل/ $\int (\pi^2)\,س\,دس = \pi^2س + جـ$

• لاحظ: π^2 ثابت

• 2016/ اذا كان منحنى الاقتران $ق(س)$ يمر بالنقطة $(1, 4)$ وكان $ق'(س) = 2س + 5$

فإن قاعدة الاقتران $ق(س)$ هي:

أ/ $ق(س) = س^2 + 5س - 2$ ب/ $ق(س) = س^2 + 5س + 2$

جـ/ $ق(س) = س^2 + 5$ د/ $ق(س) = س^2 - 5$

الحل/ $\text{ق}(س) = ٣س + ٥ \Leftarrow \int \text{ق}(س) \, دس = \int (٣س + ٥) \, دس$

$\Leftarrow \text{و}(س) = \frac{٣}{٤}س^{٤} + ٥س + جـ \Leftarrow \text{و}(س) = س^{٤} + ٥س + جـ$

و (س) يمر بـ (١، ٤) $\Leftarrow$ و(١) = ٤

$\Leftarrow$ $(١)^{٤} + ٥(١) + جـ = ٤$

$١ + ٥ + جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ٤ - ٦ = -٢$

$\Leftarrow \text{و}(س) = س^{٤} + ٥س - ٢$

• 2016 الكمال/ $\int (\frac{٥}{س^{٤}}) \, دس$

ب/ $\frac{-٥}{س^{٣}} + جـ$ ج/ $\frac{١٥}{س^{٣}} + جـ$ د/ $\frac{٥}{س^{٣}}$

الحل/ $\int \frac{٥}{س^{٤}} \, دس = \int ٥س^{-٤} \, دس = \frac{٥س^{-٤+١}}{-٤+١} + جـ = \frac{-٥}{٣س^{٣}} + جـ$

• 2015 أكمل/ إذا كانت $ص = \int (٤س^{٣} + ١) \, دس$ فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي:

ب/ $س^{٤} + س + جـ$ ج/ $٤س^{٤} - ٤س$ د/ $١٢س^{٤}$

الحل/ $ص = \int (٤س^{٣} + ١) \, دس$

$\frac{دص}{دس} = ٤س^{٣} + ١$

• 2017 أكمل/ إذا علمت أن $\text{و}(س) = س^{٤} + \int (٣ - ٤س) \, دس$ فإن و(١) تساوي

ب/ ٥ ج/ ١٠ د/ ٧

الحل/ $\text{و}(س) = س^{٤} + \int (٣ - ٤س) \, دس$

$\text{ق}(س) = ٤س^{٣} + ٣ - ٤س \Leftarrow \text{ق}(١) = ٤(١)^{٣} + ٣ - ٤(١) = ٤ + ٣ = ٧$

• 2019 دور أول/ إذا كان $ص = س^{٣} + \int (٦س^{٤} + ٤) \, دس$ فما قيمة $\frac{دص}{دس}$

ب/ $س^{٣} + ٦س^{٤} + ٤$ ج/ $٣س^{٤} + ١٢س$ د/ $٣س^{٤} + ٢س^{٣} + ٤س + جـ$

الحل/ $ص = س^{٣} + \int (٦س^{٤} + ٤) \, دس$

$\frac{دص}{دس} = ٣س^{٤} + ٦س^{٤} + ٤ = ٩س^{٤} + ٤$

• 2019 دور ثاني/ إذا كان $\text{ق}(س) = \int (٣س^{٤} + جـ) \, دس$ وكان $\text{ق}(-١) = ٥$ ما قيمة الثابت جـ

ب/ ٥ ج/ ٧ د/ -١

الحل/ $\text{ق}(س) = \int (٣س^{٤} + جـ) \, دس \Leftarrow \text{ق}(س) = ٣س^{٤} + جـ$

$\text{ق}(-١) = ٣(-١)^{٤} + جـ$

$٥ = ٣ + جـ \Leftarrow جـ = ٥ - ٣ = ٢$

• 2020 دور أول/ اذا كان $\int ق(س)\,دس = س^2 - 7س + جـ$ ، فما قيمة $ق(2)$

أ/ $\frac{7}{2}$ ب/ 1 جـ/ -6 د/ -3

الحل/ $\left(\int ق(س)\,دس = س^2 - 7س + جـ\right)'$

$ق(س) = 2س - 7 \Leftarrow ق(2) = 2(2) - 7 = 4 - 7 = -3$

• 2020 دور ثالث/ ما قيمة $\int \frac{-1}{س^2}\,دس$

أ/ $س + جـ$ ب/ $\frac{1}{س} + جـ$ جـ/ $\frac{1}{س^3} + جـ$ د/ $س^3 + جـ$

الحل/

$\int \frac{-1}{س^2}\,دس = \int -س^{-2}\,دس = \frac{-س^{-2+1}}{-2+1} + جـ = \frac{-س^{-1}}{-1} + جـ = س^{-1} + جـ = \frac{1}{س} + جـ$

• 2020 دور ثالث/ ما قيمة $\int \sqrt[3]{س}\,دس$

أ/ $3س^{\frac{1}{3}} + جـ$ ب/ $\frac{3}{4}س^{\frac{3}{4}} + جـ$ جـ/ $\frac{3}{4}س^{\frac{4}{3}} + جـ$ د/ $\frac{1}{3}س^{\frac{1}{3}} + جـ$

الحل/

$\int \sqrt[3]{س}\,دس = \int س^{\frac{1}{3}}\,دس = \frac{س^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + جـ$

$= \frac{3}{4}س^{\frac{4}{3}} + جـ$

• $\frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} + \frac{3}{3} = \frac{4}{3}$

• 2022 دور أول/ إذا كانت $ب \in ح$ ، ما ناتج $\int 2ب\,دس$

أ/ $ب + جـ$ ب/ $2س\,ب + جـ$ جـ/ $ب^2س + جـ$ د/ $ب\,س + جـ$

الحل/ $\int (2ب)\,دس = 2ب\,س + جـ$ لاحظ $(2ب)$ ثابت.

• 2023 دور أول/ اذا كان $\int ق(س)\,دس = 2س^2 - س + جـ$ فإن $ق(س)$ تساوي

أ/ $4س - 1$ ب/ $2س^2 - س$ جـ/ $2س^2 - س + جـ$ د/ $4س^2 - 1 + جـ$

الحل/ $\left(\int ق(س)\,دس\right)' = \left(2س^2 - س + جـ\right)'$

$ق(س) = 2 \times 2س - 1 = 4س - 1$

• 2024 دور أول/ اذا كان $ق(س) = \int \left(\left(\frac{س+1}{2}\right) + س\right) دس$ ، ما قيمة $ق(3)$

أ/ 5 ب/ 3 جـ/ صفر د/ 2

الحل/ $ق(س) = \int \left(\left(\frac{س+1}{2}\right) + س\right) دس$

$ق(س) = \frac{س+1}{2} + س \Leftarrow ق(3) = \frac{3+1}{2} + 3 = \frac{4}{2} + 3 = 2 + 3 = 5$

• 2024 دور أول/ ما قيمة $\int \left((2س) + لو_{10}(0.1)\right) دس$

أ/ $س^2 - 2س + جـ$ ب/ $س^2 + 2س + جـ$ جـ/ $س^2 - س + جـ$ د/ $س^2 + س + جـ$

الحل/ $لو_{10}(0.1) = لو_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = لو_{10}\left(\frac{1}{10^2}\right) = لو_{10}(10^{-2}) = -2لو_{10}10 = -2$

$\Leftarrow \int (2س) + -2\,دس = \frac{2س^2}{2} - 2س + جـ = س^2 - 2س + جـ$

أ.مي حواري

• 2024 دور ثاني / اذا كان $\int$ ق(س) دس = س² − س + جـ ، فما قيمة ق(−١)

أ/ صفر ب/ −٣ جـ/ ٢ د/ −١

الحل/ $\left(\int \text{ق(س) دس}\right)' = \left(\text{س}^2 - \text{س} + \text{جـ}\right)'$

ق(س) = ٢س − ١ ⇐ ق(−١) = ٢(−١) − ١ = −٢ − ١ = −٣

• 2024 دور ثالث (ضفة) / ما قيمة $\int$ (٣) دس

أ/ ٣ + جـ ب/ ٣س + جـ جـ/ $\frac{٣}{٢}$س² + جـ د/ صفر

الحل/ $\int$ (٣) دس = ٣س + جـ

• 2024 دور ثالث (مصر) / ما قيمة $\int$ ($\frac{١}{٢}$هـ²) دس =

أ/ هـ + جـ ب/ $\frac{١}{٢}$هـ²س + جـ جـ/ ٢هـ + جـ د/ $\frac{١}{٢}$هـ² + جـ

الحل/ $\int$ ($\frac{١}{٢}$هـ²) دس = $\frac{١}{٢}$هـ²س + جـ

ثابت

أ.مي حواري

• 2025 دور ثاني / إذا كان $\int$ (س − س²) دس = ق(س) + جـ فما قيمة ق(س)

أ/ س − س² ب/ ١ − ٢س جـ/ $\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{س}^٣}{٣}$ + جـ د/ صفر

الحل/ $\int$ (س − س²) دس = ق(س) + جـ باشتقاق الطرفين

س − س² = ق(س)

• تجريبي رام الله والبيرة 2024 / إذا كان الاقتران ق(س) = بس² + $\int$ (٣س³ + ب) دس وكان ق(١) = ٦ ما قيمة الثابت ب

أ/ −٣ ب/ ١ جـ/ ٢ د/ ٣

الحل/ ق(س) = بس² + $\int$ (٣س³ + ب) دس

ق(س) = ٢بس + ٣س³ + ب

ق(١) = ٢ب(١) + ٣(١)³ + ب ⇐ ٦ = ٢ب + ب + ٣ ⇐ ٦ − ٣ = ٣ب

⇐ $\frac{٣}{٣} = \frac{٣\text{ب}}{٣}$ ⇐ ١ = ب

• تجريبي شمال الخليل 2025 / ما قاعدة الاقتران الذي مشتقته ق(س) = $\frac{٢}{\sqrt{\text{س}}}$ علماً بأن ق(٤) = ٣

أ/ ق(س) = $\frac{\sqrt{\text{س}}}{٤}$ − ٥ ب/ ق(س) = ٤$\sqrt{\text{س}}$ − ٥ جـ/ ق(س) = ٥$\sqrt{\text{س}}$ + ٤ د/ ق(س) = $\frac{\sqrt{\text{س}}}{٥}$ + ٤

الحل/

ق(س) = $\frac{٢}{\sqrt{\text{س}}}$ ⇐ $\int$ ق(س) دس = $\int \frac{٢}{\text{س}^{\frac{١}{٢}}}$ دس ⇐ ق(س) = $\int$ ٢س$^{-\frac{١}{٢}}$ دس

ملاحظة / $-\frac{١}{٢} + ١ = -\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٢} = \frac{١}{٢}$

ق(س) = ٢ $\frac{\text{س}^{-\frac{١}{٢}+١}}{-\frac{١}{٢}+١}$ + جـ ⇐ ق(س) = ٢ $\frac{\text{س}^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}}$ + جـ = ٢ × ٢$\sqrt{\text{س}}$ + جـ

ق(س) = ٤$\sqrt{\text{س}}$ + جـ ⇐ ق(٤) = ٤$\sqrt{٤}$ + جـ ⇐ ٣ = ٤ × ٢ + جـ ⇐ ٣ − ٨ = −٥ = جـ

ق(س) = ٤$\sqrt{\text{س}}$ − ٥ .

• خارجي/ اذا كان $\int ق(س)\,دس = (٣س^{٣} + ٧س + جـ)$ ، ما قيمة $ق'(١)$

أ/ -١٦ ب/ ١٦ جـ/ ١٨ د/ -١٨

الحل/ $\left[\int ق(س)\,دس = (٣س^{٣} + ٧س + جـ)\right]'$

$ق(س) = ٩س^{٢} + ٧$

$ق'(س) = ٩ \times ٢س = ١٨س \Leftarrow ق'(١) = ١٨(١) = ١٨$

• خارجي تفوق/ ما قيمة $٢\left(\int \frac{س-٢}{٢-س}\,دس - \int \frac{س-٣}{س-٣}\,دس\right)$

أ/ صفر ب/ $-س + جـ$ جـ/ $-٢س + جـ$ د/ $-٤س + جـ$

الحل/

$٢\left(\int \frac{س-٢}{٢-س}\,دس - \int \frac{س-٣}{س-٣}\,دس\right)$

$= ٢\left(\int -١\,دس - \int ١\,دس\right)$

$= ٢(-س - س) + جـ$

$= ٢ \times -٢س + جـ$

$= -٤س + جـ$

أ.مي حواري

• ملاحظة:

* $\frac{أ+ب}{أ+ب} = \frac{ب+أ}{أ+ب} = ١$

* $\frac{أ-ب}{أ-ب} = ١$

* $\frac{أ-ب}{ب-أ} = -١$

• القسم الثاني: أجب عن الأسئلة التالية:

• 2010/ جد قاعدة الاقتران $ق(س)$ المار بالنقطة $(٤، ٠)$ علماً بأن $ق'(س) = \frac{١}{\sqrt{س}}$

الحل/ $ق'(س) = \frac{١}{\sqrt{س}} = \frac{١}{س^{\frac{١}{٢}}} = س^{-\frac{١}{٢}}$

$\Leftarrow ق'(س) = س^{-\frac{١}{٢}} \Leftarrow \int ق'(س)\,دس = \int س^{-\frac{١}{٢}}\,دس$

$ق(س) = \frac{س^{-\frac{١}{٢}+١}}{-\frac{١}{٢}+١} + جـ$ $\Leftarrow -\frac{١}{٢} + ١ = -\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٢} = \frac{١}{٢}$

$ق(س) = ٢س^{\frac{١}{٢}} + جـ = ٢\sqrt{س} + جـ$

$ق(س)$ يمر بـ $(٤، ٠) \Leftarrow ق(٤) = صفر \Leftarrow ق(٤) = ٢\sqrt{٤} + جـ$

$صفر = ٢(٢) + جـ \Leftarrow -٤ = جـ$

$\Leftarrow ق(س) = ٢\sqrt{س} - ٤$

• 2010/ إذا كان $\int ق'(س)\,دس = س^{٣} + ٢س + جـ$ جد $ق'(٢)$

الحل/ $\int ق'(س)\,دس = س^{٣} + ٢س + جـ$ باشتقاق الطرفين

$ق(س) = ٣س^{٢} + ٢$

$ق'(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٢$

$ق'(٢) = ٣(٤) + ٢ = ١٢ + ٢ = ١٤$

• 2012/ جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن ق'(س) = ٣س² − ٦ علماً بأن ق(٢) = ٨

الحل/ ق'(س) = ٣س² − ٦

∫ ق'(س) دس = ∫ ٣س² − ٦ دس

ق(س) = ٣س³/٣ − ٦س + جـ ⇐ ق(س) = س³ − ٦س + جـ

ق(٢) = (٢)³ − ٦(٢) + جـ

٨ = ٨ − ١٢ + جـ ⇐ صفر = −١٢ + جـ ⇐ ١٢ = جـ

ق(س) = س³ − ٦س + ١٢

أ.مي حواري

• 2012 إكمال/ جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن ق'(س) = ٣ − ٢س ، ق(١) = ٤

الحل/ ق'(س) = ٣ − ٢س ⇐ ∫ ق'(س) دس = ∫ ٣ − ٢س دس

ق(س) = ٣س − ٢س²/٢ + جـ

ق(س) = ٣س − س² + جـ

⇐ ق(١) = ٤ ⇐ ق(١) = ٣(١) − (١)² + جـ

٤ = ٣ − ١ + جـ ⇐ ٤ = ٢ + جـ ⇐ ٤ − ٢ = جـ ⇐ ٢ = جـ

ق(س) = ٣س − س² + ٢

• 2013/ جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن ق'(س) = ٤س³ + ١ ، و ق(٢) = ١٢

الحل/ ق'(س) = ٤س³ + ١ ⇐ ∫ ق'(س) دس = ∫ ٤س³ + ١ دس

ق(س) = ٤/٤ س⁴ + س + جـ

ق(س) = س⁴ + س + جـ

ق(٢) = ١٢ ⇐ ق(٢) = (٢)⁴ + ٢ + جـ

١٢ = ١٦ + ٢ + جـ ⇐ ١٢ = ١٨ + جـ ⇐ ١٢ − ١٨ = −٦ = جـ

∴ ق(س) = س⁴ + س − ٦

• 2013/ إذا كان ∫ ق'(س) دس = ٢س³ + ٢ب س + جـ ، ق'(٢) = ٢٦ ما قيمة الثابت ب

الحل/ (∫ ق'(س) دس = ٢س³ + ٢ب س + جـ)'

ق'(س) = ٦س² + ٢ب

ق'(٢) = ٦(٢)² + ٢ب

٢٦ = ٢٤ + ٢ب ⇐ ٢٦ − ٢٤ = ٢ب ⇐ ٢/٢ = ٢ب/٢ ⇐ ب = ١

• 2014/ جد ∫ (س³ + ٦/س⁴) دس .

الحل/

∫ س³ + ٦/س⁴ دس = ∫ س³ + ٦س⁻⁴ دس = س^(٣+١)/(٣+١) + ٦س^(−٤+١)/(−٤+١) + جـ

= س⁴/٤ + ٦س⁻³/(−٣) + جـ = س⁴/٤ − ٢ × ١/س³ + جـ

• 2015 إكمال/ إذا كان $\int ق(س)\,دس = س^{٤} - ٦س^{٢} + ٨$ ، جد $ق'(٢)$

الحل/ $\left(\int ق(س)\,دس = س^{٤} - ٦س^{٢} + ٨\right)'$

$ق(س) = ٤س^{٣} - ٦ \times ٢س = ٤س^{٣} - ١٢س$

$ق'(س) = ٤ \times ٣س^{٢} - ١٢$

$ق'(٢) = ١٢(٢)^{٢} - ١٢ = ١٢ \times ٤ - ١٢$

$\Leftarrow ق'(٢) = ٤٨ - ١٢ = ٣٦$

أ.مي حواري

• 2016/ $\int س^{\frac{٣}{٢}} \sqrt{س}\,دس$.

الحل/ • مهم: $أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$

$\int س^{\frac{٣}{٢}} \sqrt{س}\,دس = \int س^{\frac{٣}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}}\,دس = \int س^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}}\,دس = \int س^{\frac{٤}{٢}}\,دس = \int س^{٢}\,دس$

$= \frac{س^{٣}}{٣} + ج$

• 2020 دور أول/ جد $\int \left(٤س^{٣} - \frac{٢}{٥س^{٢}}\right) دس$

الحل/ $\int \left(٤س^{٣} - \frac{٢}{٥س^{٢}}\right) دس = \int ٤س^{٣} - \frac{٢}{٥}س^{-٢}\,دس = \frac{\cancel{٤}س^{٤}}{\cancel{٤}} - \frac{٢س^{-١}}{٥ \times -١} + ج$

$= س^{٤} + \frac{٢}{٥س} + ج$

• 2020 دور ثاني/ جد $\int \left(\frac{٢}{س^{٢}} + \sqrt{س}\right) دس$

الحل/

$\int \left(\frac{٢}{س^{٢}} + \sqrt{س}\right) دس = \int ٢س^{-٢} + س^{\frac{١}{٢}}\,دس = \frac{٢س^{-٢+١}}{-٢+١} + \frac{س^{\frac{١}{٢}+١}}{\frac{١}{٢}+١} + ج$

$= -٢س^{-١} + \frac{س^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} + ج$ يقلب

$= \frac{-٢}{س} + \frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + ج$

• 2021 دور أول/ جد $\int \sqrt[٥]{س^{٢}} + س + \sqrt{٢}\,دس$

الحل/ $\int \sqrt[٥]{س^{٢}} + س + \sqrt{٢}\,دس = \int \left(س^{\frac{٢}{٥}} + س + \sqrt{٢}\right) دس = \frac{س^{\frac{٢}{٥}+١}}{\frac{٢}{٥}+١} + \frac{س^{١+١}}{١+١} + \sqrt{٢}س + ج$

$= \frac{٥}{٧}س^{\frac{٧}{٥}} + \frac{س^{٢}}{٢} + \sqrt{٢}س + ج$

• 2021 دور أول/ إذا كان $٣س^{٣} - ب س + ج = \int ق(س)\,دس$ وكان $ق(-١) = ٦$ فما قيمة الثابت ب

الحل/ $\left[٣س^{٣} - ب س + ج = \int ق(س)\,دس\right]'$

$٣ \times ٣س^{٢} - ب = ق(س)$

$٩(-١)^{٢} - ب = ق(-١) \Leftarrow ٩ - ب = ٦ \Leftarrow ٩ - ٦ = ب \Leftarrow ٣ = ب$

• 2021 دور أول / جد $\int (\sqrt{\text{س}} + \sqrt[5]{\text{س}})\,\text{دس}$

الحل/ $\int (\sqrt{\text{س}} + \sqrt[5]{\text{س}})\,\text{دس} = \int \sqrt{\text{س}} + \text{س}^{\frac{1}{5}}\,\text{دس} = \sqrt{\text{س}} + \frac{\text{س}^{\frac{1}{5}+1}}{\frac{1}{5}+1} + \text{ج}$

$= \sqrt{\text{س}} + \frac{5}{6}\text{س}^{\frac{6}{5}} + \text{ج}$

• $\frac{1}{5}+1 = \frac{1}{5}+\frac{5}{5} = \frac{6}{5}$

• 2022 دور ثاني / إذا كان $\text{ص} = \text{لو}_{2}\text{ن} + \int \frac{4}{1+\text{س}}\,\text{دس}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما $\text{س} = 3$

الحل/ $\text{ص} = \text{لو}_{2}\text{ن} + \int \frac{4}{1+\text{س}}\,\text{دس}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{صفر} + \frac{4}{1+\text{س}} \Leftarrow \left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=3} = \frac{4}{1+3} = \frac{4}{4} = 1$

• 2022 دور ثاني / جد قيمة $\int \left(\frac{1}{\text{س}^2} - \sqrt{\text{س}^5}\right)\text{دس}$.

الحل/

$\int \left(\frac{1}{\text{س}^2} - \sqrt{\text{س}^5}\right)\text{دس} = \int \text{س}^{-2} - \text{س}^{\frac{5}{2}}\,\text{دس} = \frac{\text{س}^{-2+1}}{-2+1} - \frac{\text{س}^{\frac{5}{2}+\frac{2}{2}}}{\frac{5}{2}+\frac{2}{2}} + \text{ج}$

$= \frac{\text{س}^{-1}}{-1} + - \frac{\text{س}^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + \text{ج} = \frac{-1}{\text{س}^1} - \frac{2}{7}\sqrt{\text{س}^7} + \text{ج}$

• 2022 دور ثالث / جد قيمة $\int \left(\frac{1}{\text{س}^3} - \sqrt{5}\right)\text{دس}$ ، $\text{س} \neq 0$

الحل/

$\int \left(\frac{1}{\text{س}^3} - \sqrt{5}\right)\text{دس} = \int \text{س}^{-3} - \sqrt{5}\,\text{دس} = \frac{\text{س}^{-3+1}}{-3+1} - \sqrt{5}\,\text{س} + \text{ج}$

$= \frac{\text{س}^{-2}}{-2} - \sqrt{5}\,\text{س} + \text{ج}$

$= \frac{-1}{2\text{س}^2} - \sqrt{5}\,\text{س} + \text{ج}$

أ.مي حواري

• 2022 دور ثالث / ما قيمة الثابت ب ، إذا كان $\frac{1}{\text{س}^3} + \text{ب}\text{س} + \text{ج} = \int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$ ، $\text{ق}(-1) = \text{صفر}$

الحل/ $\left(\frac{1}{\text{س}^3} + \text{ب}\text{س} + \text{ج}\right)' = \left(\int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}\right)'$

$\left(\text{س}^{-3} + \text{ب}\text{س} + \text{ج}\right)' = \text{ق}(\text{س})$

$-3\text{س}^{-4} + \text{ب} = \text{ق}(\text{س}) \Leftarrow \frac{-3}{\text{س}^4} + \text{ب} = \text{ق}(\text{س}) \Leftarrow \frac{-3}{(-1)^4} + \text{ب} = \text{ق}(-1)$

$\Leftarrow -3 + \text{ب} = 0 \Leftarrow \text{ب} = 3$

• 2023 دور أول / جد $\int \sqrt[4]{\text{س}} - \frac{2}{\text{س}^2}\,\text{دس}$

الحل/ $\int \left(\sqrt[4]{\text{س}} - \frac{2}{\text{س}^2}\right)\text{دس} = \int \left(\text{س}^{\frac{1}{4}} - 2\text{س}^{-2}\right)\text{دس} = \frac{\text{س}^{\frac{1}{4}+1}}{\frac{1}{4}+1} - 2\frac{\text{س}^{-2+1}}{-2+1} + \text{ج}$

$= \frac{4}{5}\text{س}^{\frac{5}{4}} - \frac{2\text{س}^{-1}}{-1} + \text{ج} = \frac{4}{5}\text{س}^{\frac{5}{4}} + \frac{2}{\text{س}} + \text{ج}$

• 2023 دور أول / جد مشتقة الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \int (1+\text{س})^2\,\text{دس} - (0.003)^5$

الحل/ $\text{ق}(\text{س}) = \int (1+\text{س})^2\,\text{دس} - (0.003)^5$

$\text{ق}'(\text{س}) = (1+\text{س})^2 - \text{صفر} = (1+\text{س})^2$

• 2023 دور أول/ جد قاعدة الاقتران ق(س) الذي مشتقته ق'(س) = $\sqrt[4]{س^3}$ علماً بأنه ق(1) = 1

الحل/ ق'(س) = $\sqrt[4]{س^3}$ ⇐ ق(س) = $س^{\frac{3}{4}}$

ق(س) = ∫ $س^{\frac{3}{4}}$ دس

$$ق(س) = \frac{س^{\frac{3}{4}+1}}{\frac{3}{4}+1} + ج$$

$$ق(س) = \frac{س^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + ج = \frac{4}{7}\sqrt[4]{س^7} + ج$$

$$ق(1) = \frac{4}{7}\sqrt[4]{1^7} + ج$$

$$1 = \frac{4}{7} + ج \Leftarrow$$

$$ج = 1 - \frac{4}{7} \Leftarrow ج = \frac{7}{7} - \frac{4}{7} \Leftarrow ج = \frac{3}{7}$$

$$ق(س) = \frac{4}{7}\sqrt[4]{س^7} + \frac{3}{7} \Leftarrow$$

• 2023 دور ثالث/ إذا كانت ق'(س) = (3س² + 3) و ق(-1) = 8 جد ق(س)

الحل/ ق'(س) = $3س^2 + 3$ ⇐ ق(س) = ∫ $(3س^2 + 3)$ دس

$$ق(س) = \frac{3س^3}{3} + 3س + ج$$

$$ق(س) = س^3 + 3س + ج$$

$$ق(-1) = (-1)^3 + 3(-1) + ج$$

$$8 = -1 - 3 + ج \Leftarrow 8 = -4 + ج \Leftarrow ج = 12$$

$$ق(س) = س^3 + 3س + 12$$

أ.مي حواري

• 2024 دور أول/ إذا كان ق'(س) = 1 و ق(2) = 13 فما قيمة ق(5)

الحل/ ق'(س) = 1 ⇐ ق(س) = ∫ 1 دس ⇐ ق(س) = $س + ج$

$$ق(2) = 2 + ج \Leftarrow 13 = 2 + ج \Leftarrow ج = 11$$

$$ق(س) = س + 11$$

$$ق(5) = 5 + 11 = 16$$

• 2024 دور ثالث (فندق)/ جد ∫ $(6س^{-4} + \frac{2}{5س^2})$ دس

الحل/ ∫ $6س^{-4} + \frac{2}{5س^2}$ دس = ∫ $6س^{-4} + \frac{2}{5}س^{-2}$ دس = $\frac{6س^{-3}}{-3} + \frac{2}{5} \times \frac{س^{-1}}{-1} + ج$

$$= -2س^{-3} + \frac{-2}{5س} + ج$$

• 2024 دور ثالث (مصر)/ جد ∫ $(\sqrt{3س} + \frac{8}{3س^{-3}} + س^{\frac{1}{2}})$ دس

الحل/ ∫ $\sqrt{3س} + 8س^3 + س^{\frac{1}{2}}$ دس

$$= \sqrt{3}س + 2س^4 + \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + ج$$

$$= \sqrt{3}س + 2س^4 + \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} + ج$$

• تجريبي شروق غزة 2022 / جد $\int \sqrt{س}\,(\sqrt{س}-س\sqrt{س})\,دس$.

الحل/ $= \int \sqrt{س}\,(\sqrt{س}-س\sqrt{س})\,دس = \int \sqrt{س}\times\sqrt{س} - س\sqrt{س}\sqrt{س}\,دس$

$= \int س - س\times س\,دس = \int س - س^{2}\,دس = \frac{س^{2}}{2} - \frac{س^{3}}{3} + ج$

• تجريبي قباطية 2024 / اذا كان $ق'(س) = \sqrt{س}\times\sqrt{س^{3}}$ فما معادلة مماس تغير $ق(س)$ في $[1,4]$

الحل/ $ق'(س) = س^{\frac{1}{2}}\times س^{\frac{3}{2}} = س^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}$

$ق'(س) = س^{2} \Leftarrow ق(س) = س^{3}$ $\Leftarrow$ $\int ق'(س)\,دس = \int (س)^{2}\,دس$

$\Leftarrow ق(س) = \frac{1}{3}س^{3} + ج$

متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_{2})-ق(س_{1})}{س_{2}-س_{1}} = \frac{ق(2)-ق(1)}{2-1} = \frac{(\frac{1}{3}(2)^{3}+ج)-(\frac{1}{3}(1)^{3}+ج)}{1}$

$= \frac{8}{3} + ج - \frac{1}{3} - ج = \frac{7}{3}$

• تجريبي نابلس 2025 / إذا كان $ق'(س) = 3س^{2}+ب$ وكان $ق'(1) = 3ق(1) = 6$ أجد

أ/ قاعدة الاقتران $ق(س)$ ب/ متوسط تغير $ق(س)$ في $[1,6]$

الحل/ $ق'(1) = 6$ / $\frac{3ق(1)}{3} = \frac{6}{3} \Leftarrow ق(1) = 2$

أ/ $ق'(س) = 3س^{2}+ب \Leftarrow ق'(1) = 3+ب \Leftarrow 6 = 3+ب \Leftarrow ب = 6-3 = 3$

$\Leftarrow ب = 3$

$ق'(س) = 3س^{2}+3$

$\int ق'(س)\,دس = \int (3س^{2}+3)\,دس \Leftarrow ق(س) = س^{3}+3س+ج$

$\Leftarrow ق(س) = س^{3}+3س+ج$

$ق(1) = (1)^{3}+3(1)+ج$

$2 = 4+ج \Leftarrow ج = 2-4 = -2$

$\Leftarrow ق(س) = س^{3}+3س-2$

أ.مي حواري

ب/ متوسط تغير $ق(س) = \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_{2})-ق(س_{1})}{س_{2}-س_{1}} = \frac{ق(4)-ق(1)}{4-1}$

$= ((4)^{3}+3(4)-2)-((1)^{3}+3(1)-2) = (64+12-2)-(1+3-2) = 74-2 = 72$

• خارجي تفوق/ جد $\int_{4}^{} \frac{س^{3}+س}{س^{4}+1}\,دس$

الحل/ $\int_{4}^{} \frac{س^{3}+س}{س^{4}+1}\,دس = \int_{4}^{} \frac{س(س^{2}+1)}{س^{4}+1}\,دس = \int_{4}^{} س\,دس = \frac{س^{2}}{2}\times 4 + ج$

$= 2س^{2}+ج$

اخراج س عامل مشترك من البسط

• خارجي تفوق/ جد $\int \sqrt{س}\left(\frac{٢}{\sqrt{س}} + ٤\sqrt{س}\right) دس$.

الحل/

$$\int \sqrt{س}\left(\frac{٢}{\sqrt{س}} + ٤\sqrt{س}\right) دس = \int \left(\cancel{\sqrt{س}} \times \frac{٢}{\cancel{\sqrt{س}}} + ٤\sqrt{س} \times \sqrt{س}\right) دس = \int ٢ + ٤س \, دس$$

$$= ٢س + \frac{٤}{٢}س^{٢} + جـ = ٢س + ٢س^{٢} + جـ$$

• خارجي/ إذا علمت أن $\int ق'(س) \, دس = ٣س^{٢} - ٢س + جـ$ جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن منحنى ق(س) يمر بالنقطة (١، ٨) .

الحل/

$$\int ق'(س) \, دس = ٣س^{٢} - ٢س + جـ$$

$$ق(س) = ٣س^{٢} - ٢س + جـ$$

ق(س) يمر بـ (١، ٨) ⇐ ق(١) = ٨ ⇐ $ق(١) = ٣(١)^{٢} - ٢(١) + جـ$

$$٨ = ٣ - ٢ + جـ$$

$$٨ = ١ + جـ \Leftarrow ٨ - ١ = ٧ = جـ$$

⇐ $ق(س) = ٣س^{٢} - ٢س + ٧$

• خارجي/ ما قيمة الثابت ب حيث $ق'(-١) = ٤$ وكان $٣\sqrt[٣]{س} + \frac{ب}{٢}س^{٢} + جـ = \int ق(س) \, دس$

الحل/

$$٣\sqrt[٣]{س} + \frac{ب}{٢}س^{٢} + جـ = \int ق(س) \, دس$$

$$\left(٣س^{\frac{١}{٣}} + \frac{ب}{٢}س^{٢} + جـ = \int ق(س) \, دس\right)'$$ باشتقاق الطرفين

$$\cancel{٣} \times \frac{١}{\cancel{٣}} س^{\frac{١}{٣} - ١} + \frac{ب}{\cancel{٢}} \times \cancel{٢} س = ق(س)$$

$$س^{-\frac{٢}{٣}} + ب س = ق(س)$$

$$-\frac{٢}{٣}س^{-\frac{٢}{٣} - ١} + ب = ق'(س) \Leftarrow -\frac{٢}{٣}س^{-\frac{٥}{٣}} + ب = ق'(س)$$

• $-\frac{٢}{٣} - ١ = -\frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٣} = -\frac{٥}{٣}$

$$\frac{-٢}{٣\sqrt[٣]{س^{٥}}} + ب = ق'(س)$$

$$\frac{-٢}{٣\sqrt[٣]{(-١)^{٥}}} + ب = ق'(-١)$$

أ.مي حواري

$$\frac{-٢}{-٣} + ب = ٤ \Leftarrow \frac{٢}{٣} + ب = ٤ \Leftarrow ب = ٤ - \frac{٢}{٣}$$

$$ب = \frac{٤ \times ٣}{٣} - \frac{٢}{٣}$$

$$ب = \frac{١٢ - ٢}{٣} = \frac{١٠}{٣}$$

...أنت تحاول ، وكم للمحاولات من تفاصيل ، وكم للتفاصيل من أجور !
يا فتى !

أ.مي حواري

الدرس السادس | التكامل المحدود

• القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

• 2007 / $\int_{٣}^{٥} (٢)\, دس$

أ/ ٣ ب/ ٥ ج/ ٢ د/ ٤

الحل/ $\int_{٣}^{٥} (٢)\, دس = ٢س \Big|_{٣}^{٥} = ٢(٥-٣) = ٢(٢) = ٤$

• 2007 / $\int_{٠}^{٢} (س^{\frac{٣}{٢}} \sqrt{س})\, دس =$

أ/ ٤ ب/ $\frac{٨}{٣}$ ج/ صفر د/ $\frac{٣}{٢}$

الحل/ $\int_{٠}^{٢} س^{\frac{٣}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}}\, دس = \int_{٠}^{٢} س^{٢} = \frac{س^{٣}}{٣} \Big|_{٠}^{٢}$

• ملاحظة $س^{\frac{٣}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}} = س^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}} = س^{\frac{٤}{٢}} = س^{٢}$

$= \frac{١}{٣}(٢^{٣} - صفر^{٣})$

$= \frac{١}{٣}(٨ - ٠) = \frac{٨}{٣}$

• 2009 / إذا كان $\int_{٣}^{ب} (ب)\, دس = ١٠$ فإن قيمة / قيم الثابت ب هي :

أ/ ٢ ، ٥ ب/ -٢ ، ٥ ج/ ٢ ، ٥ د/ -٢ ، -٥

الحل/ $\int_{٣}^{ب} (ب)\, دس = ب س \Big|_{٣}^{ب} = ب(ب-٣) = ١٠ \Leftarrow ب^{٢} - ٣ب = ١٠$

$ب^{٢} - ٣ب - ١٠ = صفر$

$(ب+٢)(ب-٥) = ٠$

إما $ب + ٢ = ٠ \Leftarrow ب = -٢$ أو $ب - ٥ = ٠ \Leftarrow ب = ٥$

$\Leftarrow ب = \{-٢ ، ٥\}$

• 2009 إكمال / إذا كان $\int_{٠}^{ج} (٥)\, دس = ٢٠$ فإن قيمة / قيم الثابت ج هي :

أ/ ٤ ب/ ٥ ج/ ٢٠ د/ ١٥

الحل/ $\int_{٠}^{ج} (٥)\, دس = ٥س \Big|_{٠}^{ج} = ٥(ج - ٠) = ٢٠$

$\frac{٥}{٥} ج = \frac{٢٠}{٥} \Leftarrow ج = ٤$

• 2009 إكمال / إذا كان $ك(س) = \int_{١}^{٣} (٣س^{٢} + ٢س)\, دس$ ، فإن $ك'(١) =$

أ/ ٨ ب/ ٥ ج/ صفر د/ ١

الحل/ • مشتقة التكامل المحدود دائماً صفر

$\Leftarrow ك'(س) = صفر \leftarrow ك'(١) = صفر$

• 2008 + 2011 / إذا كان $ق(١) = ٨$ ، $ق(٥) = ٦$ فإن $\int_{١}^{٥} ق'(س)\, دس =$

أ/ ٤٨ ب/ ١٤ ج/ ٢ د/ -٢

الحل/ $\int_{١}^{٥} ق'(س)\, دس = ق(س) \Big|_{١}^{٥} = ق(٥) - ق(١) = ٦ - ٨ = -٢$

• 2011 الكمال/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{س}{س+1}$ فإن $\int_{0}^{\frac{1}{4}} ق'(س)\,دس =$

أ/ $-\frac{3}{4}$ ب/ صفر ج/ $\frac{1}{4}$ د/ $\frac{1}{2}$

الحل

$$\int_{0}^{\frac{1}{4}} ق'(س)\,دس = ق(س)\Big|_{0}^{\frac{1}{4}} = ق(\tfrac{1}{4}) - ق(0) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}+1} - \frac{0}{0+1} = \frac{1}{5} - صفر = \frac{1}{5}$$

• 2012 الكمال/ قيمة التكامل المحدود $\int_{1}^{2} (س^{3} \sqrt{س})\,دس$

أ/ $\frac{7}{2}$ ب/ $\frac{5}{2}$ ج/ $\frac{5}{4}$ د/ $\frac{7}{4}$

الحل

$$\int_{1}^{2} (س^{3}\sqrt{س})\,دس = \int_{1}^{2} س^{3} \times س^{\frac{1}{2}}\,دس = \int_{1}^{2} س^{\frac{7}{2}}\,دس = \frac{س^{\frac{9}{2}}}{\frac{9}{2}}\Big|_{1}^{2} = \frac{2}{9}(2^{\frac{9}{2}} - 1^{\frac{9}{2}}) = \frac{2}{9}(32 - 1) = \frac{62}{9}$$

أ.مي حواري

• 2014/ إذا كان $ص = س^{3} + \int_{1}^{س} (\frac{1}{2}س^{3})\,دس$ فإن قيمة $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = 1$

أ/ 1-/3 ب/ 2 ج/ 6 د/ 2-

الحل $ص = س^{3} + \int_{1}^{س} (\frac{1}{2}س^{3})\,دس \in \frac{دص}{دس} = 3س^{2} + صفر \Rightarrow \frac{دص}{دس}\Big|_{س=1} = 3(1)^{2} = 3$

• 2014/ $\int \sqrt{س}\,(1 + \sqrt{س})\,دس =$

أ/ $\frac{3}{2}$ ب/ 1 ج/ $\frac{2}{3}$ د/ صفر

الحل

$$\int \sqrt{س}\,(1+\sqrt{س})\,دس = \int س^{\frac{1}{2}}(1 + س^{\frac{1}{2}})\,دس = \int \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\,دس = \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}}\Big|_{0}^{1} = \frac{2}{3}(1^{\frac{3}{2}} - 0^{\frac{3}{2}})$$

$$= \frac{2}{3}(1 - صفر) = \frac{2}{3}$$

• 2018/ $\int \frac{1}{س^{4}}\,دس =$

أ/ $\frac{9-}{24}$ ب/ $\frac{7-}{24}$ ج/ $\frac{7}{24}$ د/ $\frac{7}{8}$

الحل

$$\int_{1}^{2} (\frac{1}{س^{4}})\,دس = \int_{1}^{2} س^{-4}\,دس = \frac{س^{-3}}{-3}\Big|_{1}^{2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{س^{3}}\Big|_{1}^{2} = -\frac{1}{3}(\frac{1}{2^{3}} - \frac{1}{1^{3}})$$

$$= -\frac{1}{3}(\frac{1}{8} - 1) = -\frac{1}{3}(\frac{1}{8} - \frac{8}{8}) = -\frac{1}{3}\times\frac{7-}{8} = \frac{7}{24}$$

• 2020 دور ثالث/ إذا كان $ق(1) = 5$ ، $ق'(1) = 10$ ، $ق(2) = 8$ ، $ق'(2) = 8$ فما قيمة $\int_{2}^{2} ق(س)\,دس$

أ/ 2 ب/ 3 ج/ 3- د/ 5-

الحل $\int_{2}^{2} ق(س)\,دس = ق(س)\Big|_{2}^{2} = ق(1) - ق(2) = 5 - 8 = 3-$

• 2020 الاستكمالية / إذا كان $\int_{1}^{5} ق(س)\,دس = 6$ ، فما قيمة $\int_{5}^{1} 2ق(س)\,دس$

أ/ 6 ب/ -6 ج/ 12 د/ -12

الحل/

$\int_{5}^{1} 2ق(س)\,دس = 2\int_{5}^{1} ق(س)\,دس = 2 \times -6 = -12$

• 2020 دور ثالث / إذا كان $\int_{1}^{2ب} (5)\,دس = 15$ فما قيمة الثابت ب :

أ/ 1 ب/ 2 ج/ 3 د/ 4

الحل/

$\int_{1}^{2ب} (5)\,دس = 5س \Big|_{1}^{2ب} = \frac{5}{5}(2ب - 1) = \frac{15}{5} \Leftarrow 2ب - 1 = 3 \Leftarrow 2ب = 3 + 1$

$\frac{2ب}{2} = \frac{4}{2} \Leftarrow ب = 2$

• 2021 دور أول / إذا كان $ص = 2هـ(س) + \int_{ن}^{2} (2\sqrt{س} - 3)\,دس$ وكان $هـ'(5) = 2$ فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = 5$

أ/ -4 ب/ -2 ج/ 4 د/ 10

الحل/

$ص = 2هـ(س) + \int_{ن}^{2} (2\sqrt{س} - 3)\,دس$

$\frac{دص}{دس} = 2هـ'(س) + صفر \Leftarrow \frac{دص}{دس}\Big|_{س=5} = 2هـ'(5) = 2 \times 2 = 4$

• 2021 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = \frac{1}{2}\int_{4}^{4} \left(\frac{2س + 1}{\sqrt{س}}\right) دس$ ، $س \neq ن$ فما قيمة $ق'(4)$

أ/ صفر ب/ $\frac{3}{2}$ ج/ $\frac{9}{4}$ د/ $\frac{9}{2}$

الحل/

$\int_{أ}^{أ} ق(س)\,دس = صفر$

$\Leftarrow ق(س) = \frac{1}{2} \times صفر \Leftarrow ق(س) = صفر \Leftarrow ق'(س) = ن \Leftarrow ق'(4) = ن$

• 2021 دور ثالث / إذا كان $ق(س) = 3س + \int_{-2}^{-2} (6س - 2)^4\,دس$ ما قيمة $ق(-2)$

أ/ -6 ب/ ن ج/ 3 د/ 6

الحل/

$\int_{-2}^{-2} (6س - 2)^4\,دس = صفر \Leftarrow ق(س) = 3س$

$ق(-2) = 3(-2) = -6$

• 2021 دور ثالث / إذا كان $ل = \int_{-2}^{9} ق'(س)\,دس$ ، $ق(-2) = -15$ ، $ق(9) = 3$ ما قيمة ل

أ/ -18 ب/ -12 ج/ 12 د/ 18

الحل/

$ل = \int_{-2}^{9} ق'(س)\,دس = ق(س)\Big|_{-2}^{9} = ق(9) - ق(-2) = 3 - 15 = 18$

• 2022 دور أول/ إذا كان $\int_{1-\text{جـ}}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \text{صفر}$ فما هي قيمة جـ المؤكدة من القيم الآتية :

أ/ -٢ ب/ صفر جـ/ ٣ د/ ٤

الحل/ إحدى الحالات التي يكون فيها التكامل المحدود قيمته صفر

⇐ الحد العلوي = الحد السفلي

⇐ ٣ = ١ - جـ ⇐ جـ = ١ - ٣ = -٢

• 2022 دور أول/ إذا كان $\text{ص} = \int_{1}^{2} (3\text{س}^2 + \int 5\text{س}^2\,\text{دس})\,\text{دس}$ ، فما قيمة $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما س = ١

أ/ صفر ب/ ٢ جـ/ ٥ د/ ٨

الحل/

$\text{ص} = \int_{1}^{2} (3\text{س}^2 + \int 5\text{س}^2\,\text{دس})\,\text{دس} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{صفر}$ مشتقة التكامل المحدود صفر

• 2023 دور أول/ ما قيمة $\int_{2}^{2} (\text{س} - 1)^4\,\text{دس}$

أ/ -٢ ب/ -١ جـ/ صفر د/ ١

الحل/ $\int_{2}^{2} (\text{س} - 1)^4\,\text{دس} = \text{صفر}$ "لأن الحد العلوي = الحد السفلي"

• 2023 دور ثاني/ ليكن $\text{ق}(\text{س}) = \int_{1}^{2} (5\text{س}^2 + 3\text{س} - 2)^5\,\text{دس} - \int 8\,\text{دس}$ فما قيمة $\text{ق}'(2)$

أ/ صفر ب/ ٨ جـ/ ٢٤ د/ -٨

الحل/ $\text{ق}(\text{س}) = \int_{1}^{2} (5\text{س}^2 + 3\text{س} - 2)^5\,\text{دس} - \int 8\,\text{دس} \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \text{صفر} - 8 = -8$

$\text{ق}'(2) = -8$

• 2025 دور أول/ إذا كان $\int_{3}^{\text{جـ}+1} \left(\frac{1}{4}\right)\text{دس} = \text{صفر}$ فما قيمة الثابت جـ

أ/ ٤ ب/ $\frac{1}{4}$ جـ/ $\frac{1}{3}$ د/ ٢

الحل/ $\int_{3}^{\text{جـ}+1} \left(\frac{1}{4}\right)\text{دس} = \frac{1}{4}\text{س}\Big|_{3}^{\text{جـ}+1} = \frac{1}{4}(\text{جـ} + 1 - 3) = \text{صفر} \Leftarrow (\text{جـ} - 2) = \text{ن} \Leftarrow \text{جـ} = 2$

• 2025 دور ثاني/ إذا كان $\int_{1}^{2} (2\text{أس} + 6)\,\text{دس} = 12$ ، فما قيمة الثابت أ

أ/ ٦ ب/ -٢ جـ/ ٢ د/ $\frac{1}{2}$

الحل/ $\int_{1}^{2} (2\text{أس} + 6)\,\text{دس} = \cancel{\frac{2\text{أ}}{2}}\text{س}^2 + 6\text{س}\Big|_{1}^{2} = 12 \Leftarrow \text{أس}^2 + 6\text{س}\Big|_{1}^{2} = 12$

أ.مي حواري

$\Leftarrow (\text{أ}(4) + 6(2)) - (\text{أ}(1) + 6(1)) = 12$

$4\text{أ} + 12 - \text{أ} - 6 = 12 \Leftarrow (4\text{أ} - \text{أ}) + (12 - 6) = 12$

$\Leftarrow 3\text{أ} + 6 = 12 \Leftarrow 3\text{أ} = 12 - 6 \Leftarrow \frac{3\text{أ}}{3} = \frac{6}{3} \Leftarrow \text{أ} = 2$

• تجريبي قباطية 2024/ اذا كان $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س} \times \int_{0}^{3} (2\text{س})\,\text{دس}$ فإن $\text{هـ}'(-1)$ تساوي :

أ/ ٣ ب/ -٩ جـ/ ٩ د/ -٣

الحل/ $هـ(س) = س \times \int_{ن}^{٣} (٢س)\, دس \Leftarrow هـَ(س) = \int_{ن}^{٣} (٢س)\, دس \times ١$

$\Leftarrow هـَ(س) = س^٢ \Big|_{ن}^{٣} = (٣)^٢ - (ن)^٢ = ٩ - صفر = ٩$

• $\int_{ن}^{٣} (٢س)\, دس$ عبارة عن ثابت لأن جواب التكامل المحدود دائماً ثابت

• تجريبي القدس الشريف 2025 / إذا كان $\int_{ن}^{أ} (٢أ)\, دس = ٣٨ - \int_{١}^{٣} (٣)\, دس$ ، ما القيمة الموجبة للثابت أ

أ/ ١ ب/ ٢ جـ/ ٣ د/ ٤

الحل/ $\int_{ن}^{أ} (٢أ)\, دس = ٢أس \Big|_{ن}^{أ} = ٢أ(أ - ن) = ٢أ^٢$

$\int_{١}^{٣} (٣)\, دس = ٣س \Big|_{١}^{٣} = ٣(٣-١) = ٣ \times ٢ = ٦$

$\Leftarrow \int_{ن}^{أ} (٢أ)\, دس = ٣٨ - \int_{١}^{٣} (٣)\, دس \Leftarrow ٢أ^٢ = ٣٨ - ٦ \Leftarrow \frac{٢أ^٢}{٢} = \frac{٣٢}{٢} \Leftarrow أ^٢ = ١٦$

أ = ٤ ✓ أو أ = -٤ مرفوض (سالب)

• القسم الثاني : أجب عن الأسئلة الآتية :

• 2007 إكمال / إذا كان $\int_{أ}^{٢} (٢س + ١)\, دس = ٦$ فما قيمة / قيم الثابت أ

الحل/

$\int_{أ}^{٢} (٢س + ١)\, دس = س^٢ + س \Big|_{أ}^{٢} = ((٢)^٢ + ٢) - (أ^٢ + أ) = ٦ \Leftarrow ٦ - (أ^٢ + أ) = ٦$

$-١ \times (-(أ^٢ + أ) = ن) \Leftarrow أ^٢ + أ = ن$ إخراج أ عامل مشترك

$أ(أ + ١) = ن$

إما أ = ن أو أ + ١ = ن $\Leftarrow$ أ = -١ $\Leftarrow$ أ = {ن ، -١}

• 2008 إكمال / ما قيمة $\int_{-١}^{١} (٣س^٢ + ٢س + ٤)\, دس$

الحل /

$\int_{-١}^{١} (٣س^٢ + ٢س + ٤)\, دس = س^٣ + س^٢ + ٤س \Big|_{-١}^{١}$

$= ((١)^٣ + (١)^٢ + ٤(١)) - ((-١)^٣ + (-١)^٢ + ٤(-١))$

$= (١ + ١ + ٤) - (-١ + ١ - ٤) = ٦ - ٤ = ١٠$

أ.مي حواري

• 2009 / إذا كان $\int_{١}^{٢} (٢س + ب)\, دس = \int_{٣}^{١} (٢ب)\, دس$ فما قيمة / قيم الثابت ب .

الحل/

$\int_{١}^{٢} (٢س + ب)\, دس = \frac{٢}{٢}س^٢ + بس \Big|_{١}^{٢} = (س^٢ + بس) \Big|_{١}^{٢} = ((٢)^٢ + ٢ب) - ((١)^٢ + ب)$

$= ٤ + ٢ب - ١ - ب$

$= ٣ + ب$

$\int_{3}^{1} س\,جتا(2ب)\,س = \left[\frac{1}{2}ب\,جا(2ب)\right]_{3}^{1} = \frac{1}{2}ب(1-3) = \frac{1}{2}ب \times -2 = -ب$

$\int_{3}^{1} جتا^2(ب+س)\,س = \int_{3}^{1} جتا(2ب)\,س \Leftarrow 3+ب = -ب \Leftarrow 3 = -2ب-ب \Leftarrow \frac{3}{5} = -\frac{5}{5}ب$

$\Leftarrow ب = -\frac{3}{5}$

2013/ ما قيمة $\int_{1}^{2} س\,جتا(س\sqrt{س})\,س$ ؟

الحل/

$\int_{1}^{2} جتا(س\sqrt{س})\,س = \int_{1}^{2} س^{\frac{1}{2}} \times س\,جتا(س^{\frac{3}{2}})\,س = \int_{1}^{2} س^{1+\frac{1}{2}}\,جتا(س^{\frac{3}{2}})\,س$

$= \left[\frac{س^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1}\right]_{1}^{2} = \frac{2}{5}\left[س^{\frac{5}{2}}\right]_{1}^{2} = \frac{2}{5}(1^{\frac{5}{2}} - 0^{\frac{5}{2}}) = \frac{2}{5}(1-صفر) = \frac{2}{5}$

2018/ ما قيمة / قيم الثابت التي تجعل $\int_{6}^{3} \frac{ج}{\sqrt{س}}\,س = -3$

الحل/

$\int_{6}^{3} \frac{ج}{\sqrt{س}}\,س = ج\int_{6}^{3} س^{-\frac{1}{2}}\,س = ج\left[\frac{س^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1}\right]_{6}^{3} = -3$

$\Leftarrow ج \times \underset{\text{قلب}}{2}\left[2\sqrt{س}\right]_{6}^{3} = -3 \Leftarrow 2ج(\sqrt{3} - \sqrt{6}) = -2$

$\Leftarrow ج(\sqrt{3}-\sqrt{6}) = -1 \Leftarrow ج = \frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \Leftarrow ج = 2$

2019 / ما قيمة $\int_{1}^{4}(1 - \frac{2}{\sqrt{س}})\,س$

الحل/

$\int_{1}^{4}(1 - \frac{2}{س^{\frac{1}{2}}})\,س = \int_{1}^{4}(1 - 2س^{-\frac{1}{2}})\,س = \left[س - \frac{2س^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1}\right]_{1}^{4}$

$= \left[س - \underset{\text{تقلب}}{\frac{2}{1}}\,2س^{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{4} = \left[س - 4\sqrt{س}\right]_{1}^{4} = (4-4\sqrt{4}) - (1-4\sqrt{1})$

$= (4-8) - (1-4) = -4 - (-3) = -1$

أ.مي حواري

2020 دور ثالث / إذا كان $\int_{1}^{4}(س - 4\sqrt{س})\,س = 17$ فما قيمة الثابت م

الحل/

$\int_{1}^{4}(س^{\frac{1}{2}} - 4س)\,س = 17 \Leftarrow \left[\frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{4س^2}{2}\right]_{1}^{4} = 17 \Leftarrow \left[\frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} - 2س^2\right]_{1}^{4} = 17$

$\Leftarrow \frac{2}{3}\left[\sqrt{س^3}\right]_{1}^{4} - 2\left[س^2\right]_{1}^{4} = 17 \Leftarrow \left(\frac{2}{3}\sqrt{4^3} - 2(4)^2\right) - \left(\frac{2}{3}\sqrt{1^3} - 2(1)^2\right) = 17$

$= \left(\frac{2}{3}\sqrt{64} - 2\times16\right) - \left(\frac{2}{3}\sqrt{1} - 2\times1\right)$

$17 = \left(\frac{2}{3}\times8 - 32\right) - \left(\frac{2}{3} - 2\right)$

$17 = \frac{16}{3} - 32 + \frac{4}{3} \Leftarrow 17 = \frac{20}{3} - 32 \Leftarrow 17 = \frac{20}{3} - \frac{96}{3} \Leftarrow 17 = -\frac{76}{3}$

$\Leftarrow 51 = -76 \Leftarrow$ لا يوجد قيمة للثابت م

$$\leftarrow \rho V = \left(\tau - \frac{\tau}{\tau}\right) - \left(\tau\tau - \lambda \times \frac{\tau}{\tau}\right) \leftarrow \rho V = \tau + \frac{\tau}{\tau} - \tau\tau - \frac{1\tau}{\tau} = \rho V$$

$$\leftarrow \rho V = \left(\frac{\tau}{\tau} - \frac{1\tau}{\tau}\right) + (\tau + \tau\tau -) \leftarrow \rho = \frac{1}{\vee} \times \frac{\vee\tau -}{\tau} \leftarrow \rho = \frac{\vee\tau -}{\tau\tau}$$

• 2021 ماقمية $\int_{-\tau}^{-1} (\tau س^{\tau} - \frac{\tau}{س^{\tau}})\, دس$

الحل/ $\int_{-\tau}^{-1} (\tau س^{\tau} - \tau س^{-\tau})\, دس = \left| \frac{\tau س^{\tau}}{\tau} + \frac{\tau}{س} \right|_{-\tau}^{-1}$

$= \left(\frac{\tau}{(-1)} + \frac{(-1)^{\tau}}{\tau}\right) - \left(\frac{\tau}{(-\tau)} + (-\tau)^{\tau}\right) = (-1+\tau) - \left(-\lambda + \frac{\tau}{\tau}\right)$

$= 1 - \left(-\lambda + \frac{1}{\tau}\right) = 1 + \lambda - \frac{1}{\tau} = \frac{\tau}{\tau} - \frac{1}{\tau} = \frac{1\lambda}{\tau} - \frac{9 \times \tau}{\tau \times 1} = \frac{\tau}{\tau}$

• 2021 دورتاني/ ماقمية $\int_{1}^{\tau} (\tau س^{\tau} - \frac{\tau}{س^{\tau}})\, دس$ ، $س \neq 0$

الحل/ $\int_{1}^{\tau} (\tau س^{\tau} - \tau س^{-\tau})\, دس = \left| \frac{\tau س^{\tau}}{\tau} - \frac{\tau}{س^{\tau}} \right|_{1}^{\tau}$

$= \left(\tau^{\tau} + \frac{1}{\tau^{\tau}}\right) - \left(1 + \frac{1}{1^{\tau}}\right) = (\lambda + \frac{1}{\lambda}) - (1+1) = \lambda + \frac{1}{\lambda} - \tau$

$= \frac{\tau}{\tau} + \frac{1}{\lambda} = \frac{1\lambda\tau}{\lambda\tau} + \frac{1}{\lambda} = \frac{\tau\tau}{\lambda\tau} + \frac{1}{\lambda} = \frac{\tau\tau}{\lambda}$

• 2021 دورتاني/ إذا كان $\int_{\tau}^{\tau} (\rho - س\rho)\, دس = \int_{\tau}^{\tau} (\rho - \rho)\, دس + \tau$ فما قيمة الثابت ρ

الحل/

$$* \int_{\tau}^{\tau} (\rho - \rho)\, دس = \left| \rho س \rho \right|_{\tau}^{\tau} = \rho(\tau - \tau) = \rho \times \tau = \tau\rho$$

$$* \int_{\tau}^{\tau} (\rho - س\rho)\, دس = \left| \frac{\rho}{\tau} س^{\tau} - \tau س \right|_{\tau}^{\tau} = \left(\frac{\rho}{\tau}(\tau)^{\tau} - \tau \times \tau\right) - \left(\frac{\rho}{\tau}(\tau)^{\tau} - \tau \times \tau\right)$$

$$= (\tau\rho - \tau) - (\tau\rho - \tau\tau)$$

$$= (\tau\rho - \tau\rho) + (\tau\tau - \tau)$$

$$= \tau\tau - \tau\rho$$

$$\leftarrow \int_{\tau}^{\tau} (\rho - س\rho)\, دس = \int_{\tau}^{\tau} (\rho)\, دس + \tau$$

$$\leftarrow \tau\rho - \tau\rho = \tau\tau - \tau \leftarrow \tau\rho - \tau\rho = \tau\tau - \tau \leftarrow \rho = \frac{\tau\tau}{\tau} \leftarrow \rho = \frac{\tau\tau}{\tau} \leftarrow \rho = \tau$$

• 2021 دور أول/ جد قيمة $\int_{1}^{2} (3س^{\frac{5}{3}} + 3)\,دس$.

الحل/

$$\int_{1}^{2} (3س^{\frac{5}{3}} + 3)\,دس = \int_{1}^{2} (س^{\frac{5}{3}} + 3)\,دس = \left| س^{3} + 3س \right|_{1}^{2}$$

$$= \left| \frac{3}{8} س^{\frac{8}{3}} + 3س \right|_{1}^{2} = \left(\frac{3}{8}(2)^{\frac{8}{3}} + 3(2)\right) - \left(\frac{3}{8}(1)^{\frac{8}{3}} + 3(1)\right)$$

صفر

$$= \frac{27}{8} = \frac{24}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8 \times 3}{8 \times 1} + \frac{3}{8} = 3 + \frac{3}{8}$$

• 2022 دور أول/ جد قيمة $\int_{1}^{9} \frac{3}{س^{4}} + \sqrt{س} + 1\,دس$.

الحل/

$$\int_{1}^{9} (3س^{-2} + س^{\frac{1}{2}} + 1)\,دس = \int_{1}^{9} 3\frac{س^{-2+1}}{-2+1} + \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + س \;=\; \left| -3س^{-1} + \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} + س \right|_{1}^{9}$$

$$= \left(\frac{-3}{س} + \frac{2}{3}\sqrt{س^{3}} + س\right)_{1}^{9} = \left(\frac{-3}{9} + \frac{2}{3}\sqrt{9^{3}} + 9\right) - \left(\frac{-3}{1} + \frac{2}{3}\sqrt{1^{3}} + 1\right)$$

$$= \left(\frac{-1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{729} + 9\right) - \left(-3 + \frac{2}{3} + 1\right) = \left(\frac{-1}{3} + \frac{2}{3} \times 27 + 9\right) + 3 - \frac{2}{3} - 1$$

$$= \frac{-1}{3} + 18 + 9 + 2 - \frac{2}{3} = \left(\frac{-1}{3} - \frac{2}{3}\right) + (18 + 9 + 2)$$

$$= \frac{-3}{3} + 29 = -1 + 29 = 28$$

• 2023 دور أول/ اذا كان $و(س) = \int_{ن}^{0} (2س + 1)\,دس = 24$ فما قيمة/ قيم الثابت ن

الحل/

$$\int_{ن}^{0} (2س + 1)\,دس = 24 \quad \Leftarrow \quad \left| س^{2} + س \right|_{ن}^{0} = 24 \quad \Leftarrow \quad (0^{2} + 0) - (ن^{2} + ن) = 24$$

$$\Leftarrow \quad -ن^{2} - ن = 24 \quad \Leftarrow \quad -ن^{2} - ن - 24 = 0 \quad /\times(-1)$$

$$\Leftarrow \quad ن^{2} + ن - 6 = 0 \quad \Leftarrow \quad (ن + 3)(ن - 2) = 0$$

إما $ن - 2 = 0 \Leftarrow ن = 2$ أو $ن + 3 = 0 \Leftarrow ن = -3$

$ن = \{2, -3\}$

أ.مي حواري

• 2023 دور أول/ جد قيمة $\int_{1}^{8} (\sqrt[3]{س} + 1)\,دس$.

الحل/

$$\int_{1}^{8} (س^{\frac{1}{3}} + 1)\,دس = \int_{1}^{8} س + \frac{س^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} = \left| س + \frac{3}{4} س^{\frac{4}{3}} \right|_{1}^{8}$$

صفر

$$= \left(ن + \frac{3}{4}(ن)^{\frac{4}{3}}\right) - \left(8 + \frac{3}{4}(8)^{\frac{4}{3}}\right)$$

ملاحظة $(\sqrt[3]{ن})^{4} = ن^{\frac{4}{3}}$

$$= 8 + \frac{3}{4}(2)^{\frac{4}{3}} = 8 + \frac{3}{4}(\sqrt[3]{2})^{4}$$

$$= 8 + \frac{3}{4} \times 2 \times 8 = 8 + 3 \times 2 = 8 + 12$$

$$= 20$$

• 2023 دور ثاني / جد قيمة $\int_{-1}^{2} (3س^2 - 4س + 1)\, دس$.

الحل/

$$\int_{-1}^{2} (3س^2 - 4س + 1)\, دس = س^3 - 2س^2 + س \Big|_{-1}^{2} = (2^3 - 2(2)^2 + 2) - ((-1)^3 - 2(-1)^2 + (-1))$$

$$= (8 - 8 + 2) - (-1 - 2 - 1) = 2 + 4 = 6$$

• 2024 دور أول / إذا كان $ق(س) = \frac{س^2 + 1}{2 - س} + \int_{1}^{س} (2 + ن)^3\, دن$ فما قيمة $ق'(3)$.

الحل/

$$ق(س) = \left(\frac{س^2 + 1}{2 - س}\right) + \int_{1}^{س} (2 + ن)^3\, دن$$

مشتقة التكامل المحدود صفر ←

مشتقة قسمة ←

أ.مي حواري

$$\leftarrow ق'(س) = \frac{(2 - س)(2س) - (س^2 + 1)(-1)}{(2 - س)^2} + صفر$$

$$ق'(3) = \frac{(2 - 3) \times 2 \times 3 - (3^2 + 1)(-1)}{(-1)^2} = \frac{(-1 \times 6) - (10)(-1)}{1} = \frac{-6 + 10}{1} = 4$$

• 2024 دور أول / إذا كان $\int_{1}^{ب} (ب - س)\, دس = 2$ فما قيمة/قيم الثابت ب

الحل/

$$\int_{1}^{ب} (ب - س)\, دس = بس - \frac{س^2}{2} \Big|_{1}^{ب} \leftarrow 2 = \left(ب^2 - \frac{ب^2}{2}\right) - \left(ب(1) - \frac{1}{2}\right)$$

$$\leftarrow 2 \times 2 = ب^2 - ب + \frac{1}{2} \quad \text{نضرب المعادلة في (2) للتخلص من المقام}$$

$$\leftarrow 2ب^2 - 2ب + 1 = 4 \leftarrow ب^2 - ب + 1 - 4 = 0 \leftarrow ب^2 - ب - 3 = 0$$

$$\leftarrow ب = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 12}}{2}$$

$$\text{إما } ب = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \leftarrow ب = -1 \quad \text{أو} \quad ب = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \leftarrow ب = 3$$

$$\leftarrow ب = \{-1, 3\}$$

• 2024 دور ثاني / إذا كان $ق(س) = \int_{1}^{\sqrt{س}} \left(\frac{1}{3} + ن\right) دن$ أجد

1/ $ق(س)$ 2/ $ق'(4)$

الحل/

$$ق(س) = \int_{1}^{س^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{3} + ن^{\frac{1}{2}}\right) دن = \frac{1}{3} ن + \frac{ن^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \Big|_{صفر}^{1}$$

$$= \frac{1}{3} س^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} \Big|_{صفر}^{1} = \left(\frac{1}{3}(1) + \frac{2}{3}(1)\right) - (صفر) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

$\leftarrow ق(س) = 1$ و 2/ $ق'(س) = صفر \leftarrow ق'(4) = صفر$

• 2024 دور ثالث/ إذا كان $\int_1^3 ق'(س)\,دس = 12$ و $ق(3) = -2ق(1)$ فما قيمة $ق(3)$

الحل/

$\int_1^3 ق'(س)\,دس = 12 \Leftarrow ق(س)\Big|_1^3 = 12 \Leftarrow ق(3) - ق(1) = 12$ نعوض $ق(3) = -2ق(1)$

$\Leftarrow -2ق(1) - ق(1) = 12$

$-3ق(1) = 12 \Leftarrow \frac{-3ق(1)}{-3} = \frac{12}{-3} \Leftarrow ق(1) = -4$

$\Leftarrow ق(3) = -2ق(1) \Leftarrow ق(3) = -2 \times -4 = 8$

أ.مي حواري

• 2025 دور أول/ جد قيمة $\int_{-1}^{1} (س + 5س^{\frac{3}{5}} + 5)\,دس$.

الحل/

$$\int_{-1}^{1} (س + س^{\frac{3}{5}} + 5)\,دس = \int_{-1}^{1} س + \frac{س^{\frac{3}{5}+1}}{\frac{3}{5}+1} + 5س\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \frac{س^2}{2} + \frac{5}{8}س^{\frac{8}{5}} + 5س\Big|_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}(1)^{\frac{8}{5}} + 5(1)\right) - \left(\frac{(-1)^2}{2} + \frac{5}{8}(-1)^{\frac{8}{5}} + 5(-1)\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} + 5\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} - 5\right) = \left(\frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{40}{8}\right) - \left(\frac{4}{8} + \frac{5}{8} - \frac{40}{8}\right)$$

$$= \frac{49}{8} - \left(-\frac{31}{8}\right) = \frac{80}{8} = 10$$

• 2025 دور ثاني/ اصبب قيمة $\int_1^{\sqrt{3}} (س^3 + 1)\,دس$.

الحل/

$$\int_1^{\sqrt{3}} (س^{\frac{1}{3}} + 1)\,دس = \int_1^{\sqrt{3}} س + \frac{س^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} = س + \frac{3}{4}س^{\frac{4}{3}}\Big|_1^{\sqrt{3}}$$

$$= \left(\sqrt{3} + \frac{3}{4}(\sqrt{3})^{\frac{4}{3}}\right) - \left(1 + \frac{3}{4}(1)^{\frac{4}{3}}\right) = \left(\sqrt{3} + \frac{3}{4}(3)^{\frac{4}{3}}\right) - \left(1 + \frac{3}{4}\right)$$

$$= \sqrt{3} + \frac{3}{4} \times 3^{\frac{4}{3}} - 1 - \frac{3}{4} = \sqrt{3} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{3} - \frac{7}{4}$$

• 2025 تجريبي نابلس/ إذا كان $\int_4^9 (\frac{ب}{\sqrt{س}} + 2)\,دس = 22$ فما قيمة/ قيم الثابت ب.

الحل/

$$\int_4^9 (ب(س)^{-\frac{1}{2}} + 2)\,دس = \int_4^9 \frac{ب س^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + 2س = 2ب\sqrt{س} + 2س\Big|_4^9 = 22$$

$$\Leftarrow 3\sqrt{ب}\sqrt{9} + 2(9) - (3\sqrt{ب}\sqrt{4} + 2(4)) = 22$$

$$\Leftarrow 6\sqrt{ب} + 18 - 4\sqrt{ب} - 8 = 22$$

$$\Leftarrow 2\sqrt{ب} + 10 = 22 \Leftarrow 2\sqrt{ب} = 12 \Leftarrow \sqrt{ب} = 6 \Leftarrow ب = 36$$

• خارجي / اذا كان الاقتران $ق(س) = \int_{-٢}^{٢} (أ)\, دس$ ، والاقتران $هـ(س) = \int ١٢\, دس$ فما قيمة الثابت أ التي تجعل $ق(س) = هـ'(س)$

الحل/ * $ق(س) = \int_{-٢}^{٢} (أ)\, دس = أس \Big|_{-٢}^{٢} = أ(٢ - -٢) = ٤أ$

* $هـ(س) = \int ١٢\, دس \Leftarrow هـ'(س) = ١٢$

$ق(س) = هـ'(س) \Leftarrow \frac{٤أ}{٤} = \frac{١٢}{٤} \Leftarrow أ = ٣$

• خارجي تفوق/ اذا كان $\int_{-ب}^{ب} \left(\frac{ب}{٢}س - \frac{ب}{٢}\right) دس = -٩$ فما قيمة/ قيم الثابت ب .

الحل/

$\int_{-ب}^{ب} \left(\frac{ب}{٢}س - \frac{ب}{٢}\right) دس = \frac{ب}{٢} \times \frac{س^٢}{٢} - \frac{ب}{٢}س \Big|_{-ب}^{ب} = -٩$ اخراج $\frac{ب}{٢}$ عامل مشترك .

$\Leftarrow \frac{ب}{٢}\left(\frac{س^٢}{٢} - س\right)\Big|_{-ب}^{ب} = -٩ \Leftarrow \frac{ب}{٢}\left(\left(\frac{ب^٢}{٢} - ب\right) - \left(\frac{(-ب)^٢}{٢} - -ب\right)\right) = -٩$

$\Leftarrow \frac{ب}{٢}\left(\cancel{\frac{ب^٢}{٢}} - ب - \cancel{\frac{ب^٢}{٢}} - ب\right) = -٩ \Leftarrow \frac{ب}{\cancel{٢}} \times -\cancel{٢}ب = -٩ \Leftarrow (-ب^٢ = -٩) \times -١$

$\sqrt{ب^٢} = \sqrt{٩} \Leftarrow ب = ٣$ أو $ب = -٣ \Leftarrow ب = \{+٣ ، -٣\}$

• خارجي تفوق/ إذا كان متوسط تغير في الاقتران $ق(س)$ في الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي (٥) ما قيمة $\int_{٣}^{١} ق'(س)\, دس + \int_{٣}^{٣} ق'(س)\, دس$.

الحل/ متوسط التغير $= \frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = ٥$

$\Leftarrow \frac{ق(٣) - ق(١)}{٢} = ٥ \Leftarrow \boxed{ق(٣) - ق(١) = ١٠}$

$\int_{٣}^{١} ق'(س)\, دس + \int_{٣}^{٣} ق'(س)\, دس = ق(س)\Big|_{٣}^{١} + صفر = ق(١) - ق(٣)$

$= -١٠$

" زحام أعمالك لا يخفّفه إلا زحام وردك من القرءان ، فقد ثبت بالتجربة وبالقرآن قبلها أنه ما زاد أحد في مقدار تلاوته إلا زيد له في إنجازاته ... فهذا هو معنى البركة ، فكلما ضاق وقتك وسّعه بالقرآن ! "

أ.مي حواري

أسئلة خصائص التكامل المحدود

أ.مي حواري

• القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

• 2019 دور أول/ إذا كان $\int_{1}^{4} 3ق(س)\,دس = 10$ فما قيمة $\int_{4}^{1} \frac{1}{2} ق(س)\,دس$

أ/ $\frac{5}{2}$- ب/ 5- ج/ 10- د/ $\frac{5}{2}$-

الحل/

$\int_{1}^{4} 3ق(س)\,دس = 10 \Leftarrow \int_{1}^{4} ق(س)\,دس = \frac{10}{3} \Leftarrow \int_{4}^{1} ق(س)\,دس = -\frac{10}{3}$

$\int_{4}^{1} \frac{1}{2} ق(س)\,دس = \frac{1}{2} \int_{4}^{1} ق(س)\,دس = \frac{1}{2} \times -10 = -\frac{10}{2}$

• 2019 دور أول/ إذا كان $\int_{-1}^{0} 3ق(س)\,دس = 6$ فما قيمة $\int_{-1}^{0} (2 - ق(س))\,دس$

أ/ 10 ب/ 6 ج/ صفر د/ 12

الحل/

$\int_{-1}^{0} 3ق(س)\,دس = 6 \Leftarrow \int_{-1}^{0} ق(س)\,دس = 2$

$\int_{-1}^{0} (2 - ق(س))\,دس = \int_{-1}^{0} 2\,دس - \int_{-1}^{0} ق(س)\,دس = 2س|_{-1}^{0} - 2$

$= 2(0 - -1) - 2 = 2 \times 6 - 2 = 12 - 2 = 10$

• 2020 دور أول/ إذا كان $\int_{0}^{8} 3ق(س)\,دس = 15$ ، ما قيمة $\int_{8}^{0} ق(س)\,دس$

أ/ 10- ب/ 0 ج/ 5 د/ 15-

الحل/

$\int_{0}^{8} ق(س)\,دس = \frac{15}{3} \Leftarrow \int_{8}^{0} ق(س)\,دس = -5 \Leftarrow \int_{0}^{8} ق(س)\,دس = 5$

• 2020 دور أول/ إذا كان $\int_{-1}^{3} (3س^2 + ب)\,دس = 16$ ما قيمة الثابت ب

أ/ 3- ب/ 3 ج/ 6 د/ 6-

الحل/

$\int_{-1}^{3} (3س^2 + ب)\,دس = س^3 + بس|_{-1}^{3} = 16 \Leftarrow (3^3 + 3ب) - ((-1)^3 - ب) = 16$

$\Leftarrow 27 + 3ب + 1 + ب = 16 \Leftarrow 28 + 4ب = 16 \Leftarrow 4ب = -12 \Leftarrow ب = -3$

• 2020 دورتان/ إذا كان $\int_{2}^{3} ق(س)\,دس = 8$ فما قيمة $\int_{2}^{3} (3ق(س) + 5)\,دس$

أ/ 11- ب/ 21 ج/ 13 د/ 3-

الحل/

$\int_{2}^{3} (3ق(س) + 5)\,دس = 3\int_{2}^{3} ق(س)\,دس + \int_{2}^{3} 5\,دس = 3 \times 8 + 5س|_{2}^{3}$

$= 24 + 5(3 - 2)$

$= 24 + 5 = 29$

• 2020 دور ثاني/ إذا كان $\int_{٢}^{ب} (٤س)\,دس = ٢٤$ فما قيمة/ قيم الثابت ب

أ/ -٤ ، -٢ ب/ ٤ ، -١ ج/ -٤ ، ٤ د/ -٤ ، ١

الحل/

$\int_{٢}^{ب} (٤س)\,دس = ٢س^{٢}\Big|_{٢}^{ب} = ٢٤ \Leftarrow \frac{٢}{٢}(ب^{٢} - ٢^{٢}) = \frac{٢٤}{٢}$

أ.مي حواري

$\Leftarrow ب^{٢} - ٤ = ١٢ \Leftarrow ب^{٢} = ١٢ + ٤ \Leftarrow ب^{٢} = ١٦$ أخذ الجذر التربيعي للطرفين

$ب = ٤$ أو $ب = -٤ \Leftarrow ب = \{٤ ، -٤\}$

• 2021 دور أول/ اذا كان الاقتران ق(س) معرفاً على [-٣ ، ٦] وكان ج عدداً حقيقياً حيث $-٣ < ج < ٦$ ، $\int_{-٣}^{ج} ق(س)\,دس = ٢$ ، $\int_{ج}^{٦} ق(س)\,دس = ٤$ ما قيمة $\int_{-٣}^{٦} ٥ق(س)\,دس$.

أ/ -٣٠ ب/ -٦ ج/ ٦ د/ ٣٠

الحل/

$\int_{-٣}^{٦} ق(س)\,دس = \int_{-٣}^{ج} ق(س)\,دس + \int_{ج}^{٦} ق(س)\,دس = ٢ + ٤ = ٦$ "خاصية الاضافة"

$\Leftarrow \int_{-٣}^{٦} ٥ق(س)\,دس = ٥\int_{-٣}^{٦} ق(س)\,دس = ٥ \times ٦ = ٣٠$

• 2021 دور ثاني/ إذا كان $\int_{-١}^{٢} (ق(س) - ٢)\,دس = ٤$ وكان $\int_{٢}^{٤} ق(س)\,دس = ٥$ ما قيمة $\int_{-١}^{٤} ق(س)\,دس$

أ/ ٩ ب/ ١٠ ج/ ١٥ د/ ٢٠

الحل/

* $\int_{-١}^{٢} ق(س) - ٢\,دس = ٤ \Leftarrow \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس - \int_{-١}^{٢} (٢)\,دس = ٤ \Leftarrow \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس - ٢س\Big|_{-١}^{٢} = ٤$

$\Leftarrow \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس - ٢(٢ - ١) = ٤ \Leftarrow \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس - ٦ = ٤ \Leftarrow \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس = ٤ + ٦ = ١٠$

* $\int_{-١}^{٤} ق(س)\,دس = \int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس + \int_{٢}^{٤} ق(س)\,دس = ١٠ + ٥ = ١٥$ "خاصية الاضافة"

• 2025 دور ثاني/ إذا كان $ق(س) = س + \int_{٠}^{١} (٤س)\,دس$ ، ما قيمة $ق'(٢)$

أ/ ٢ ب/ ١ ج/ ١٠ د/ ٦

الحل/ $ق(س) = س + \int_{٠}^{١} ٤س\,دس \Leftarrow ق'(س) = ١ \Leftarrow ق'(٢) = ١$

• خارجي تفوق/ $\int_{١}^{٣} ٢ق(س)\,دس + ١ = ١٧$ ، $\int_{٣}^{١} ٢ب\,ق(س)\,دس = \int_{٣٦}^{١٠} دس$ فما قيمة الثابت ب

أ/ -٢٦ ب/ ٤ ج/ ٢ د/ -٤

الحل/

* $\int_{٣٦}^{١٠} دس = س\Big|_{٣٦}^{١٠} = ١٠ - ٣٦ = ٦٤$

* $\int_1^3 2ق(س)\,ds + 1 = 17 \Leftarrow \int_1^3 ق(س)\,ds = \frac{16}{2} = 8 \Leftarrow \int_1^3 ق(س)\,ds = 8$

* $\int_3^{36} ب\sqrt{ق(س)}\,ds = ds \Leftarrow \frac{2ب}{3}\int_3^1 ق(س)\,ds = \frac{64}{2} \Leftarrow ب\times\frac{-8}{-8} = \frac{32}{-8} \Leftarrow ب = -4$

• خارجي تفوق/ إذا كان $\int_3^5 ق(س) + ه(س)\,ds = 16$ ، $\int_5^3 \frac{ه(س)}{2}\,ds = 4$ وكان $ق(3) - ق(5) = 2ب$
فما قيمة الثابت ب

أ/ -12 ب/ 12 ج/ 24 د/ -24

الحل/

* $\int_5^3 \frac{ه(س)}{2}\,ds = 4 \Leftarrow \frac{1}{2}\int_5^3 ه(س)\,ds = 4 \times 2 \Leftarrow \int_5^3 ه(س)\,ds = 8$

* $\int_3^5 ق(س) + ه(س)\,ds = 16 \Leftarrow \int_3^5 ق(س)\,ds + 8 = 16 \Leftarrow \int_3^5 ق(س)\,ds = 8$

$\Leftarrow ق(5) - ق(3) = 16 + 8 \Leftarrow -2ب = 24 \Leftarrow ب = -12$

• القسم الثاني : أجب عن الأسئلة الآتية :

• 2018 كمال/ إذا كان $\int_2^4 ه(س)\,ds = 6$ ، $\int_2^4 (2ه(س) + ب س)\,ds = 18$ فما قيمة الثابت ب

الحل/

$\int_2^4 (2ه(س) + ب س)\,ds = 18 \Leftarrow 2\int_2^4 ه(س)\,ds + ب\int_2^4 س\,ds = 18$

$\Leftarrow 2\times 6 + \left(\frac{ب}{2}س^2\Big|_2^4\right) = 18 \Leftarrow \frac{ب}{2}(16 - 4) = 18 - 12$

أ.مي حواري

$\Leftarrow \frac{ب}{2}(12) = 6 \Leftarrow \frac{6ب}{6} = 6 \Leftarrow ب = 1$

• 2008 دورتان/ إذا كان $\int_{-1}^1 ق(س)\,ds = 13$ وكان $\int_{-1}^1 ه(س)\,ds = 7$ فما قيمة $\int_{-1}^1 2ق(س) - ه(س) + 3س^2\,ds$.

الحل

$$\int_{-1}^1 (2ق(س) - ه(س) + 3س^2)\,ds = 2\int_{-1}^1 ق(س)\,ds - \int_{-1}^1 ه(س)\,ds + 3\int_{-1}^1 س^2\,ds$$

$$= 2(13) - (-7) + \left(س^3\Big|_{-1}^1\right) = 26 + 7 + (1^3 - (-1)^3) = 35$$

• 2020 دور أول/ إذا كان $\int_{-1}^0 ق(س)\,ds = 3$ ، $\int_0^c (ق(س) + 2)\,ds = 13$ حيث $\int_{-1}^2 4ق(س)\,ds$.

الحل

$$\int_{-1}^0 ق(س)\,ds + \int_0^c ق(س)\,ds = 13 \Leftarrow 3 + \int_0^c ق(س)\,ds = 13 \Leftarrow \int_0^c ق(س)\,ds + 2(c - 0) = 13$$

$\Leftarrow \int_{2}^{5} ق(س)\,دس + 6 = 13 \Leftarrow \int_{2}^{5} ق(س)\,دس = 7$

$* \int_{2}^{-1} ق(س)\,دس = \int_{2}^{5} ق(س)\,دس + \int_{5}^{-1} ق(س)\,دس = 7 + -3 = 4$ «خاصية الاضافة»

$\Leftarrow$ المطلوب/ $\int_{2}^{-1} 4ق(س)\,دس = 4\int_{2}^{-1} ق(س)\,دس = 4 \times 4 = 16$

• 2020 دور أول/ إذا كان $\int_{1}^{3} ق(س) - 2\,دس = \int_{3}^{1} (ب س - ق(س))\,دس$ جد قيمة الثابت ب

الحل/

$\int_{1}^{3} ق(س) - 2\,دس = \int_{3}^{1} (ب س - ق(س))\,دس$

$\int_{1}^{3} ق(س)\,دس - \int_{1}^{3} 2\,دس = \int_{3}^{1} ب س\,دس - \int_{3}^{1} ق(س)\,دس$.

$\int_{1}^{3} ق(س)\,دس - \left(2س\Big|_{1}^{3}\right) = \frac{ب}{2}س^2\Big|_{3}^{1} - -\int_{1}^{3} ق(س)\,دس$

أ.مي حواري

$\cancel{\int_{1}^{3} ق(س)\,دس} - 2(3-1) = \frac{ب}{2}\left((1)^2 - (3)^2\right) + \cancel{\int_{1}^{3} ق(س)\,دس}$

$-4 = \frac{ب}{2}(1-9) \Leftarrow -4 = \frac{ب}{2} \times -8 \Leftarrow \frac{-4}{-4} = \frac{-4ب}{-4} \Leftarrow 1 = ب$

• 2020 دور ثاني/ إذا كان $\int_{0}^{7} 2ق(س)\,دس = 6$ ، $\int_{1}^{7} (3ق(س) + 2)\,دس = 24$ جد $\int_{1}^{0} ق(س)\,دس$.

الحل/

$* \int_{0}^{7} 2ق(س)\,دس = 6 \Leftarrow \frac{2}{2}\int_{0}^{7} ق(س)\,دس = \frac{6}{2} \Leftarrow \int_{0}^{7} ق(س)\,دس = 3$

$* \int_{1}^{7} (3ق(س) + 2)\,دس = 24 \Leftarrow 3\int_{1}^{7} ق(س)\,دس + \int_{1}^{7} 2\,دس = 24$

$\Leftarrow 3\int_{1}^{7} ق(س)\,دس + 2س\Big|_{1}^{7} = 24 \Leftarrow 3\int_{1}^{7} ق(س)\,دس + 2(7-1) = 24$

$\Leftarrow 3\int_{1}^{7} ق(س)\,دس + 12 = 24 \Leftarrow \frac{3}{3}\int_{1}^{7} ق(س)\,دس = \frac{12}{3} \Leftarrow \int_{1}^{7} ق(س)\,دس = 4$

$* \int_{1}^{0} ق(س)\,دس = \int_{1}^{7} ق(س)\,دس + \int_{7}^{0} ق(س)\,دس = 4 + -3 = 1$ «خاصية الاضافة»

• 2020 دور ثالث/ إذا كان $\int_{-1}^{4} ق(س)\,دس = 7$ ، $\int_{4}^{8} ق(س)\,دس = 6$

جد $\int_{-1}^{8} (3ق(س) - 2س)\,دس$.

الحل/ $\int_{-1}^{8} ق(س)\,دس = \int_{-1}^{4} ق(س)\,دس + \int_{4}^{8} ق(س)\,دس = 7 + 6 = 13$ «خاصية الاضافة»

المطلوب/ $\int_{-1}^{8} (3\text{ق}(\text{س}) - 2\text{س})\,\text{دس} = \int_{-1}^{8} 3\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{-1}^{8} (2\text{س})\,\text{دس}$

$= 3\int_{-1}^{8} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \text{س}^2 \Big|_{-1}^{8}$

$= 3(13) - (8^2 - (-1)^2) = 39 - (64 - 1) = 39 - 63$

$= -24$

أ.مي حواري

• 2021 دور أول/ ليكن $\int_{2}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{2} (\text{ق}(\text{س}) + \text{أ})\,\text{دس} = 10$ ، ما قيمة الثابت أ

الحل/

$\int_{2}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{2} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{2} \text{أ}\,\text{دس} = 10 \Leftarrow \int_{0}^{2} \text{أ}\,\text{دس} = 10$

$\text{أس}\Big|_{0}^{2} = 10 \Leftarrow \text{أ}(2-0) = 10 \Leftarrow \frac{-3\text{أ}}{-3} = \frac{10}{-3} \Leftarrow \text{أ} = -5$

• 2021 دور ثالث/ إذا كان $6\int_{-1}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -12$ ، $\int_{-1}^{7} 2\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 8$ فما قيمة $\int_{0}^{7} (2\text{ق}(\text{س}) + \text{س})\,\text{دس}$

الحل/

* $\frac{6}{6}\int_{-1}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{-12}{6} \Leftarrow \int_{-1}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -2$

* $\int_{-1}^{7} 2\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{2}{2}\int_{-1}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{8}{2} \Leftarrow \int_{-1}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 4$

* $\int_{0}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \int_{0}^{-1} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{-1}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$ ⟸ "خاصية الاضافة"

$= 2 + 4 = 6$

المطلوب/ $\int_{0}^{7} 2\text{ق}(\text{س}) + \text{س}\,\text{دس} = 2\int_{0}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{7} \text{س}\,\text{دس}$

$= 2(6) + \frac{\text{س}^2}{2}\Big|_{0}^{7}$

$= 12 + \frac{1}{2}(7^2 - 5^2) = 12 + \frac{1}{2}(49 - 25)$

$= 12 + \frac{1}{2}(24) = 12 + 12 = 24$

• 2022 دور أول/ اذا كان $\int_{1}^{\text{ن}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -9$ ، $\int_{\text{ن}}^{\text{أ}} 2\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 4$ ، $\int_{1}^{\text{أ}} (\text{ق}(\text{س}) + 2\text{س})\,\text{دس} = 8$

حيث أ عدد حقيقي ، جد قيمة أ

الحل/

* $\int_{\text{ن}}^{\text{أ}} 2\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{2}{2}\int_{\text{ن}}^{\text{أ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{4}{2} \Leftarrow \int_{\text{ن}}^{\text{أ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 2$

* $\int_{1}^{\text{أ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \int_{1}^{\text{ن}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{\text{ن}}^{\text{أ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$ "خاصية الاضافة"

$= -9 + 2 = -7$

أ.مي حواري

* $\int_{1}^{p} (ق(س) + ٣س^{٢}) \, دس = ٨ \Leftarrow \int_{1}^{p} ق(س) \, دس + \int_{1}^{p} س^{٣} \, دس = ٨$

$\Leftarrow \quad -٧ + (س^{٣}|_{1}^{p}) = ٨ \Leftarrow ٨ = ٧ + ١ - ق^{٣}$

$ق^{٣} - ١ = ١٥ \Leftarrow ق^{٣} = ١٦$ (أضداد التربيعي)

$ق = ٤$ أو $ق = -٤$

$ق = \{٤، -٤\}$

• 2022 دورثاني/ إذا كان $\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ٢$ ، $\int_{٤}^{ج} (٢ - ٣ق(س)) \, دس = ١٠$ ، $\int_{٤}^{١} ٨س \, دس$. $ق(س) \, دس$.

الحل/

* $\int_{٤}^{ج} (٢ - ٣ق(س)) \, دس = ١٠ \Leftarrow \int_{٤}^{ج} ٢ \, دس - ٣\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ١٠$

$\Leftarrow \quad ٢س|_{٤}^{ج} - ٣\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ١٠ \Leftarrow ٢(ج - ٤) - ٣\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ١٠$

$\Leftarrow \quad -٤ - ٣\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ١٠ \Leftarrow -٣\int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = ١٤ \Leftarrow \int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس = -٨$

* حسب خاصية الاضافة/ $\int_{١}^{ج} ق(س) \, دس = \int_{٤}^{ج} ق(س) \, دس + \int_{١}^{٤} ق(س) \, دس$

$= \quad -٨ + ٢ = -٦$

المطلوب/ $\int_{٤}^{١} ٨س - ق(س) \, دس = \int_{٤}^{١} س^{\frac{١}{٢}+١} \, دس - \int_{٤}^{١} ق(س) \, دس = \left. \frac{س^{\frac{١}{٢}+١}}{\frac{١}{٢}+١} \right|_{٤}^{١} - ٦$

$= \frac{٢}{٣}(س^{\frac{٣}{٢}}|_{٤}^{١}) + ٦ = \frac{٢}{٣}((١)^{\frac{٣}{٢}} - (٤)^{\frac{٣}{٢}}) + ٦$

$= \frac{٢}{٣}(١ - (٢)^{٣}) + ٦ = \frac{٢}{٣}(١ - ٢^{٣}) + ٦ = \frac{٢}{٣}(-٧) + ٦ = \frac{-١٤}{٣} + ٦$

$= \quad \frac{-١٤}{٣} + \frac{١٨}{٣} = \frac{-١٤}{٣} + ٦ = \frac{١٣}{٣}$

• 2023 دوراول/ إذا كان $\int_{-٢}^{٦} ق(س) \, دس = ١٢$ ، $\int_{-٢}^{٦} ٣ق(س) \, دس = ٣٨$ فما قيمة $\int_{٦}^{\hat{}} (٣ق(س) + ٥) \, دس$

الحل/

* $\int_{-٢}^{٦} ٣ق(س) \, دس = \frac{٣٨}{٣} \Leftarrow ٣\int_{-٢}^{٦} ق(س) \, دس = ٣٨ \Leftarrow \int_{-٢}^{٦} ق(س) \, دس = ١٤$

بالاستخدام خاصية الاضافة/ $\int_{-٢}^{٦} ق(س) \, دس = \int_{-٢}^{-٢} ق(س) \, دس + \int_{-٢}^{٦} ق(س) \, دس$

$= \quad -١٢ + ١٤ = ٢$

المطلوب/ $\int_{٦}^{\hat{}} (٣ق(س) + ٥) \, دس = ٣\int_{٦}^{\hat{}} ق(س) \, دس + ٥س|_{٦}^{\hat{}} = ٣(٢) + (س|_{٦}^{\hat{}})$

$= ٦ + ٥(٨ - ٦) = ٦ + ١٠ = ١٦$

. 2023 دور ثاني / إذا كان $\int_{2}^{3} ق(س) + 3س\ ds = 28$ ، $\int_{2}^{3} ق(س)\ ds = 3$ جد $\int_{3}^{7} ق(س)\ ds$

الحل/

$$* \int_{2}^{3} (ق(س) + 3س)\ ds = 28 \Leftarrow \int_{2}^{3} ق(س)\ ds + \int_{2}^{3} (3س)\ ds = 28$$

$$\Leftarrow \int_{2}^{3} ق(س)\ ds + 3س^2 \Big|_{2}^{3} = 28 \Leftarrow \int_{2}^{3} ق(س)\ ds + 2(3^2 - 2^2) = 28$$

$$\Leftarrow \int_{2}^{3} ق(س)\ ds + 2(9-4) = 28 \Leftarrow \int_{2}^{3} ق(س)\ ds = 28 - 10 = 18$$

المطلوب/ $\int_{3}^{7} ق(س)\ ds = \int_{3}^{2} ق(س)\ ds + \int_{2}^{7} ق(س)\ ds$ «خاصية اضافة»

$$= -18 + 4 = -14$$

. 2023 دور ثالث / إذا كان $\int_{1}^{8} ق(س)\ ds = -9$ ، $\int_{8}^{3} ق(س)\ ds = 6$ ما قيمة $\int_{1}^{3} (3س^2 - ق(س))\ ds$

الحل/

$$\int_{1}^{3} ق(س)\ ds = \int_{1}^{8} ق(س)\ ds + \int_{8}^{3} ق(س)\ ds$$ «خاصية الاضافة»

$$= -9 + 6 = -3$$

المطلوب/ $\int_{1}^{3} (3س^2 - ق(س))\ ds = \int_{1}^{3} 3س^2\ ds - \int_{1}^{3} ق(س)\ ds$

$$= س^3 \Big|_{1}^{3} - (-3) = (3^3 - 1^3) + 3$$

$$= 27 - 1 + 3 = 29$$

أ.مي حواري

. 2024 دور أول / إذا كان $\int_{1}^{3} (ق(س) + \frac{6}{س^2})\ ds = 12$ ، $\int_{3}^{c} ق(س)\ ds = -1$ فما قيمة $\int_{1}^{3} ق(س)\ ds$

الحل/ $* \int_{1}^{2} ق(س) + 6س^{-2}\ ds = \int_{1}^{2} ق(س)\ ds + \int_{1}^{2} 6س^{-2}\ ds = 12$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} ق(س)\ ds + (6 \frac{س^{-1}}{-1} \Big|_{1}^{2}) = 12$$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} ق(س)\ ds + (-6 \times \frac{1}{س} \Big|_{1}^{2}) = 12$$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} ق(س)\ ds + -6(\frac{1}{2} - 1) = 12$$ $\quad \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} ق(س)\ ds + -6(-\frac{1}{2}) = 12$$

$$\Leftarrow \int_{1}^{2} ق(س)\ ds = 12 - 3 = 9$$

المطلوب/ $\int_{3}^{1} ق(س)\ ds = \int_{3}^{c} ق(س)\ ds + \int_{c}^{1} ق(س)\ ds = 1 - 9 = -8$ «خاصية إضافة»

• 2024 دورتان/ إذا كان $\int_1^3 (ه(س)-٥)\,دس = ٢$ ، $\int_1^٥ ه(س)\,دس = ٤$ جد قيمة $\int_3^٥ ه(س)\,دس$.

الحل/

$$* \int_1^3 (ه(س)-٥)\,دس = \int_1^3 ه(س)\,دس - \int_1^3 ٥\,دس = ٢$$

$$\leftarrow \int_1^3 ه(س)\,دس - ٥س\Big|_1^3 = ٢$$

$$\leftarrow \int_1^3 ه(س)\,دس - ١٥ = ٢ \leftarrow -٥(٣-١) = ٢$$

$$\leftarrow \int_1^3 ه(س)\,دس = ٢ + ١٠ = ١٢$$

المطلوب/ حسب خاصية الاضافة / $\int_3^٥ ه(س)\,دس = \int_3^1 ه(س)\,دس + \int_1^٥ ه(س)\,دس$

$$= -١٢ + ٤ = -٨$$

• 2025 دور أول/ إذا كان $\int_ج^ء ٣ه(س)\,دس = ١٥$ ، $\int_ج^ء (ه(س)+٦)\,دس = ١٦$

فما قيمة $\int_ب^ء ه(س)\,دس$.

الحل/

$$* \int_ج^ء ٣ه(س)\,دس = \frac{٣}{٣}\int_ج^ء ه(س)\,دس = ١٥ \leftarrow \int_ج^ء ه(س)\,دس = ٥$$

$$* \int_ج^ء (ه(س)+٦)\,دس = \int_ج^ء ه(س)\,دس + \int_ج^ء ٦\,دس = ١٦$$

$$\leftarrow \int_ج^ء ه(س)\,دس + ٦س\Big|_ج^ء = ١٦$$

$$\leftarrow \int_ج^ء ه(س)\,دس + ٦(٤-٢) = ١٦ \leftarrow \int_ج^ء ه(س)\,دس = ١٦ - ١٢ = ٤$$

المطلوب/ $\int_ء^ب ه(س) - ه(س)\,دس = \int_ء^ب ه(س)\,دس - \int_ء^ب ه(س)\,دس = -٥ - ٤ = -٥ + ٤$

$= -١$

أ.مي حواري

• 2025 دورتان/ إذا كان $\int_ا^ب ه(س)\,دس = ٦$ ، $\int_ا^ج ٤ه(س)\,دس = -٨$ جد

١/ $\int_ب^ج ه(س)\,دس$

٢/ $\int_ب^ا (٢-٢ه(س))\,دس$.

الحل/

١/ حسب خاصية الاضافة / $\int_ب^ج ه(س)\,دس = \int_ا^ج ه(س)\,دس + \int_ب^ا ه(س)\,دس$

$$= -٦ + ٢ = -٨$$

• ملاحظة/ $\int_ا^ج ٤ه(س)\,دس = \frac{٤}{٤}\int_ا^ج ه(س)\,دس = \frac{-٨}{٤} \leftarrow \int_ا^ج ه(س)\,دس = -٢$

$$\int_{-3}^{1}(2-2g(x))dx = \int_{-3}^{1}dx - 2\int_{-3}^{1}g(x)dx$$

$$= 3x\Big|_{-3}^{1} - 2\int_{-3}^{1}g(x)dx$$

$$= 3(1-(-3)) - 2(-6) = 12 + 4 = 16$$

• تجريبي قلقيلية 2022/ إذا كان $\int_{-3}^{1}(g(x)+h(x))dx = 16$, $\int_{-3}^{1}2h(x)dx = 12$

أوجد $\int_{0}^{3}g(x)dx = 18$, $\int_{0}^{3}\frac{g(x)}{3}+3x^2\,dx$.

الحل/

$$* \int_{-3}^{1}2h(x)dx = \frac{2}{3}\int_{-3}^{1}h(x)dx = 12 \Leftarrow \int_{-3}^{1}h(x)dx = 6$$

$$* \int_{-3}^{1}g(x)dx + \int_{-3}^{1}h(x)dx = 16 \Leftarrow \int_{-3}^{1}g(x)dx + 6 = 16$$

$$\Leftarrow \int_{-3}^{1}g(x)dx = 16 + 6 = 22$$

$$* \int_{0}^{3}g(x)dx = \int_{-3}^{1}g(x)dx + \int_{0}^{3}g(x)dx$$ خاصية الإضافة

$$= 22 + -18 = 4$$

المطلوب/ $\int_{0}^{1}\frac{g(x)}{2}+3x^2\,dx = \frac{1}{2}\int_{0}^{1}g(x)dx + \int_{0}^{1}3x^2dx$

$$= \frac{1}{2}(4) + x^3\Big|_{0}^{1} = 2 + (1^3-0^3) = 2+1-16$$

$$= 127$$

• تجريبي الخليل 2024 / إذا كان $\int_{0}^{1}(g(x)+2p)dx = 10$, $\int_{0}^{1}3g(x)dx = 18$, $\int_{0}^{2}g(x)dx = 7$

ما قيمة الثابت p

الحل/

$$* \int_{0}^{2}3g(x)dx = \frac{3}{2}\int_{0}^{2}g(x)dx = \frac{18}{2} \Leftarrow \int_{0}^{2}g(x)dx = 9$$

باستخدام خاصية الإضافة / $\int_{0}^{2}g(x)dx = \int_{0}^{1}g(x)dx + \int_{1}^{2}g(x)dx$

$$= 7 + 4 = 11$$

$$* \int_{0}^{1}(g(x)+2p)dx = 10 \Leftarrow \int_{0}^{1}g(x)dx + \int_{0}^{1}2p\,dx = 10$$

$$\Leftarrow 2p(1-0) = 10 - 9$$

$$2p = 1 \Leftarrow \frac{8}{8}p = \frac{1}{8} \Leftarrow 8p + 4 = 12$$

$$p = \frac{1}{8}$$

أ.مي حواري

• خارجي/ ليكن $\int_{٣-٤ن}^{ن^٢-٢ن} (ق(س))\,دس - \int_{ن}^{ن} (ق(س))\,دس = \int_{\frac{١}{ن}}^{\frac{١}{ن}} (ق(س))\,دس$ ، فإن إحدى القيم المؤكدة للثابت ن ، حيث ن ∈ ∴ .

الحل/ • $\int_{أ}^{أ} ق(س)\,دس = صفر$

$\Leftarrow \int_{٣-٤ن}^{ن^٢-٢ن} (ق(س))\,دس - صفر = صفر \Leftarrow \int_{٣-٤ن}^{ن^٢-٢ن} ق(س)\,دس = ∴$

• أحد الحالات التي تجعل التكامل المحدود صفراً ⇐ الحد العلوي = الحد السفلي

$٣-٤ن = ن^٢-٢ن$

$∴ = ن^٢-٢ن+٤ن-٣$

$\Leftarrow صفر = ن^٢+٢ن-٣ \Leftarrow صفر = (ن-١)(ن+٣)$

إما $ن-١=∴ \Leftarrow ن=١$ مرفوض أو $ن+٣=∴ \Leftarrow ن=-٣ \Leftarrow ن=\{-٣\}$

• خارجي تفوق/ إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{٢ك+هـ(س)}{س+١} + \sqrt[٣]{ك}$ وكان للاقتران هـ(س) قيمة قصوى محلية عند النقطة (٣،٤) فأوجد قيمة الثابت ك علماً بأن $ق(٣) = \int_{٢}^{٤} (\frac{١}{٢})\,دس + \int_{٢}^{٢} (\frac{١}{٢})\,دس$ ، وهـ(س) قابل للاشتقاق

الحل/

للاقتران هـ(س) قيمة قصوى محلية عند (٣،٤) ⇐ هـ(٣) = ٤ ، هـَ(٣) = صفر

$ق(٣) = \int_{٢}^{٤} (\frac{١}{٢})\,دس + \underbrace{\int_{٢}^{٢} (\frac{١}{٢})\,دس}_{صفر} \Leftarrow ق(٣) = \frac{١}{٢}س \Big|_{٢}^{٤} = \frac{١}{٢}(٤-٢) \Leftarrow ق(٣) = ١$

$ق(س) = \left(\frac{٢ك+هـ(س)}{(س+١)}\right) + \sqrt[٣]{ك}$ نشتق

مشتقة قسمة

$ق(س) = \frac{(س+١)هـَ(س) - (٢ك+هـ(س))}{(س+١)^٢} \Leftarrow ق(٣) = \frac{(٣+١)\underbrace{هـَ(٣)}_{صفر} - (٢ك+هـ(٣))}{(٣+١)^٢}$

$\Leftarrow ق(٣) = \frac{-(٢ك+٤)}{١٦} = ١ \Leftarrow (-(٢ك+٤) = ١٦) \times -١$

$٢ك+٤ = -١٦$

$٢ك = -١٦-٤$

$\frac{٢ك}{٢} = \frac{-٢٠}{٢} \Leftarrow ك = -١٠$

واعلم أن أول شتاتك .. فوات صلاتك !

أ.ميّ حوّاري

" اختبار نهاية الوحدة الأولى "

أ.ميّ حوّاري

• السؤال الأول /

أ/ ١/ إذا كان ك(س) = $\frac{\text{هـ(س)}}{\text{ق(س)}}$ ، ق(س) = س + ١ ، هـ(س) = ٢س فما قيمة كَ(-٢)

أ/ ٢ ب/ ٤ جـ/ ١ د/ صفر

الحل/

ك(س) = $\frac{٢س}{س+١}$ ⇐ كَ(س) = $\frac{(س+١)(٢) - ٢س(١)}{(س+١)^٢}$ ⇐ كَ(-٢) = $\frac{(-٢+١)(٢) - ٢(-٢)}{(-٢+١)^٢}$

⇐ كَ(-٢) = $\frac{-٢+٤}{(-١)^٢}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

٢/ إذا كان ص − س = $\int_{١}^{٢}$ (س² + ٣س) دس + $\int$ (٢س) دس فما قيمة صَ عندما س = ٢

أ/ ٥ ب/ ٤ جـ/ ٦ د/ ٣

الحل/

ص − س = $\int_{١}^{٢}$ (س² + ٣س) دس + $\int$ (٢س) دس

⇐ ص = $\int_{١}^{٢}$ (س² + ٣س) دس + $\int$ (٢س) دس + س

صَ = صفر + (٢س) + ١ ⇐ صَ|$_{س=٢}$ = ٢(٢) + ١ = ٤ + ١ = ٥

٣/ اذا كان الاقتران ص = $\sqrt{س}$ + س جد قيمة Δص حيث Δس = ٣ ، س٢ = ٤

أ/ $\frac{٤}{٣}$ ب/ ٤ جـ/ ١٢ د/ -٤

الحل/

Δس = س٢ − س١ ⇐ ٣ = ٤ − س١ ⇐ س١ = ٤ − ٣ = ١

Δص = ص٢ − ص١ = ق(س٢) − ق(س١) = ق(٤) − ق(١)

⇐ Δص = ($\sqrt{٤}$ + ٤) − ($\sqrt{١}$ + ١) = ٦ − ٢ = ٤

ب/ إذا كان الاقتران ق(س) = −٢س³ + ٢٤س − ١ ، س ∈ ح جد

١/ فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على مجاله

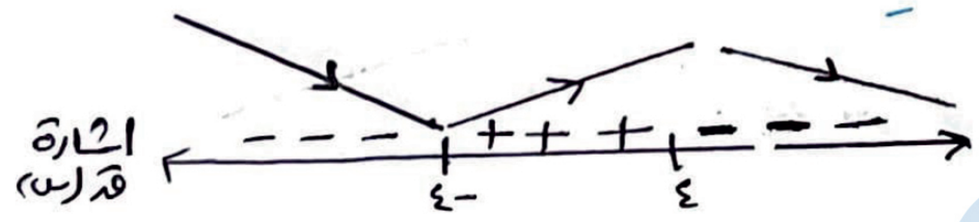
٢/ القيم القصوى للاقتران ق(س) وحدد نوعها

الحل/ ق(س) = −٢س³ + ٢٤س − ١

قَ(س) = −٦س² + ٢٤ ⇐ صفر = −٦س² + ٢٤

$\frac{٦}{٦}$س² = $\frac{٢٤}{٦}$ ⇐ س² = ٤ بأخذ الجذر للطرفين

س = ٤ أو س = −٤



من اشارة قَ(س) يتضح أن :

١/ ق(س) متزايد على [−٤ ، ٤]

ق(س) متناقص على]−∞ ، −٤] ∪ [٤ ، ∞[

٢/ • عند (س = −٤) يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ق(−٤) = −٢(−٤)³ + ٢٤(−٤) − ١

⇐ ق(−٤) = −٢(−٦٤) − ٩٦ − ١ = ٣١

• عند (س = ٤) يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ق(٤) = −٢(٤)³ + ٢٤(٤) − ١ = −٢(٦٤) + ٩٦ − ١

⇐ ق(٤) = −٣٣

ج/ إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في [-١، ٢] يساوي (٨) وكان هـ(س) = س ق(س) + $\int_{-١}^{٢}$ (٤س) دس
فما متوسط تغير الاقتران هـ(س) في الفترة [-١، ٢] علماً بأن منحنى ق(س) يمر بالنقطة (-١، ٦)

الحل/ متوسط تغير ق(س) في [-١، ٢] = ٨ ⇐ $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١} = ٨$

⇐ $\frac{ق(٢) - ق(-١)}{٢ - -١} = ٨$ ⇐ $\frac{ق(٢) - ق(-١)}{٣} = ٨$ ⇐ ق(٢) - ق(-١) = ٢٤

وبما أن منحنى ق(س) يمر بـ (-١، ٦) ⇐ ق(-١) = ٦ ⇐ ق(٢) - ٦ = ٢٤

ق(٢) = ٣٠

هـ(س) = س ق(س) + $\int_{-١}^{٢}$ (٤س) دس ⇐ هـ(س) = س ق(س) + ٢س^٢ $\Big|_{-١}^{٢}$

⇐ هـ(س) = س ق(س) + ٢(٢^٢ - (-١)^٢)

هـ(س) = س ق(س) + ٢(٤ - ١)

هـ(س) = س ق(س) + ٦

متوسط تغير هـ(س) = $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٢ - -١} = \frac{(٢ق(٢) + ٦) - (-ق(-١) + ٦)}{٣}$

$= \frac{(٢(٣٠) + ٦) - (\cancel{-٦ + ٦})}{٣} = \frac{٦٦}{٣} = ٢٢$

أ.ميّ حوّاري

• السؤال الثاني/

أ/١/ اذا كان ق(س) + م(س) = ب س^٢ + ٤ب ، قَ(٢) = -١٣ ، مَ(٢) = ٥ فما قيمة الثابت ب :

أ/ -١٢ ب/ ٣ ج/ ٢ د/ -٢

الحل/ ق(س) + م(س) = ب س^٢ + ٤ب

قَ(س) + مَ(س) = ٢ب س ⇐ قَ(٢) + مَ(٢) = ٢ب × ٢

-١٣ + ٥ = ٤ب ⇐ $-\frac{٨}{٤} = \frac{٤ب}{٤}$ ⇐ -٢ = ب

٢/ إذا كان الاقتران ق(س) = ٣ب^٢ + $\frac{ب}{٨ - ٢س}$ وكان ٢قَ(١) = ٥ فما قيمة الثابت ب

أ/ -٤٥ ب/ -٥٤ ج/ ٥٤ د/ ٤٥

الحل/ ق(س) = ٣ب^٢ + $\frac{ب}{٨ - ٢س}$ ⇐ قَ(س) = صفر + $\left(\frac{\cancel{(٨ - ٢س)} \times ٠ - ب \times -٢}{(٨ - ٢س)^٢}\right)$

قَ(١) = $\frac{٢ب}{(٨ - ٢)^٢}$ ⇐ قَ(١) = $\frac{٢ب}{٣٦} = \frac{ب}{١٨}$

• ملاحظة ٢قَ(١) = ٥ ⇐ قَ(١) = $\frac{٥}{٢}$

⇐ $\frac{٥}{٢} = \frac{ب}{١٨}$ ⇐ $\frac{٥ \times ١٨}{٢} = \frac{٢ب}{٢}$ ⇐ ٥ × ٩ = ب ⇐ ب = ٤٥

٣/ إذا كان $\frac{ق(١)-ق(٤)}{٢}=-٦$ فما قيمة $\int_{١}^{٤}\frac{١}{٢}ق(س)\,دس$.

أ/ ١٢- ب/ ١٢ ج/ ٦ د/ -٦

الحل/

$\frac{ق(١)-ق(٤)}{٢}=-٦ \Leftarrow ق(١)-ق(٤)=٢\times-٦=-١٢$

$\int_{١}^{٤}\frac{١}{٢}ق(س)\,دس=\frac{١}{٢}\int_{١}^{٤}ق(س)\,دس=\frac{١}{٢}\left|ق(س)\right|_{١}^{٤}=\frac{١}{٢}(ق(٤)-ق(١))$

$=\frac{١}{٢}\times١٢=٦$

ب/ جد:

١/ $\int_{١}^{٤}(٢س+\frac{٨س}{١}+\frac{٤}{١})\,دس-\int_{١}^{٤}(\frac{٤}{١})\,دس$

الحل/

$=\int_{١}^{٤}(٢س)\,دس+\int_{١}^{٤}\frac{٨س^{٢}}{١}\,دس+\int_{١}^{٤}\frac{٤}{١}\,دس-\int_{١}^{٤}(\frac{٤}{١})\,دس$

$=\left(\frac{٢س^{٢}}{٢}\right|_{١}^{٤})+\frac{٤}{١}\left|س^{-٢+١}\right|_{١}^{٤}+\left(\frac{٤}{١}\right|_{١}^{٤}س+\left(\frac{٤}{١}\right|_{١}^{٤}س)$

$=(٤^{٢}-١^{٢})+\frac{٤}{١}\left(\frac{س^{-١+١}}{-١+١}\right|_{١}^{٤})+(\frac{٤}{١}+\frac{٤}{١})\left|س\right|_{١}^{٤}$

$=(١٦-١)+(\frac{٨}{١}\times\frac{س^{٢}}{٢}\left|_{١}^{٤}\right.)+(١)\left|س\right|_{١}^{٤}$

$=١٥+(٨س^{٢}\left|_{١}^{٤}\right.)+(س\left|_{١}^{٤}\right.)=١٥+(١٢٨-٨)+(٤-١)$

$=١٥+٣+١=٥١+٤=١٩$

٢/ $\int(٦س^{٣}+٨\sqrt{س}+٣)\,دس$.

الحل/

$\int(٦س^{٣})\,دس+\int٨س^{\frac{١}{٢}}\,دس+\int٣\,دس$

$=\frac{٦س^{٣+١}}{٣+١}+\frac{٨\times س^{\frac{١}{٢}+١}}{\frac{١}{٢}+١}+٣س+ج$

$=\frac{٦س^{٤}}{٤}+\frac{٨\times٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+٣س+ج$

$=\frac{٣}{٢}س^{٤}+\frac{١٦}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+٣س+ج$

ج/ إذا كان $\int_{ب}^{ب}هـ(س)\,دس=٣س^{٤}-٣ب^{٢}س+د$ ، $\int_{-ب}^{ب}(٢س)\,دس+\int_{ب}^{ب}(هـ(س))\,دس$ فما قيمة $هـ(ك)=٩$

الحل/

$[\int هـ(س)\,دس=٣س^{٤}-٣ب^{٢}س+د]'\Leftarrow هـ(س)=٤س^{٣}-٣ب^{٢}$

$هـ(٢)=٦٤-٣ب^{٢}\Leftarrow ٩=١٢-٣ب^{٢}\Leftarrow ٣ب^{٢}=١٢-٩=٣$

$\frac{٣ب^{٢}}{٣}=\frac{٣}{٣}\Leftarrow ب^{٢}=١\Leftarrow ب=١$

أ.ميّ حوّاري

المطلوب/ $\int_{-ب}^{ب} (٢ب)\,دس + \cancel{\int_{٢ب}^{٢ب} هـ(س)\,دس}$ صفر

$= \int_{-١}^{١} (٢)\,دس = ٢س \Big|_{-١}^{١} = ٢(١-(-١)) = ٢\times٢ = ٤$

• السؤال الثالث/

أ/١/ إذا كان $\int_{١}^{جـ} \frac{ق(س)}{٣}\,دس = ١$ ، $\int_{٥}^{جـ} ٣ق(س)\,دس = -١٢$ فما قيمة

$\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + \int_{جـ}^{١} ق(س)\,دس + \int_{٢جـ}^{٢جـ} ق(س)\,دس$

أ/٤ ب/٥ جـ/٣ د/٧

الحل/

* $\left(\frac{١}{٣}\int_{١}^{جـ} ق(س)\,دس = ١\right)\times٣ \Leftarrow \int_{١}^{جـ} ق(س)\,دس = ٣$

أ.ميّ حوّاري

* $\frac{٣}{٣}\int_{٥}^{جـ} ق(س)\,دس = \frac{-١٢}{٣} \Leftarrow \int_{٥}^{جـ} ق(س)\,دس = -٤$

* $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = \int_{١}^{جـ} ق(س)\,دس + \int_{جـ}^{٥} ق(س)\,دس$ حسب خاصية الاضافة

$\Leftarrow \int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = ٣ + ٤ = ٧$

المطلوب/ $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + \int_{جـ}^{١} ق(س)\,دس + \cancel{\int_{٢جـ}^{٢جـ} ق(س)\,دس}$ صفر $= ٧ + -٣ = ٤$

٢/ اذا كان $ق(س) = أس^٢ + \sqrt{أ} + \int (٣س^٣ + أ^٢)\,دس$ وكان $ق'(١) = ٦$ فما قيمة/قيم الثابت أ

أ/١ ب/٢ جـ/-٣ د/٣

لاحظ أ > ٠

الحل/

$ق'(س) = ٢أس + صفر + ٣س^٣ + أ^٢$

$ق'(١) = ٢أ + ٣(١)^٣ + أ^٢$

$٦ = ٢أ + ٣ + أ^٢ \Leftarrow أ^٢ + ٢أ - ٣ = ٠$

$-٦ \quad -٦$

$(أ - ١)(أ + ٣) = ٠$

إما $أ - ١ = ٠ \Leftarrow أ = ١$ أو $أ + ٣ = ٠ \Leftarrow أ = -٣$ مرفوض لأن أ > ٠

$\Leftarrow أ = \{١\}$

٣/ اذا كان الاقتران $ق(س) = ٢س^٢ + ٣أ$ ، والاقتران $هـ(س) = أ^٢ + أس$ وكان $هـ'(٣) = \frac{٨}{ق'(٢)}$ فما قيمة الثابت أ

أ/٤ ب/٢ جـ/-١ د/١

الحل/ $ق'(س) = ٢\times٢س \Leftarrow ق'(٢) = ٤\times٢ = ٨$

هـ(س) = أ^{٢} + أس ⇐ هـَ(س) = أ ⇐ هـَ(٣) = أ

هـَ(٣) = $\frac{٨}{\text{قَ}(٢)}$ ⇐ أ = $\frac{٨}{٨}$ ⇐ أ = ١

ب/ اذا كان الاقتران ق(س) = $\frac{٢\text{ك} + \text{هـ}(\text{س})}{\text{س}+١}$ وكان للاقتران هـ(س) قيمة قصوى محلية عند النقطة (٣، ٤) فما قيمة الثابت ك علماً بأن قَ(٣) = ١ ، وهـ(س) قابل للاشتقاق.

الحل/ للاقتران هـ(س) قيمة قصوى محلية عند (٣، ٤) ⇐ هـ(٣) = ٤ ، هـَ(٣) = صفر

ق(س) = $\frac{٢\text{ك} + \text{هـ}(\text{س})}{\text{س}+١}$ ⇐ قَ(س) = $\frac{(\text{س}+١)(\text{هـَ}(\text{س})) - (٢\text{ك} + \text{هـ}(\text{س}))}{(\text{س}+١)^{٢}}$

قَ(٣) = $\frac{(٣+١)\,\text{هـَ}(٣) - (٢\text{ك} + \text{هـ}(٣))}{(٣+١)^{٢}}$ ⇐ ١ = $\frac{-(٢\text{ك}+٤)}{١٦}$ (صفر)

⇐ ١٦ = −(٢ك+٤) ⇐ −١٦ = ٢ك+٤ ⇐ −١٦ − ٤ = ٢ك

$\frac{-٢٠}{٢} = \frac{٢\text{ك}}{٢}$

−١٠ = ك

أ.ميّ حوّاري

جـ/ إذا علمت أن $\int$ قَ(س) دس = ٣س^{٢} + ٢س + جـ جد

١/ $\int_{١}^{٣}$ قَ(س) دس

٢/ قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن منحنى ق(س) يمر بـ (٢، ٥)

الحل/ ١/ $\int_{١}^{٣}$ قَ(س) دس = ٣س^{٢} + ٢س + جـ $\Big|_{١}^{٣}$ = (٣(٣)^{٢} + ٢(٣) + جـ) − (٣(١)^{٢} + ٢(١) + جـ)

= (٢٧ + ٦ + جـ) − (٣ + ٢ + جـ) = (٣٣ + جـ) − (٥ + جـ)

= ٣٣ + جـ − ٥ − جـ

= ٢٨

٢/ $\int$ قَ(س) = ٣س^{٢} + ٢س + جـ ⇐ ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س + جـ

ق(س) يمر بـ (٢، ٥) ⇐ ق(٢) = ٥ ⇐ ق(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٢(٢) + جـ

٥ = ١٢ + ٤ + جـ

٥ − ١٦ = −١١ = جـ

⇐ ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س − ١١

• السؤال الرابع/

أ/ ١/ ما قيمة $\int_{٢}^{١}$ ق(س) دس − $\int_{٢}^{٠}$ ق(س) دس

أ/ صفر

ب/ $\int_{١}^{٠}$ ق(س) دس

جـ/ $\int_{٠}^{١}$ ق(س) دس

د/ ٢ $\int_{٠}^{١}$ ق(س) دس

الحل/ $\int_{٢}^{١} ق(س)\,دس - \int_{٢}^{٠} ق(س)\,دس = \int_{٢}^{١} ق(س)\,دس \overset{+}{-} \int_{٠}^{٢} ق(س)\,دس$

$= \int_{٢}^{١} ق(س)\,دس + \int_{٠}^{٢} ق(س)\,دس$

$= \int_{٠}^{١} ق(س)\,دس$.

أ.ميّ حوّاري

٢/ إذا كان $ق(س) = ب\,لو_{ب}(ب^{٤})$ ، $٢هـ(س) = \int ٣٢\,دس$ ، $م(س) = \int_{ب}^{ب} (٢ب)\,دس$

ما قيمة الثابت ب التي تجعل $ق(س) = (م - هـ)'(س)$

أ/ ٤ ب/ -٤ جـ/ -١٦ د/ ١٦

الحل/

$ق(س) = ب\,لو_{ب}(ب^{٤}) = ب \times ٤\,لو_{ب}ب = ب \times ٤ \times ١ \Leftarrow ق(س) = ٤ب$

$م(س) = \int_{ب}^{ب} (٢ب)\,دس \Leftarrow م(س) = صفر$

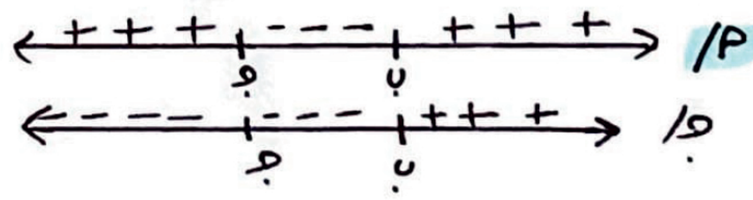
$٢هـ(س) = \int ٣٢\,دس \Leftarrow \frac{٢هـ'(س)}{٢} = \frac{٣٢}{٢} \Leftarrow هـ'(س) = ١٦$

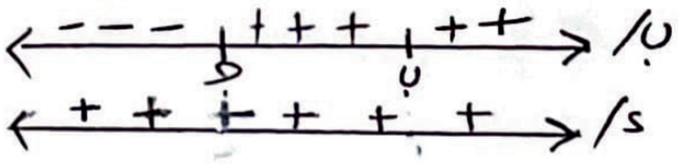
$\Leftarrow ق(س) = (\overset{=}{\cancel{م}} - هـ)'(س) \Leftarrow ق(س) = -هـ'(س) \Leftarrow \frac{٤ب}{٤} = \frac{-١٦}{٤} \Leftarrow ب = -٤$

٣/ أي من إشارات $ق'(س)$ الآتية يظهر وجود قيمة صغرى محلية وعظمى محلية للاقتران $ق(س)$

أ/ $+ + + \underset{جـ}{|} - - - \underset{ب}{|} + + +$

ب/ $- - - \underset{جـ}{|} + + + \underset{ب}{|} + +$





جـ/ $- - - \underset{جـ}{|} - - - \underset{ب}{|} + + +$

د/ $+ + + + + +$

الحل/ أ/ في (أ) لاحظ أنه ق(جـ) عظمى محلية ، ق(ب) صغرى محلية . ✓

ب/ في (ب) لاحظ أن ق(جـ) صغرى محلية ، ولا يوجد قيم قصوى عند (س = ب) ✗

جـ/ في (جـ) لا يوجد قيم قصوى عند (س = جـ) ، ق(ب) صغرى محلية ✗

د/ في (د) لا يوجد قيم قصوى ✗ .

ب/ إذا كان $ل(س) + ٢\sqrt{س} = \frac{٢س + ٥}{٣ - ٤س} - ٧\sqrt{٣}$ فما قيمة $ل'(١)$.

الحل/

(مشتقة قسمة)

$ل(س) = \left(\frac{٢س + ٥}{٣ - ٤س}\right) - ٢\sqrt{س} - ٧\sqrt{٣}$

ملاحظة $(\sqrt{س})' = (س^{\frac{١}{٢}})'$

$= \frac{١}{٢} س^{\frac{١}{٢} - ١} = \frac{١}{٢} \times س^{-\frac{١}{٢}}$

$= \frac{١}{٢س^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$ل'(س) = \left(\frac{(٣ - ٤س)(٢) - (٢س + ٥)(-٤)}{(٣ - ٤س)^{٢}}\right) - \frac{\cancel{٢}}{\cancel{٢}\sqrt{س}} + صفر$

$ل'(١) = \frac{(٣ - ٤)(٢) - (٢ + ٥)(-٤)}{(٣ - ٤)^{٢}} - \frac{١}{\sqrt{١}} = (-٢ + ٢٨) - ١ = ٢٦ - ١ = ٢٥$

ج/ إذا كان $\int_{1}^{3} (\text{ق}(\text{س}))\,\text{دس} + 1 = 7$ وكان مقدار التغير في الاقتران هـ(س) في [1، 3] يساوي 6

ما قيمة $\int_{3}^{1} (3\,\text{هـ}'(\text{س}) - 2\,\text{ق}(\text{س}))\,\text{دس}$.

الحل/

* $\int_{1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + 1 = 7 \Leftarrow \int_{1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 6$

أ.ميّ حوّاري

* مقدار التغير في هـ(س) = Δهـ(س) = هـ(س_2) − هـ(س_1)

$(6 = \text{هـ}(3) - \text{هـ}(1)) \times -1 \Leftarrow -6 = \text{هـ}(1) - \text{هـ}(3)$

المطلوب/ $\int_{3}^{1} 3\,\text{هـ}'(\text{س})\,\text{دس} - \int_{3}^{1} 2\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 3\int_{3}^{1} \text{هـ}'(\text{س})\,\text{دس} - 2\int_{3}^{1} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= 3\left(\text{هـ}(\text{س})\Big|_{3}^{1}\right) - 2(-6) = 3(\text{هـ}(1) - \text{هـ}(3)) + 12$

$= 3(-6) + 12 = -18 + 12 = -6$

• السؤال الخامس/

أ/1/ إذا كان $\int_{1}^{2} (\text{س} + \text{ب})\,\text{دس} = \frac{-3}{2}$ ما قيمة / قيم الثابت ب

أ/2 ب/−2 جـ/−3 د/3

الحل/ $\int_{1}^{2} (\text{س})\,\text{دس} + \int_{1}^{2} \text{ب}\,\text{دس} = \frac{\text{س}^2}{2}\Big|_{1}^{2} + \text{ب}\,\text{س}\Big|_{1}^{2} = \frac{-3}{2}$

$\Leftarrow \frac{1}{2}(2^2 - 1^2) + \text{ب}(2-1) = \frac{-3}{2} \Leftarrow \frac{3}{2} + \text{ب} = \frac{-3}{2} \Leftarrow \text{ب} = \frac{-3}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-6}{2}$

$\Leftarrow \text{ب} = -3$

2/ إذا قطع المستقيم ل منحنى اقتران في النقطتين $(-2, -9)$ ، $(\text{ب}, -5)$ فإذا كان ميله $\frac{2}{3}$ فما قيمة الثابت ب

أ/2 ب/−2 جـ/−4 د/4

الحل/ الميل = $\frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} \Leftarrow \frac{2}{3} = \frac{-5 - -9}{\text{ب} - -2} \Leftarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{(\text{ب}+2)}$

$\Leftarrow \frac{2}{2}(\text{ب}+2) = \frac{3 \times 4}{2} \Leftarrow (\text{ب}+2) = 6 \Leftarrow \text{ب} = 6 - 2 = 4$

3/ إذا كان $3\text{ص} + 6\text{س} = 3\text{س} + 9$ ما قيمة ص' عند س = 3

أ/1 ب/−1 جـ/−3 د/3

الحل/ $3\text{ص} = 3\text{س} + 9 - 6\text{س} \Leftarrow \frac{3\text{ص}}{3} = \frac{-3\text{س}}{3} + \frac{9}{3} \Leftarrow \text{ص} = -\text{س} + 3$

$\text{ص}' = -1$

ب/ إذا كان $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx = -2$, $\int_{3}^{4} f(x)\,dx = 10$, $\int_{-2}^{4} 2f(x)+b\,dx = 18$

ما قيمة $\int_{-2}^{4} (f(x)+b)\,dx$.

الحل/ * $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx = -2 \Leftarrow \int_{-2}^{3} f(x)\,dx = 2$

* $\int_{3}^{4} -2f(x)\,dx = 10 \Leftarrow \int_{3}^{4} f(x)\,dx = \frac{10}{-2} \Leftarrow \int_{3}^{4} f(x)\,dx = -5$

باستخدام خاصية الإضافة/

$$\int_{-2}^{4} f(x)\,dx = \int_{-2}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{4} f(x)\,dx = 2 + -5 = -3$$

* $\int_{-2}^{4} 2f(x)\,dx + \int_{-2}^{4} b\,dx = 18$

$\Leftarrow 2\int_{-2}^{4} f(x)\,dx + \frac{b}{2}x\Big|_{-2}^{4} = 18 \Leftarrow 2\times -3 + \frac{b}{2}(4-(-2)) = 18$

$\Leftarrow \frac{b}{2}(6) = 18 - 6 \Leftarrow \frac{b}{2} \times 12 = 12 \Leftarrow \frac{6b}{2} = 12 \Leftarrow b = 2$

المطلوب/ $\int_{-2}^{4} f(x)+b\,dx = \int_{-2}^{4} f(x)\,dx + \int_{-2}^{4} 2\,dx = -3 + (2x\Big|_{-2}^{4})$

$= -3 + 2[4-(-2)]$

$= -3 + 12 = 15$

أ.مي حوّاري

ج/ إذا كان متوسط التغير للاقتران $f(x)$ للفترة $[1,4]$ يساوي (8) وكان متوسط تغير الاقتران $g(x) = \frac{1}{4}f(x) - \frac{c}{3}$ في الفترة $[1,4]$ يساوي (6) ، ما قيمة الثابت (c).

الحل/ * متوسط تغير $f(x) = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = 8 \Leftarrow f(4)-f(1) = 24$

* متوسط تغير $g(x) = \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{g(4)-g(1)}{3} = 6 \Leftarrow g(4)-g(1) = 18$

$\Leftarrow \left(\frac{1}{4}f(4) - \frac{3}{2}c\right) - \left(\frac{1}{4}f(1) - \frac{1}{2}c\right) = 18$

$\Leftarrow \frac{1}{4}f(4) - \frac{3}{2}c - \frac{1}{4}f(1) + \frac{1}{2}c = 18$

$\Leftarrow \left(\frac{1}{4}f(4) - \frac{1}{4}f(1)\right) + \left(-\frac{3}{2}c + \frac{1}{2}c\right) = 18 \Leftarrow \frac{1}{4}\cdot[f(4)-f(1)] + \frac{-3}{2}c = 18$ (اخرجنا $\frac{1}{4}$ عاملا مشتركا)

$\Leftarrow \frac{1}{4}(6) + \frac{-3}{2}c = 18 \Leftarrow -\frac{3}{2}c = 18 - 6 \Leftarrow -\frac{3}{2}c = 12$

$\Leftarrow c = \frac{12 \times 2}{-3} \Leftarrow c = -8$

أضا لجزء التربيعي

• السؤال السادس /

أ/١/ اذا كان الاقتران ق(س) = س² − ١ ، هـ(س) = ٢ − ٣س ، ما قيمة (ق(س) + هـ(س))′(−١)

أ/١ ب/−٥ ج/٥ د/٣

الحل/ ق(س) = س² − ١ ⇐ قَ(س) = ٢س ⇐ قَ(−١) = ٢(−١) = −٢

هـ(س) = ٢ − ٣س ⇐ هَ(س) = −٣ ⇐ هَ(−١) = −٣

(ق(س) + هـ(س))′(−١) = قَ(−١) + هَ(−١) = −٢ + −٣ = −٥

٢/ اذا كان للاقتران ق(س) قيمة قصوى محلية عند النقطة (٥، ٧) ما قيمة ق(٥) − قَ(٥) ق(٥)

أ/ صفر ب/٧ ج/٤٩ د/١٤

الحل/ ∵ ق(س) قيمة قصوى محلية عند (٥، ٧) ⇐ ق(٥) = ٧ ، قَ(٥) = صفر

المطلوب/ ق(٥) − قَ(٥) ق(٥) = ٧ − ٠ × ٧ = ٧

٣/ إذا كان $\int_{١-٢ج}^{٩} (٢ق(س))\,دس = \int_{٢ج}^{٢ج} (٢ج^٢)\,دس$ ما هي قيمة الثابت ج المؤكدة من القيم التالية :

أ/٣ ب/−٣ ج/٤ د/−٤

الحل/ $\int_{+١-٢ج}^{٩} (٢ق(س))\,دس = صفر$ ⇐ $\frac{٢}{٢}\int_{١-٢ج}^{٩} ق(س)\,دس = \frac{صفر}{٢}$ ⇐ $\int_{١-٢ج}^{٩} ق(س)\,دس = ٠$

بما أن قيمة التكامل المحدود صفر ⇐ ٩ = ١ − ٢ج ⇐ ٩ − ١ = −٢ج

$\frac{٨}{-٢} = \frac{-٢ج}{-٢}$ ⇐ ٤ = ج

ب/ إذا كان $\int_{٢}^{٥} ٢(٢هـ(س) + قَ(س) + ٢س)\,دس = ٥٤$ وكان $\int_{٥}^{٢} هـ(س)\,دس = \frac{-٥}{٢}$

وكان ق(٢) − ق(٥) = ١ − ٢أ ، ما قيمة الثابت أ

الحل/ $\left[٢\int_{٢}^{٥} (٢هـ(س) + قَ(س) + ٢س)\,دس = ٥٤\right] \div ٢$

$\int_{٢}^{٥} ٢هـ(س)\,دس + \int_{٢}^{٥} قَ(س)\,دس + \int_{٢}^{٥} ٢س\,دس = ٢٧$

$٢\int_{٢}^{٥} هـ(س)\,دس + \left(ق(س)\Big|_{٢}^{٥}\right) + \left(س^٢\Big|_{٢}^{٥}\right) = ٢٧$

$\cancel{٢}\left(\frac{٥}{\cancel{٢}}\right) + (ق(٥) - ق(٢)) + (٥^٢ - ٢^٢) = ٢٧$

$٥ + (١ - ٢أ) + (٢٥ - ٤) = ٢٧$ ⇐ $٥ - ١ + ٢أ + ٢١ = ٢٧$

⇐ $٢٥ + ٢أ = ٢٧$

$\frac{٢أ}{٢} = \frac{٢}{٢}$ ⇐ أ = ١

أ.ميّ حوّاري

ج/ اذا كان للاقتران ق(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + أ س ، قيمة صغرى عندما (س = ٢) وقيمة عظمى محلية عند س = ١ ، ما قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

الحل/

للاقتران قيمة صغرى عند (س = ٢) ⇐ قَ(٢) = ٠

وقيمة عظمى عند (س = ١) ⇐ قَ(١) = ٠

ق(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + أ س ⇐ قَ(س) = ٣ س^{٢} + ٢ ب س + أ

قَ(١) = ٣(١)^{٢} + ٢ب(١) + أ

صفر = ٣ + ٢ب + أ

$\boxed{-٣ = ٢ب + أ}$ — معادلة (١)

قَ(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٢ب(٢) + أ

صفر = ١٢ + ٤ب + أ

$\boxed{-١٢ = ٤ب + أ}$ — معادلة (٢)

بطرح (معادلة (٢)) − (معادلة (١)) ⇐ −١٢ − −٣ = ٤ب − ٢ب

−٩ = ٢ب ⇐ $\frac{-٩}{٢}$ = ب

نعوض ب في معادلة (١) ⇐ −٣ = $\cancel{٢} \times \frac{-٩}{\cancel{٢}}$ + أ ⇐ −٣ = −٩ + أ ⇐ ٦ = أ

" وآخرُ دعوَاهُم أنِ الحمدُ لله ربِّ العالمين "

" واعلموا أن مهمتكم ليست ورقة تنالونها
إنما مهمتكم أمة تحيونها "

أ.مي حواري

روابط مهمة

رابط تحميل كراسة الكامل المرتبطة بهذه الحلول

https://q.qatraedu.com/adabi-kamel1

لا تفتح هذا الرابط ولا تمسح الباركود بالأسفل

https://q.qatraedu.com/tlqatramath